



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Майкопский государственный технологический университет»
в поселке Яблоновском

Кафедра транспортных процессов и техносферной безопасности

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ: КРАТКИЙ КОСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

**Методические рекомендации
по организации самостоятельной работы студента**

для направления подготовки
08.03.01 Строительство
(для всех форм обучения)



поселок Яблоновский, 2026

УДК 539.3/6
ББК 30.121я73
М-54

Печатается по решению кафедры транспортных процессов и техносферной безопасности (протокол № 4 от 02.12.2025 г.)

Составитель: Ягубов Эмин Зафар оглы, заведующий кафедрой транспортных процессов и техносферной безопасности Филиала ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет» в поселке Яблоновском, доктор технических наук, доцент

Сопротивление материалов: краткий конспект лекций// Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студента для направления подготовки 08.03.01 Строительство – пос. Яблоновский, 2026. – 17 с.

Методические рекомендации составлены в соответствии с требованиями ГОС ВО и раскрывают теоретико-методологические характеристики и способы организации самостоятельной работы студентов, позволяющие более эффективно работать с учебной и научной литературой, критически осмысливать прочитанный и изученный материал по дисциплине «Сопротивление материалов».

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания по дисциплине «**Соппротивление материалов**» составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки **08.03.01 «Строительство»** (уровень бакалавриата).

Соппротивление материалов является фундаментальной базой инженерно-строительного образования. В практике проектирования и возведения зданий и сооружений инженер постоянно сталкивается с необходимостью выбора оптимальных форм и размеров элементов несущих конструкций (балок, колонн, ферм, фундаментов, оболочек). Данная дисциплина предлагает математический и экспериментальный аппарат для решения главной инженерной задачи — проектирования конструкций, которые будут надежно работать под действием эксплуатационных нагрузок при минимальном расходе строительных материалов.

Цель и задачи изучения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование у будущих инженеров-строителей навыков построения расчетных схем, оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов и проведения нормативных расчетов несущей способности строительных конструкций.

Для достижения поставленной цели в процессе изучения курса решаются следующие **задачи**:

- изучение общих принципов схематизации реальных строительных объектов и перехода к их **расчетным схемам**;
- освоение методов определения внутренних силовых факторов, возникающих в элементах под действием внешних нагрузок (метод сечений);
- изучение теории распределения напряжений и деформаций при различных видах нагружения стержней и тонкостенных оболочек;
- овладение методами раскрытия **статической неопределимости** систем при растяжении-сжатии и изгибе;

- изучение критериев оценки прочности конструкций при сложном напряженном состоянии с применением современных **теорий прочности**;
- освоение методов расчета сжатых элементов на **устойчивость** (продольный изгиб) и оценка работы конструкций при **динамических воздействиях**;
- ознакомление с физическими основами работы материалов **за пределами упругости** и принципами расчета по предельным состояниям.

Критерии надежности строительных конструкций

Всякая строительная конструкция держится на «трех китах», другими словами должна удовлетворять трем основным критериям надежности, изучаемым в рамках сопротивления материалов:

1. **Прочность** — способность элементов конструкции и их соединений воспринимать расчетные внешние воздействия (силовые, температурные и др.) без разрушения и появления необратимых остаточных деформаций.

2. **Жесткость** — способность конструкции сопротивляться изменению первоначальной формы и размеров. Расчет на жесткость гарантирует, что упругие перемещения (прогибы балок перекрытий, осадки, углы поворота) не превысят предельно допустимых значений, установленных строительными нормами и правилами (**СП 20.13330 «Нагрузки и воздействия»**). Превышение этих лимитов может привести к растрескиванию перегородок, нарушению работы технологического оборудования или психологическому дискомфорту людей.

3. **Устойчивость** — способность конструкции или ее отдельных сжатых элементов сохранять первоначальную форму равновесия под нагрузкой. Потеря устойчивости (например, внезапное выпучивание длинной гибкой колонны) часто происходит при напряжениях, значительно меньших предела прочности материала, и носит катастрофический характер.

Основные гипотезы и допущения о свойствах материалов

Реальные строительные материалы (бетон, сталь, древесину, грунты) чрезвычайно сложно описать математически из-за их внутренней микроструктуры. Поэтому в сопротивлении материалов принимается ряд идеализированных допущений:

- **Гипотеза сплошности:** материал полностью, без пустот и пор, заполняет весь объем тела. Это позволяет применять методы дифференциального и интегрального исчисления.

- **Гипотеза однородности и изотропности:** свойства материала во всех точках тела одинаковы (однородность), а физико-механические характеристики не зависят от направления исследования (изотропность). Для анизотропных материалов (например, древесины) формулы курса корректируются специальными коэффициентами.

- **Гипотеза об идеальной упругости:** предполагается, что до определенных пределов нагружения деформации материала являются строго упругими и полностью исчезают после снятия внешней нагрузки. Связь между силами и перемещениями принимается линейной (**закон Гука**).

- **Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиция):** результат воздействия на конструкцию системы сил равен сумме результатов (напряжений, прогибов, усилий) от каждой силы, приложенной отдельно. Принцип справедлив для линейно-деформируемых систем при малых перемещениях.

- **Принцип Сен-Венана:** в точках конструкции, достаточно удаленных от места приложения локальной (сосредоточенной) нагрузки, распределение внутренних напряжений не зависит от способа ее приложения и определяется только равнодействующей этой нагрузки.

- **Гипотеза плоских сечений (Гипотеза Бернулли):** сечения стержня, плоские и перпендикулярные его продольной оси до деформации, остаются плоскими и перпендикулярными его оси после деформации. Эта гипотеза

является геометрической основой для вывода большинства расчетных формул изгиба, кручения и растяжения.

Структурно данные методические указания построены по модульному принципу: от простых видов деформаций (осевое растяжение-сжатие, сдвиг) к сложным (поперечный изгиб, внецентренное сжатие) и специальным разделам (устойчивость, динамика, пластичность). Каждый раздел содержит необходимый теоретический базис, формульный аппарат и методические рекомендации, позволяющие студенту успешно выполнять расчетно-графические работы и готовиться к промежуточной аттестации.

РАЗДЕЛ 1. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ

1.1 Внутренние силы. Метод сечений (РОЗУ)

При центральном растяжении-сжатии в поперечных сечениях бруса возникает только один внутренний силовой фактор — **продольная сила**

Для ее определения используется метод сечений, описываемый mnemonic правилом **РОЗУ**:

1. **Р**ассекаем брус в интересующей точке.
2. **О**ткидываем одну из частей (обычно более сложную).
3. **З**аменяем действие отброшенной части эквивалентными внутренними усилиями

4. Уравновешиваем оставшуюся часть уравнениями статики: $\Sigma F_z = 0$

Правило знаков: Сила N считается положительной (растягивающей), если она направлена от рассматриваемого сечения наружу.

1.2 Напряжения и деформации. Закон Гука

Нормальные напряжения σ распределяются по площади сечения A равномерно:

$$\sigma = N/A$$

Линейная деформация стержня длиной l подчиняется **закону Гука**: $\Delta l = N \cdot l / (E \cdot A)$, где E — модуль продольной упругости материала (модуль Юнга), а произведение EA — жесткость сечения при растяжении-сжатии.

Относительная продольная деформация: $\varepsilon = \Delta l / l$.

Связь поперечной ε' и продольной деформации ε определяется через коэффициент Пуассона ν :

$$\varepsilon' = -\nu \cdot \varepsilon$$

РАЗДЕЛ 2. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ И НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ-СЖАТИИ

2.1 Расчет по допускаемым напряжениям

Условие прочности при растяжении-сжатии:

$$\sigma_{max} = \frac{|N_{max}|}{A} \leq [\sigma]$$

где $[\sigma]$ — допускаемое напряжение, определяемое как предел текучести σ_T или предел прочности σ_B , деленный на коэффициент запаса прочности n .

2.2 Раскрытие статической неопределимости

Если уравнений статики недостаточно для определения всех неизвестных усилий в элементах (число неизвестных реакций/сил больше числа независимых уравнений равновесия), система является **статически неопределимой**.

Алгоритм раскрытия:

1. **Статическая сторона задачи:** составляются уравнения равновесия для узлов или системы в целом.

2. **Геометрическая сторона задачи:** составляется уравнение совместности деформаций (устанавливается геометрическая связь между удлинениями или укорочениями стержней системы из схемы ее возможного поворота/смещения).

3. **Физическая сторона задачи:** выражаются изменения длин стержней через искомые внутренние силы по закону Гука: $\Delta l_i = (N_i * l_i) / (E_i * A_i)$

4. **Синтез:** Физические уравнения подставляются в геометрическое. Полученная система уравнений совместно со статикой однозначно раскрывает неизвестные N_i .

2.3 Температурные напряжения

При изменении температуры среды на ΔT в статически неопределимых конструкциях возникают температурные напряжения. Свободное температурное удлинение $\Delta l_T = \alpha \Delta T$ (где α — коэффициент линейного

температурного расширения) стеснено жесткими связями, что создает эквивалентную сжимающую или растягивающую силу.

РАЗДЕЛ 3. СДВИГ И КРУЧЕНИЕ. РАСЧЕТ БОЛТОВЫХ И ЗАКЛЕПОЧНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

3.1 Чистый сдвиг. Закон Гука при сдвиге

Чистый сдвиг — напряженное состояние, при котором по площадкам сечения действуют только касательные напряжения τ . Закон Гука при сдвиге связывает напряжения со сдвиговой деформацией (углом сдвига γ):

$$\tau = G \cdot \gamma,$$

где $G = E/(2+2\nu)$ — модуль сдвига (модуль упругости второго рода).

3.2 Практический расчет соединений строительных конструкций

В болтовых и заклепочных соединениях рассчитывают два основных предельных состояния: срез элемента и смятие стенок соединяемых листов.

1. Расчет на срез: предполагается, что касательные напряжения распределены по площади болта равномерно:

$$\tau = \frac{F}{n \cdot m \cdot A_{\text{болта}}} \leq [\tau_{\text{ср}}]$$

где n — общее число болтов в соединении; m — число плоскостей среза одного болта; $A_{\text{болта}} = \pi d^2/4$.

2. Расчет на смятие: оценивает давление на боковую цилиндрическую поверхность:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{n \cdot d \cdot \sum t_{\min}} \leq [\sigma_{\text{см}}],$$

где d — диаметр болта, $\sum t_{\min}$ — наименьшая суммарная толщина листов, сминаемых в одном направлении.

РАЗДЕЛ 4. КРУЧЕНИЕ СТЕРЖНЕЙ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

4.1 Внутренний крутящий момент

Кручение стержней круглого сечения (вала) — это вид деформации, при котором в любом поперечном сечении стержня возникает только один внутренний силовой фактор — **крутящий момент** M_k (или T). Он определяется методом сечений из условия $\Sigma M_k = 0$. Положительным считается момент, вращающий рассматриваемое сечение против часовой стрелки при взгляде со стороны внешней нормали.

При анализе круглых стержней (сплошных или полых) выполняется **гипотеза плоских сечений** (гипотеза Бернулли): поперечные сечения, плоские и перпендикулярные оси стержня до деформации, остаются плоскими и перпендикулярными его оси после деформации, а радиусы сечений не искривляются и остаются прямыми.

4.2. Касательные напряжения

При кручении в поперечном сечении возникают только касательные напряжения τ . Они распределяются линейно по радиусу — от нуля в центре до максимума на внешней поверхности:

$$\tau = M_k * r / I_p$$

где M_k — крутящий момент в сечении; r — расстояние от оси стержня до исследуемой точки; I_p — полярный момент инерции сечения.

Максимальное напряжение возникает на внешней поверхности ($r = d/2$):

$$\tau_{\max} = M_k / W_p,$$

где $W_p = I_p / r$ — полярный момент сопротивления сечения.

4.3. Геометрические характеристики сечений

В зависимости от типа круглого сечения (сплошное или трубчатое) формулы для I_p и W_p различаются (d — внешний диаметр, $d_{\text{вн}}$ — внутренний диаметр):

Тип сечения	Полярный момент инерции I_p	Полярный момент сопротивления W_p
Сплошное круглое	$I_p = \pi d^4/32 \sim 0.1d^4$	$W_p = \pi d^3/16 \sim 0.2d^3$
Полое (трубчатое)	$I_p = \pi d^4/32(1-c^4)$	$W_p = \pi d^3/16(1-c^4)$

Здесь коэффициент $c = d_{вн}/d$.

4.4. Деформации (Угол закручивания φ)

Угол, на который поворачивается одно сечение относительно другого на расстоянии l , называется **углом закручивания**:

$$\varphi = M_k \cdot l / (G \cdot I_p),$$

где G — модуль сдвига (модуль упругости второго рода) материала; $G \cdot I_p$ — жесткость сечения при кручении.

4.5. Расчет на прочность

Условие прочности: Максимальные возникающие напряжения не должны превышать допускаемые $[\tau]$:

$$\tau_{\max} = M_k / W_p \leq [\tau]$$

РАЗДЕЛ 5. ПРЯМОЙ ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ

Прямой поперечный изгиб — это вид нагружения стержня (балки), при котором все внешние силы (и моменты) действуют в **одной из главных плоскостей инерции** сечения, а результирующий вектор сил перпендикулярен продольной оси стержня.

5.1. Внутренние усилия при прямом поперечном изгибе

Для определения внутренних усилий применяется **метод сечений**. Если рассечь балку произвольным поперечным сечением, то для уравнивания отсеченной части в этом сечении необходимо приложить **два внутренних силовых фактора**:

1. **Поперечная сила Q (или Q_y)** — это интегральный результат действия внутренних касательных напряжений. Численно она равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, действующих по одну сторону от сечения, на вертикальную ось сечения.

2. **Изгибающий момент M (или M_x)** — это интегральный результат действия внутренних нормальных напряжений. Численно он равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил и пар сил, действующих по одну сторону от сечения, относительно главной центральной оси сечения.

Правило знаков (классическое):

➤ **Поперечная сила Q** положительна, если внешние силы стремятся повернуть рассматриваемую (отсеченную) часть балки **по часовой стрелке** относительно сечения.

➤ **Изгибающий момент M** положителен, если внешние нагрузки стремятся изогнуть балку так, чтобы **сжимались верхние волокна**, а растягивались — нижние (балка принимает форму «чаши»).

5.2. Дифференциальные зависимости при изгибе (теорема Журавского — Шваблера)

Если рассмотреть бесконечно малый элемент балки длиной dx , нагруженный распределенной нагрузкой $q(x)$, и составить для него уравнения равновесия (сумму сил на вертикальную ось и сумму моментов), мы получим фундаментальные **дифференциальные зависимости Журавского — Шваблера**:

$$dQ/dx = -q$$

$$dM/dx = Q$$

Следствие из этих уравнений связывает вторую производную момента с интенсивностью нагрузки:

$$d^2M/dx^2 = -q$$

Здесь знак «минус» перед q зависит от принятого направления внешней нагрузки (в данном случае нагрузка q направлена вертикально вниз).

5.3. Геометрический смысл зависимостей (правила для контроля эпюр)

Дифференциальные зависимости Журавского — Шваблера являются главным инструментом проверки правильности построения эпюр Q и M :

1. На участках, где нет распределенной нагрузки ($q = 0$):

Производная $dQ/dx = 0$ и эпюра Q идет **параллельно оси** балки (константа).

Производная $dM/dx = Q = \text{const}$ и эпюра M меняется по **линейному закону** (наклонная прямая).

2. На участках под равномерно распределенной нагрузкой ($q = \text{const}$):

Эпюра Q меняется по **линейному закону** (наклонная прямая).

Эпюра M меняется по **закону квадратной параболы**. При этом выпуклость параболы всегда направлена *навстречу* действию распределенной нагрузки q .

3. Экстремумы изгибающего момента:

Если в некоторой точке поперечная сила обращается в ноль ($Q = 0$), то в этом сечении изгибающий момент M принимает **экстремальное значение** (максимум или минимум), так как его первая производная равна нулю.

5.4. Нормальные и касательные напряжения

1. Нормальные напряжения σ (Формула Навье)

Нормальные напряжения возникают под действием **изгибающего момента** M_x . Они стремятся удлинить (растянуть) или укоротить (сжать) продольные волокна балки.

Формула Навье для произвольной точки сечения на расстоянии y от нейтральной оси: $\sigma = M_x/I_x \cdot y$

Максимальное нормальное напряжение в самых удаленных волокнах $y = y_{\max}$: $\sigma_{\max} = M_x/W_x$

2. Касательные напряжения τ (Формула Журавского)

Касательные напряжения возникают под действием **поперечной силы** Q_y . Они стремятся сдвинуть (сколоть) слои балки друг относительно друга.

Формула Журавского:

$$\tau = Q_y \cdot S_x / I_x \cdot b_y$$

где Q_y — поперечная сила в сечении; I_x — момент инерции всего сечения относительно главной оси; b_y — ширина сечения на уровне, где мы ищем напряжение; S_x — статический момент отсеченной части сечения.

РАЗДЕЛ 6. ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ

При поперечном изгибе под действием внешних нагрузок ось балки искривляется. Определение деформаций и перемещений необходимо для расчета балок на жесткость — это гарантирует, что прогибы элементов (например, перекрытий или валов) не превысят допустимых норм [f].

Виды перемещений при изгибе

В любой точке оси балки (на расстоянии x от опоры) возникают два типа перемещений:

1. **Прогиб $v(x)$ (или y)** — вертикальное смещение центра тяжести поперечного сечения по направлению, перпендикулярному первоначальной оси балки (измеряется в *метрах, сантиметрах или миллиметрах*).

2. **Угол поворота сечения $\theta(x)$ (или α)** — угол, на который поперечное сечение поворачивается относительно своего первоначального положения. Численно он равен углу между касательной к искривленной оси балки и исходной горизонтальной осью (измеряется в *радианах*).

Геометрическая связь: Угол поворота является первой производной от прогиба по координате x :

$$\theta(x) = dv(x)/dx = v'(x)$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какая гипотеза является фундаментальной при расчете круглых валов на кручение и в чем ее физический смысл?
2. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечном сечении круглого стержня при кручении, а какие равны нулю?
3. Каков характер распределения касательных напряжений τ по радиусу круглого сплошного сечения? Где они равны нулю, а где максимальны?
4. Напишите формулы для расчета полярного момента инерции I_p и полярного момента сопротивления W_p для сплошного круга диаметром d .
5. Чем отличается характер распределения касательных напряжений при кручении сплошного вала от полого (трубчатого) вала?
6. Напишите условия прочности и жесткости при кручении круглого стержня. Какие физико-механические характеристики материала в них входят?
7. Что такое «жесткость сечения при кручении» и в каких единицах она измеряется?
8. Какой изгиб называется *прямым*, а какой — *поперечным*? Приведите примеры.
9. Сформулируйте правила знаков для поперечной силы Q и изгибающего момента M .
10. Запишите дифференциальные зависимости Журавского — Шваблера, связывающие изгибающий момент, поперечную силу и интенсивность распределенной нагрузки.
11. Как ведет себя эпюра изгибающих моментов M на участке балки, где распределенная нагрузка отсутствует $q = 0$, а поперечная сила Q постоянна и положительна?
12. Какую геометрическую особенность имеет эпюра моментов M в сечении, где поперечная сила Q пересекает нулевую линию (меняет знак)?

13. Что происходит с эпюрами Q и M в точке приложения сосредоточенной силы? А в точке приложения сосредоточенного момента?

14. Какие напряжения возникают в поперечном сечении балки под действием изгибающего момента M , а какие — под действием поперечной силы Q ?

15. Напишите формулу Навье для нормальных напряжений. Как они распределяются по высоте сечения?

16. Что такое нейтральный слой (нейтральная ось) сечения? Где он проходит и чему равны напряжения на нем?

17. Напишите формулу Журавского для касательных напряжений при изгибе. Объясните, что такое статический момент отсеченной части сечения S_x^* .

18. Сравните эпюры нормальных σ и касательных τ напряжений по высоте прямоугольного сечения. В каких точках они достигают экстремумов, а в каких равны нулю?

19. Какая математическая (геометрическая) связь существует между прогибом балки $v(x)$ и углом поворота ее поперечного сечения $\theta(x)$?

20. Сформулируйте суть способа Верещагина (графоаналитического метода перемножения эпюр). Какое обязательное условие должно выполняться для одной из перемножаемых эпюр?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов : учебник для вузов / В. И. Феодосьев. – 18-е изд., стер. – Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2021. – 544 с. – (Серия «Terra Mechanica»).
2. Александров, А. В. Сопротивление материалов : учебник для вузов : в 2 частях. Часть 1 / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин ; под ред. А. В. Александрова. – 4-е изд., перераб. – Москва : Издательство Юрайт, 2026. – 294 с. – (Высшее образование).
3. Дарков, А. В. Сопротивление материалов : учебник для технических вузов / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – 6-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 624 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
4. Писаренко, Г. С. Сопротивление материалов : учебник для инженерно-технических специальностей вузов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев ; под ред. Г. С. Писаренко. – 6-е изд., перераб. – Киев : Дельта, 2020. – 744 с.
5. Ицкович, Г. М. Сопротивление материалов : учебное пособие для втузов / Г. М. Ицкович. – 9-е изд., стер. – Москва : Альянс, 2023. – 480 с.
6. Феодосьев, В. И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов : учебное пособие / В. И. Феодосьев. – 6-е изд., испр. – Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2019. – 400 с.
7. Атапин, В. Г. Сопротивление материалов. Сборник заданий с примерами их решений : учебное пособие для вузов / В. Г. Атапин. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 409 с. – (Высшее образование).
8. Беляев, Н. М. Сборник задач по сопротивлению материалов : учебное пособие для вузов / Н. М. Беляев ; под ред. В. К. Качурина. – 16-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 432 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
9. Миролубов, И. Н. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов : учебное пособие / И. Н. Миролубов, С. А. Фридман, В. Л. Ларин [и др.]. – 8-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 448 с.