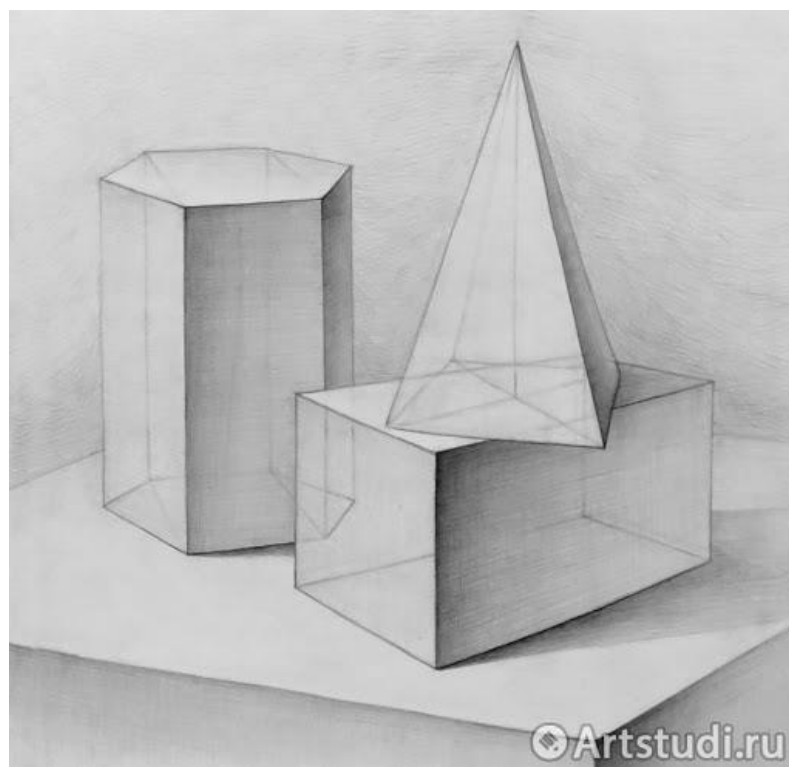


**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Майкопский государственный технологический университет»
Технологический факультет
Кафедра строительных и общепрофессиональных дисциплин**

**Методическое пособие по изучению дисциплины
«Начертательная геометрия»**



Для студентов направления подготовки 08.03.01 Строительство.
очной и заочной форм обучения

УДК 514.18(07)

ББК 22.151

М-54

Рассмотрено на заседании учебно-методического совета направления подготовки 08.03.01 Строительство.

Составитель: старший преподаватель Васильченко Н. П.,

Рецензент:

Доктор технических наук, доцент кафедры строительных и общепрофессиональных дисциплин З.А. Меретуков.

Рецензент: Профессор доктор технических наук, кафедры «Строительных и общепрофессиональных дисциплин» З.А. Меретуков.

Методическое пособие по изучению дисциплины «Начертательная геометрия»:
для студентов очной и заочной форм обучения по направлению подготовки 08.03.01
Строительство. Составитель: Н. П. Васильченко – Майкоп.

Пособие предназначено для студентов вузов строительных специальностей, составлено в соответствии с программой курса начертательной геометрии. В пособии рассмотрены методы проецирования пространственных форм и способы раскрытия их геометрических закономерностей по плоским изображениям. Приведены методы изображений, используемые в практике проектирования: основы начертательной геометрии, ортогональные проекции, методы преобразования чертежа, аксонометрия. Настоящее пособие может быть использовано студентами как очной, так и заочной формы обучения.

Цели и задачи дисциплины

Учебная дисциплина «Начертательная геометрия» является общепрофессиональной дисциплиной, формирующей базовые знания, необходимые для освоения специальных дисциплин. В настоящее время темпы развития строительного производства требуют высокого уровня подготовки инженеров-строителей. В приобретении необходимых знаний значительную роль играет графическая грамотность инженеров.

Умение правильно выполнить и прочесть чертеж вырабатывается в результате овладения курсом начертательной геометрии и инженерного черчения. Эти знания, умения и навыки необходимы при изучении общепрофессиональных и специальных дисциплин, а также в практической инженерной деятельности.

Целью дисциплины является изучение приемов и методов построения изображений пространственных форм на плоскости и способов решения задач геометрического характера по заданным изображениям этих форм.

Задачи дисциплины состоят в том, чтобы научить студента основным приемам решения геометрических задач, правилам чтения и построения изображений машиностроительных деталей, сборочных узлов, схем и строительных конструкций.

Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате освоения дисциплины студенты должны:

Знать правила разработки, выполнения, оформления и чтения конструкторской документации; способы графического представления пространственных форм и схем; стандарты ЕСКД и СПДС; правила получения проекций предметов, их положение и назначение, основные приемы решения геометрических задач,

Уметь использовать полученные знания в своей профессиональной деятельности; использовать полученные знания при выполнении курсовых расчетно-графических и дополнительных работ, решать основные геометрические задачи с использованием методов преобразования проекций, известных геометрических приемов и т.п.

Студент должен иметь представление о способах получения проекций, основных элементах пространственных форм и их положениях в пространстве (точка, прямая, плоскость, многогранники и тела вращения); об основных способах решения геометрических задач.

Также студент должен иметь представление о правилах выполнения чертежей машиностроительных деталей, кинематических и др. схем, строительных чертежей

Преподавание дисциплины должно иметь практическую направленность. Для закрепления теоретических знаний и приобретения необходимых практических навыков и умений программой дисциплины предусматривается проведение практических занятий (для выполнения инженерно-практических работ).

В рабочей программе дисциплины наряду с практическими занятиями планируется самостоятельная работа студентов и указывается ее тематика.

Содержание разделов дисциплин

Лекционный курс

Тема 1. Проекции центральные и параллельные. Метод Монжа. Система прямоугольных координат. Точка в пространстве и на плоскости. Эпюр Монжа.

Проекции центральные и параллельные.

Метод, которым в начертательной геометрии получают изображения, называется *методом проекций*.

Центральное проецирование заключается в проведении через каждую точку A, B, C изображенного объекта и выбранный *центр проекций* S прямой линии (луча) называемой *проецирующей*. Пересечение этой прямой с некоторой *плоскостью проекций* H дает точку, являющуюся проекцией данной точки (рис. 1).

При заданных центре проекций S и плоскости проекций H каждая точка пространства имеет на плоскости H единственную свою проекцию. И наоборот, одна проекция точки не определяет единственного положения точки в пространстве. На проецирующей прямой Sa может находиться бесконечное число точек A_1, A_2, A_3 , проекциями которых является точка a (рис. 2).

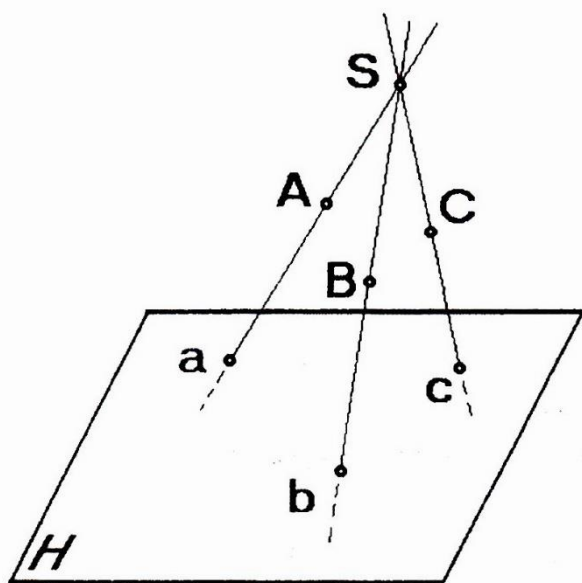


Рис. 1.

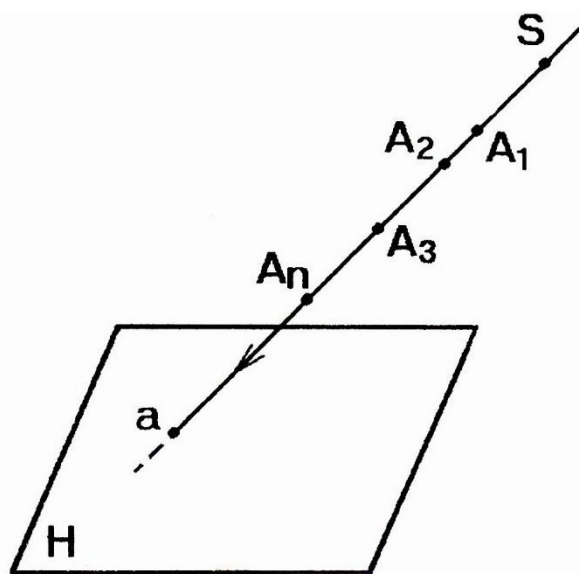


Рис. 2.

Параллельное проецирование заключается в проведении проецирующей прямой через проецируемую точку параллельно заданному направлению (рис. 3).

Чтобы получить параллельную проекцию некоторой линии, можно построить проекции ряда ее точек и провести через эти проекции линию. Параллельные проекции делятся на *косоугольные* и *прямоугольные*. В первом случае направление проецирования составляет с плоскостью проекции угол, не равный 90^0 ; во втором случае проецирующие прямые перпендикулярны к плоскости проекции.

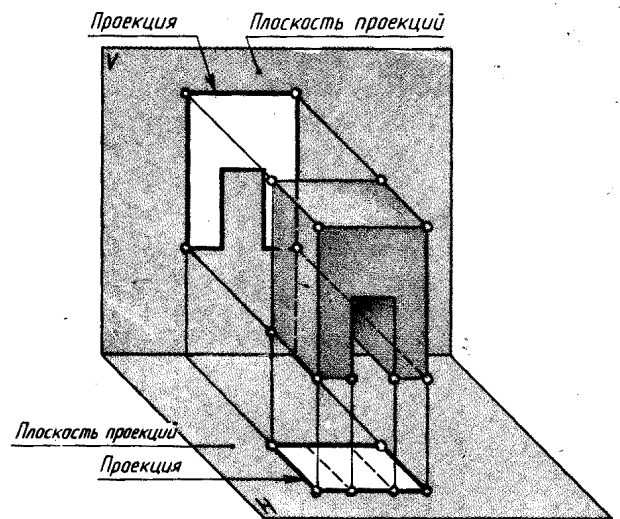


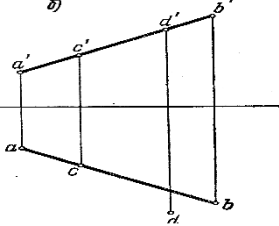
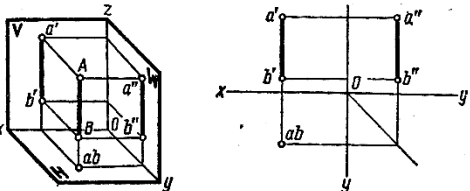
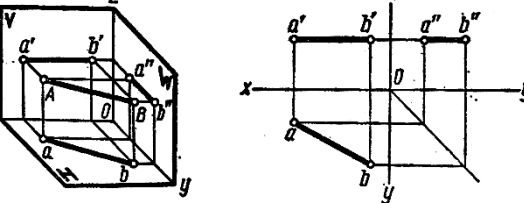
Рис. 3.

Слово «*прямоугольный*» часто заменяют словом «*ортогональный*», образованным из слов древнегреческого языка, обозначающих «*прямой*» и «*угол*».

Свойства параллельного прямоугольного проецирования можно изучить в таблице 1.

Таблица 1.

Изображения	Свойства
	<p>1.1. Проекция точки есть точка.</p> <p>1.2. Каждая точка на плоскости проекции может быть проекцией множества точек, если через них проходит общая для них проецирующая прямая.</p>
	<p>2.1. Проекция прямой есть прямая.</p> <p>2.2. Каждая линия на плоскости проекции может быть проекцией множества линий, если они лежат в общей проецирующей плоскости. Для единственного решения необходимы дополнительные условия.</p> <p>2.3. Для построения проекции прямой достаточно спроецировать две ее точки и через полученные проекции провести прямую.</p>

	<p>3. Если точка принадлежит прямой, то проекция точки принадлежит проекции прямой.</p>
	<p>4. Если прямая параллельна направлению проецирования, то проекцией прямой является точка.</p>
	<p>8. Прямая, параллельная плоскости проекции, проецируется в натуральную величину.</p>

Проецирование точки на две плоскости проекции.

Две взаимно перпендикулярные плоскости проекции образуют четыре двугранных угла, называемых четвертями (рис. 4.1).

V – фронтальная плоскость проекций (она всегда занимает вертикальное положение);

H – горизонтальная плоскость проекций;

OX – горизонтальная ось проекций (линия пересечения плоскостей проекций).

Для получения эюра (плоского чертежа) горизонтальную плоскость проекций H поворачивают вокруг оси OX на 90° , при этом передняя пола плоскости H опускается вниз, а задняя поднимается вверх (рис 4.2).

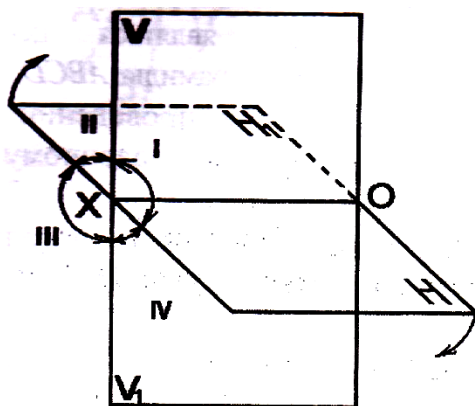


Рис. 4.1.

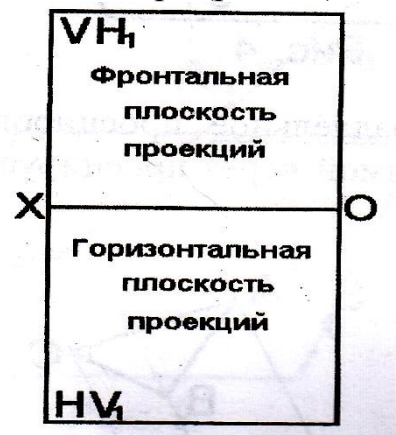


Рис. 4.2.

Метод Монжа. Сведения и приемы построений, обуславливаемые потребностью в плоских изображениях пространственных форм, накапливались постепенно еще с древних времен. В течение продолжительного периода плоские изображения выполнялись

преимущественно как изображения наглядные. Постепенно накопившиеся отдельные правила и приемы построений таких изображений были приведены в систему и развиты в труде французского ученого Монжа, изданном в 1799 г.

Гаспар Монж (1746 – 1818) вошел в историю как крупный французский геометр конца XVIII и начала XIX в.в., инженер, общественный и государственный деятель. Изложенный Монжем метод – *метод параллельного проецирования* (причем берутся прямоугольные проекции на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций) – обеспечивая выразительность, точность и удобоизмеримость изображений предметов на плоскости, был и остается основным методом составления технических чертежей.

Проецирование точки на три плоскости проекций.

В ряде построений и при решении задач оказывается необходимым вводить в систему H , V и другие плоскости проекций. Три взаимно перпендикулярные плоскости образуют систему трех плоскостей проекций. К известным двум плоскостям проекций горизонтальной H , фронтальной V , добавляется третья плоскость – профильная W .

Плоскости проекций пересекаются по *осям проекций* OX , OY , OZ .

OX - ось абсцисс перпендикулярна плоскости W ;

OY – ось ординат перпендикулярна плоскости V ;

OZ – ось аппликат перпендикулярна плоскости H .

Построим проекции точки A на аксонометрической проекции и на эюре (рис. 5).

Опустим из точки A перпендикуляры на три плоскости проекции. В пересечениях перпендикуляров с плоскостями получим точки, которые принято обозначать следующим образом:

a – горизонтальная проекция точки A ;

a' – фронтальная проекция точки A ;

a'' – профильная проекция точки A .

a_x , a_y , a_z – координаты точки A .

Для получения эюра развернем плоскости H и W на 90° в положение фронтальной плоскости проекций, как показано на рисунке 5

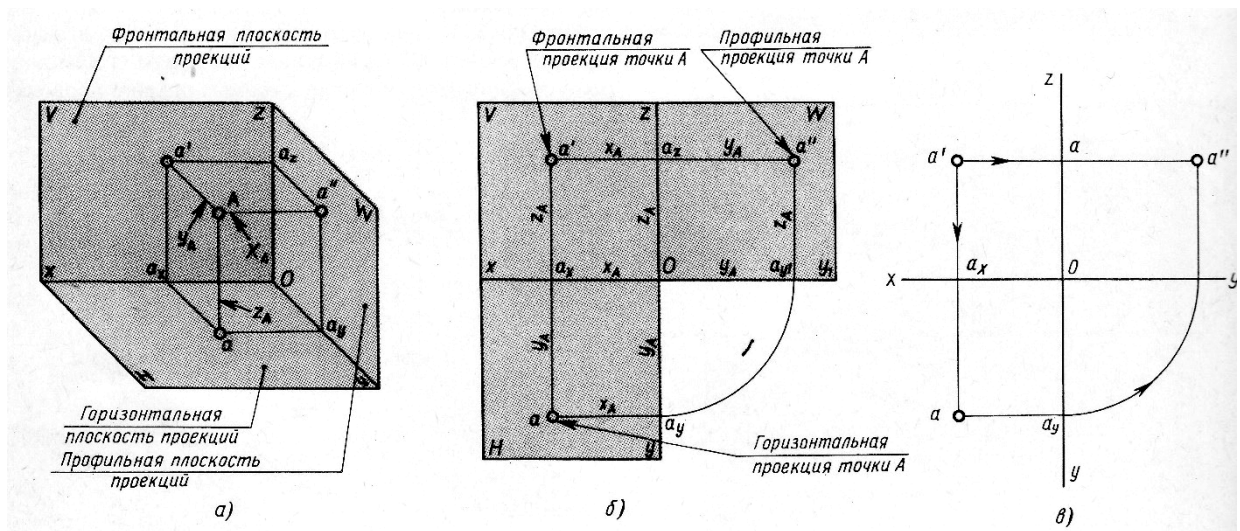


Рис. 5.

Конкурирующие точки.

Точки, проекции которых совпадают на какой-либо плоскости проекции, называются конкурирующими (рис.6).

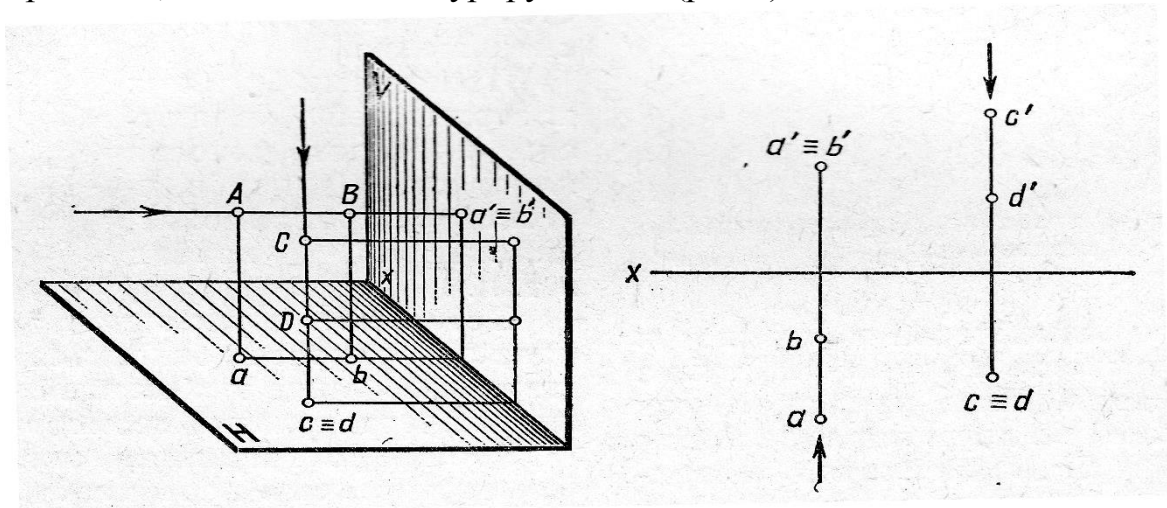


Рис. 6.

Контрольные вопросы

1. Проекция точки.
2. Плоскости проекций.
3. Параллельные и центральные проекции.
4. Прямоугольные и косоугольные проекции.
5. Взаимное расположение в пространстве плоскостей проекций и проецирующих лучей в ортогональных проекциях.
6. Эпюр, комплексный чертеж точки.
7. Координаты точки.

Тема 2. Прямая и точка. Прямые общего и частного положения. Следы прямой. Деление отрезка в заданном соотношении. Взаимное положение двух прямых.

По свойству параллельного прямоугольного проецирования построение прямой линии сводится к построению проекций двух ее точек, так как две точки вполне определяют положение прямой в пространстве. Такими точками являются крайние точки отрезка заданной прямой.

Наглядный пример и эпюр построения проекции отрезка прямой AB показан на рисунках 7.1 и 7.2.

Положение прямой линии относительно плоскостей проекций.

Прямая в пространстве может занимать относительно плоскостей проекций следующие положения:

- 1) общее, когда прямая имеет углы наклона ко всем плоскостям проекций;
- 2) уровня, когда прямая параллельна только одной плоскости проекций: H , V или W ;
- 3) проецирующее, когда прямая перпендикулярна одной из плоскостей проекций: H , V или W .

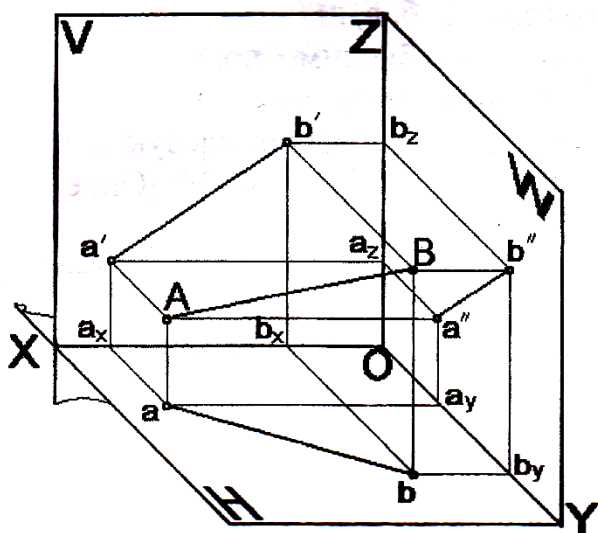


Рис 7.1.

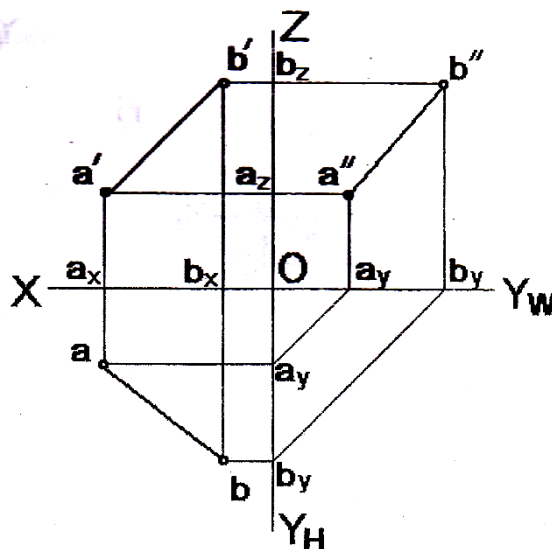


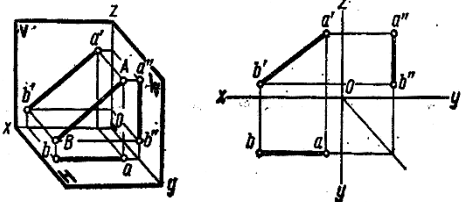
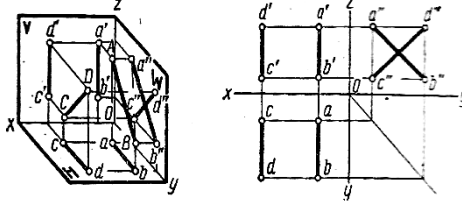
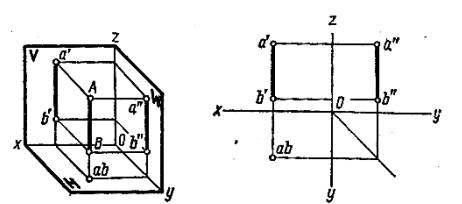
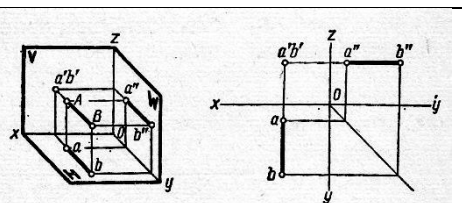
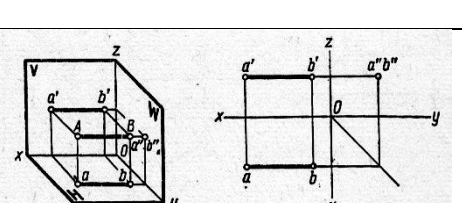
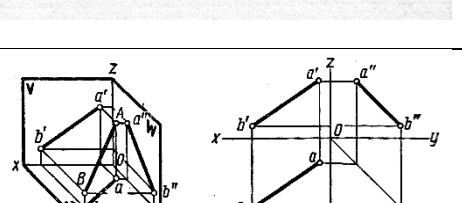
Рис. 7.2.

Во втором случае одна проекция отрезка прямой равна самому отрезку. В третьем случае две проекции отрезка равны самому отрезку. Эти отрезки занимают *особые* или *частные* положения относительно плоскостей проекций.

Различные положения прямой линии относительно плоскостей проекций можно рассмотреть в таблице 3:

Таблица 3.

Горизонтальная	$AB \parallel H$		ab – натуральная величина
----------------	------------------	--	-----------------------------

Фронтальная	$AB \parallel V$		$a'b'$ - натуральная величина
Профильная	$AB \parallel W$		$a''b''$ - натуральная величина
Горизонтально-проецирующая	$AB \perp H$		$a'b' = a''b''$ - натуральная величина
Фронтально-проецирующая	$AB \perp V$		$A_1B_1 = a''b''$ - натуральная величина
Профильно-проецирующая	$AB \perp W$		$ab = a'b'$ - натуральная величина
Общего положения	AB не $\parallel$ и не $\perp$ к H и V		натуральной величины нет

Прямая и точка.

По свойству параллельного прямоугольного проецирования если точка принадлежит прямой, то проекции точки принадлежат проекциям этой прямой.

Из двух точек C и D приведенных на рисунке 8 лишь одна точка C лежит на прямой AB .

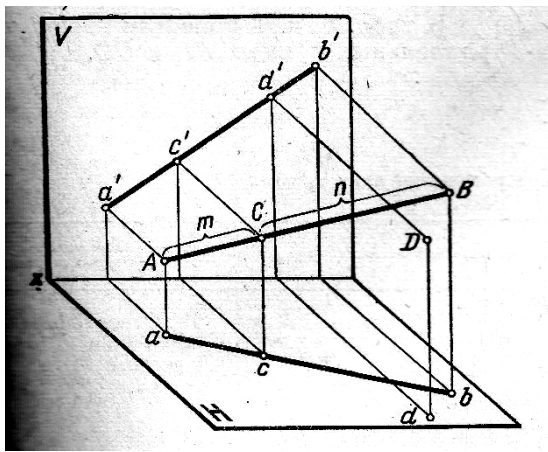
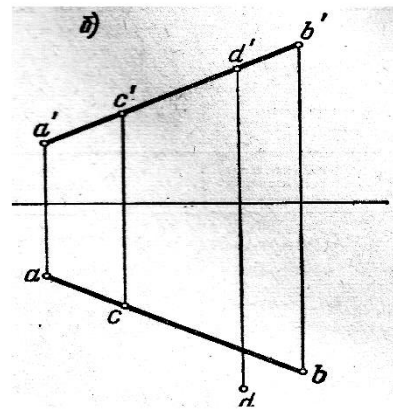


Рис. 8.

Определение натуральной величины отрезка прямой общего положения и углов наклона ее к плоскостям проекций

Прямые общего положения проецируются на плоскости проекций с искажением. Прямоугольные проекции таких прямых меньше действительных размеров.

Иногда возникает необходимость по заданным проекциям отрезка прямой определить его действительные размеры. Это можно сделать, применяя *способ прямоугольных треугольников*.

Пусть ab – горизонтальная проекция отрезка AB (рис.9).

Если через точку A провести прямую AB_1 , параллельную ab , то получим прямоугольный треугольник AB_1B с прямым углом при вершине B_1 . Катет BB_1 равен разности расстояний от конца отрезка B и A до плоскости H , т. е. разности координат – $\Delta Z = Z_B - Z_A$. Отрезок AB – гипотенуза треугольника AB_1B .

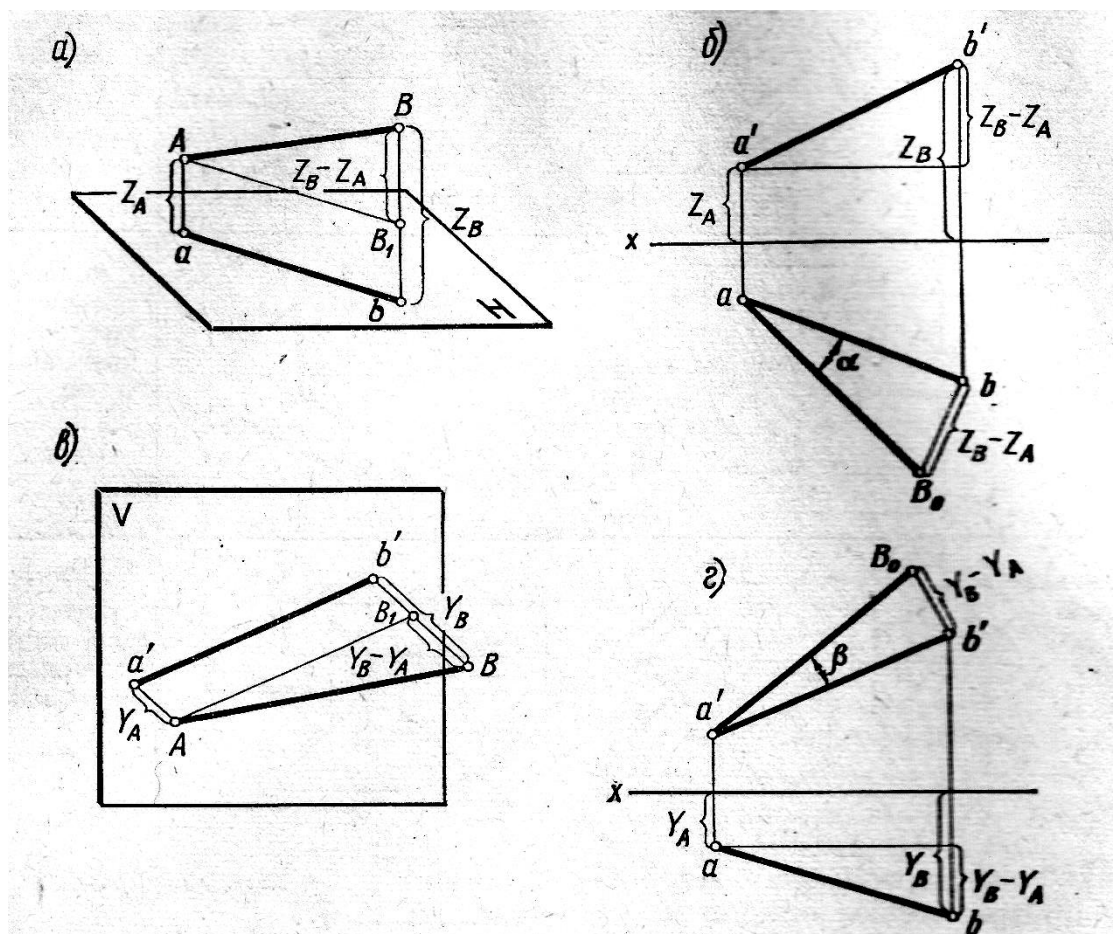


Рис. 9.

Прямоугольный треугольник, равный треугольнику AB_1B , можно построить на эюре (рис.9,б). Один катет этого треугольника – горизонтальная проекция отрезка ab , другой равен разности координат $\Delta Z = Z_B - Z_A$, которую определяют графически как разность расстояний от концов фронтальной проекции отрезка b' и a' до оси x . Гипотенуза aB_0 полученного прямоугольного треугольника равна действительной длине отрезка AB .

Угол α между прямой и ее горизонтальной проекцией определяет угол между прямой и плоскостью проекций H .

Очевидно, рассуждая аналогично, можно действительную величину отрезка определить построением прямоугольного треугольника на фронтальной проекции (рис 9, в и г). Построенный при вершине a' угол β равен углу наклона прямой к фронтальной плоскости проекции V .

Деление отрезка в данном отношении.

Одним из свойств параллельного проецирования является то, что *отношение отрезков прямой линии равно отношению их проекций* $AB/BC = ab/bc$ (рис. 10.). Аналогично, отношение отрезков на проекции прямой линии равно отношению отрезков на этой прямой. Если бы точка делила пополам отрезок прямой, то проекция этой точки также делила бы проекцию отрезка пополам, и наоборот. Из сказанного следует, что на рисунке 10 деление проекций ac проекцией точки b соответствует делению в пространстве отрезка AC точкой B в том же отношении.

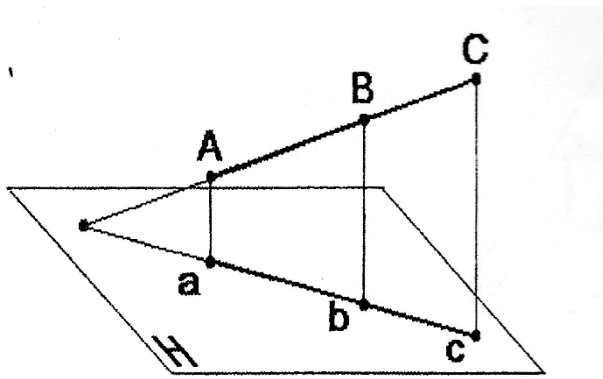


Рис. 10.

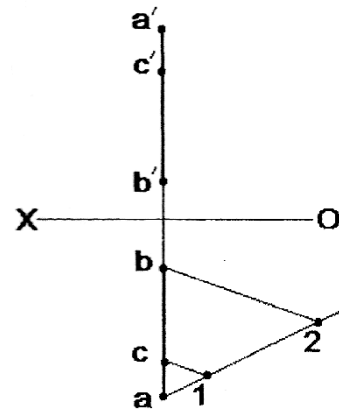


Рис. 11.

Этим можно воспользоваться для деления отрезка прямой линии в некотором заданном отношении (рис. 11).

Отрезок AB разделен в отношении $1:2$. Из точки c проведена вспомогательная прямая, на которой отложено 3 ($1 + 2$) отрезков произвольной длины, но равных между собой. Проведя отрезок $b2$ и параллельно ему через точку 1 прямую, получаем точку c , причем $ac : cb = 1:2$; затем находим проекцию c' . Точка C делит отрезок в отношении $2 : 5$.

Следы прямой.

Следом прямой называется точка пересечения прямой с плоскостью проекций. Так как след прямой принадлежит одной из плоскостей проекций, то одна из координат каждого следа равна нулю.

Для построения горизонтального следа прямой необходимо продолжить фронтальную проекцию прямой до пересечения с осью OX . Получим фронтальную проекцию горизонтального следа, из которого проводим перпендикуляр к оси OX до пересечения с горизонтальной проекцией прямой. Полученная точка и будет горизонтальным следом прямой M , и его горизонтальной проекцией m . Для построения фронтального следа прямой необходимо продолжить ее горизонтальную проекцию фронтального следа. В этой точке восстанавливаем перпендикуляр к оси OX до пересечения его с фронтальной проекцией прямой. Полученная точка и будет фронтальным следом N прямой и его фронтальной проекцией n' .

Получение следов прямой AB показано на рисунке 12.1, а чертеж – на рисунке 12.2.

M – горизонтальный след прямой AB .

N – фронтальный след прямой AB .

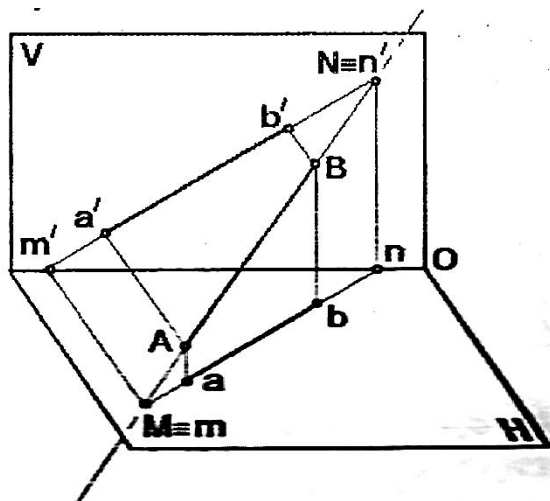


Рис. 12.1.

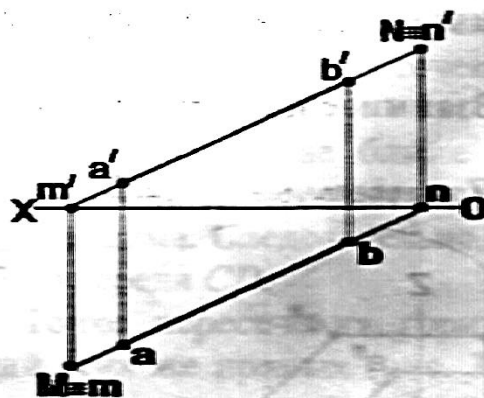


Рис. 12.2.

Взаимное положение прямых.

Две прямые относительно друг друга могут быть параллельными, пересекающимися, скрещивающимися, совпадающими.

Параллельные прямые. Проекции параллельных прямых на любой плоскости (не перпендикулярной данным прямым) – параллельны между собой (рис. 13).

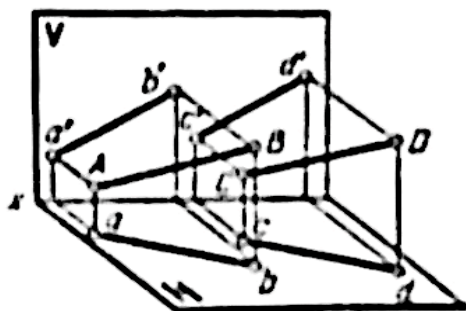
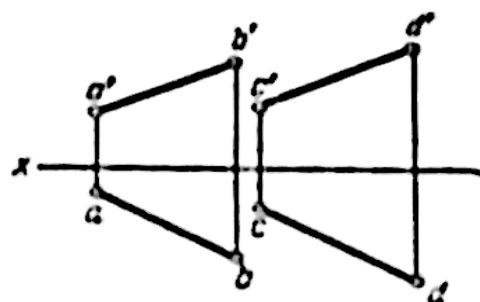


Рис. 13.

Пересекающиеся прямые. У пересекающихся прямых точки пересечения их одноименных проекций лежат на одной линии связи (рис. 14).

Скрещивающиеся прямые. Если прямые не пересекаются и не параллельны между собой, то точки пересечения их одноименных проекций не лежат на одной линии связи (рис. 15).

На этом же примере рассмотрим *метод конкурирующих точек*. Точке пересечения фронтальных проекций прямых AB и CD соответствуют две точки E и F .

Фронтальные проекции точек E и F совпадают, так как они лежат на одном перпендикуляре к плоскости V . Горизонтальная проекция этого перпендикуляра, обозначенного стрелкой, позволяет установить, какая из точек ближе к зрителю. В нашем случае ближе к зрителю находится точка F , лежащая на прямой AB , она будет видима. Следовательно, прямая AB проходит впереди CD .

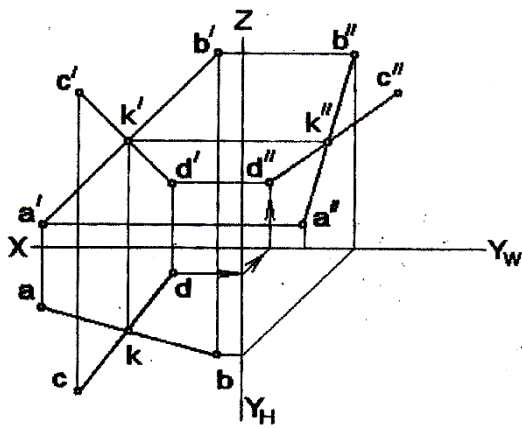


Рис. 14

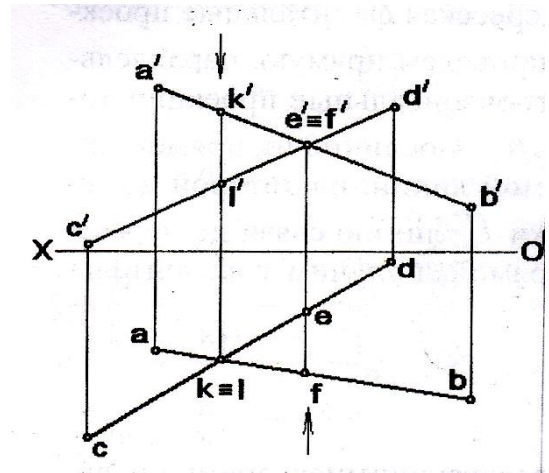


Рис. 15

Точке пересечения горизонтальных проекций этих же прямых соответствует также две точки K и L . Определение их видимости аналогично предыдущему: точки F и K –видимы, а точки E и L – невидимы.

О проекциях прямого угла.

Прямой угол, образованный двумя пересекающимися прямыми линиями, в зависимости от расположения его сторон по отношению к плоскостям проекций может проецироваться любым углом от 0 до 180° .

Если одна из сторон (или обе) прямого угла параллельна плоскости проекций, то угол проецируется на эту плоскость прямым углом (рис. 16).

Обратно, если одна сторона угла параллельна плоскости проекций и угол проецируется на эту плоскость прямым углом, то этот угол прямой.

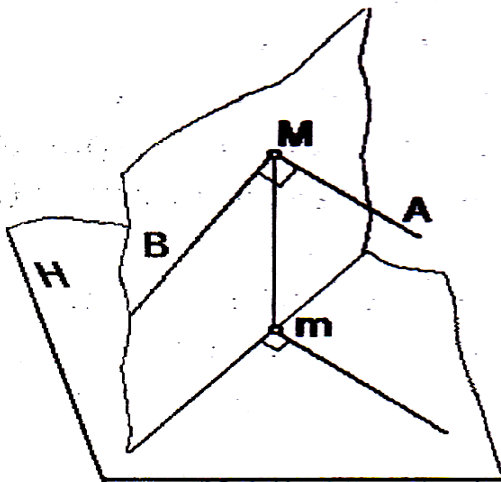
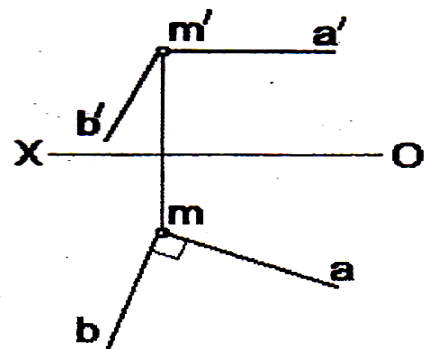


Рис. 16.

Контрольные вопросы

1. Расположения прямых в пространстве относительно плоскостей проекций.
2. Прямая общего положения.
3. Взаимное расположения двух прямых.
4. Способ прямоугольного треугольника.

5. В каком случае проецируется в истинную величину любой линейный угол? При каких условиях проецируется без искажения прямой угол?
6. Следы прямой.

Тема 3. Плоскость. Способы задания плоскости. Плоскость общего и частного положения. Взаимное положение прямой и плоскости. Взаимное положение плоскостей.

Способы задания плоскости.

Положение плоскости в пространстве можно определить: тремя точками, не лежащими на одной прямой (рис.17.1); прямой и точкой вне ее (рис.17.2); двумя пересекающимися прямыми (рис.17.3); двумя параллельными прямыми (рис 17.4); плоскими фигурами ((рис 17.5); следами плоскости ((рис 17.6).

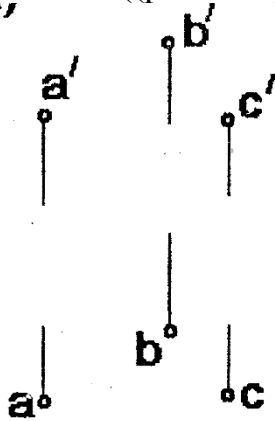


Рис. 17.1.

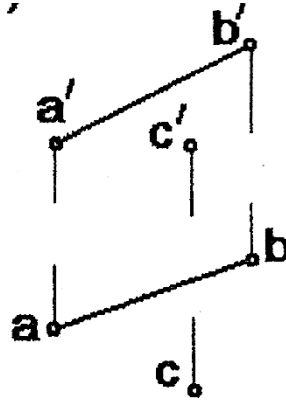


Рис. 17.2.

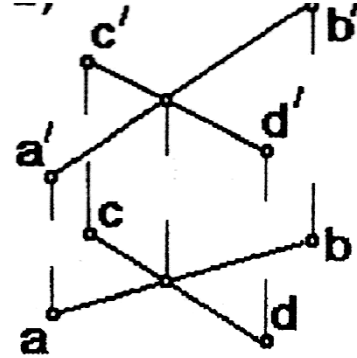


Рис. 17.3.

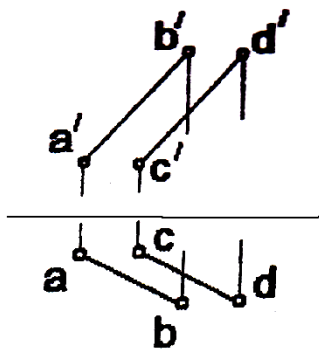


Рис. 17.4.

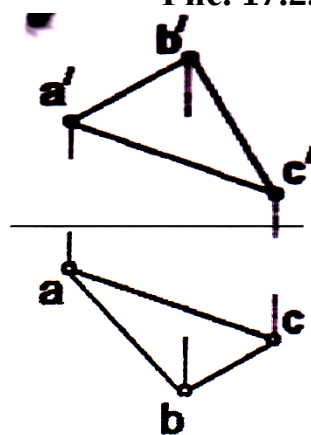


Рис 17.5.

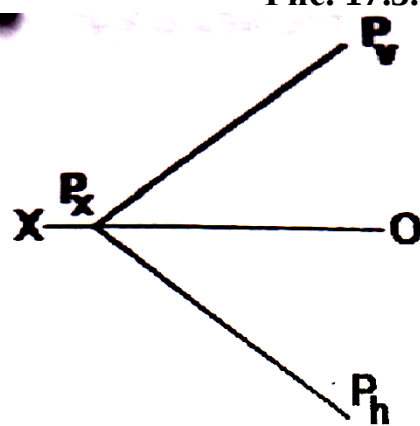


Рис. 17.6.

Следы плоскости

Положение плоскости в пространстве может быть определено ее следами.

Следами плоскости называются прямые линии, по которым данная плоскость пересекается с плоскостями проекций.

В общем случае плоскость имеет три следа – горизонтальный P_H , фронтальный P_V , профильный P_W . В точках P_x, P_y, P_z , лежащих на осях

координат, следы плоскостей пересекаются. Эти точки называются точками схода следов плоскости.

Следы плоскости всегда можно построить, если положение плоскости в пространстве задано одним из перечисленных выше способов.

Если прямая AB лежит в плоскости P , то она пересечет плоскость H в точке M , расположенной на линии P_H , т. е. горизонтальный след прямой, лежащей в плоскости, расположен на горизонтальном следе плоскости. Плоскость V прямая AB пересечет в точке N , расположенной на линии P_V .

Иными словами, следы прямой, лежащей в плоскости, расположены на одноименных следах плоскости.

Отсюда следует, что следы плоскости должны проходить через одноименные следы прямых, лежащих в плоскости.

Чтобы построить след плоскости, необходимо определить следы двух прямых, лежащих в плоскости.

На рисунке 18 плоскость задана двумя пересекающимися прямыми AB и CD . Чтобы построить горизонтальный след плоскости P_H , находим горизонтальный след прямой AB – точку M и прямой CD – точку M_1 . Горизонтальный след плоскости P_H будет проходить через точки M и M_1 .

Фронтальный след плоскости P_V строится аналогично.

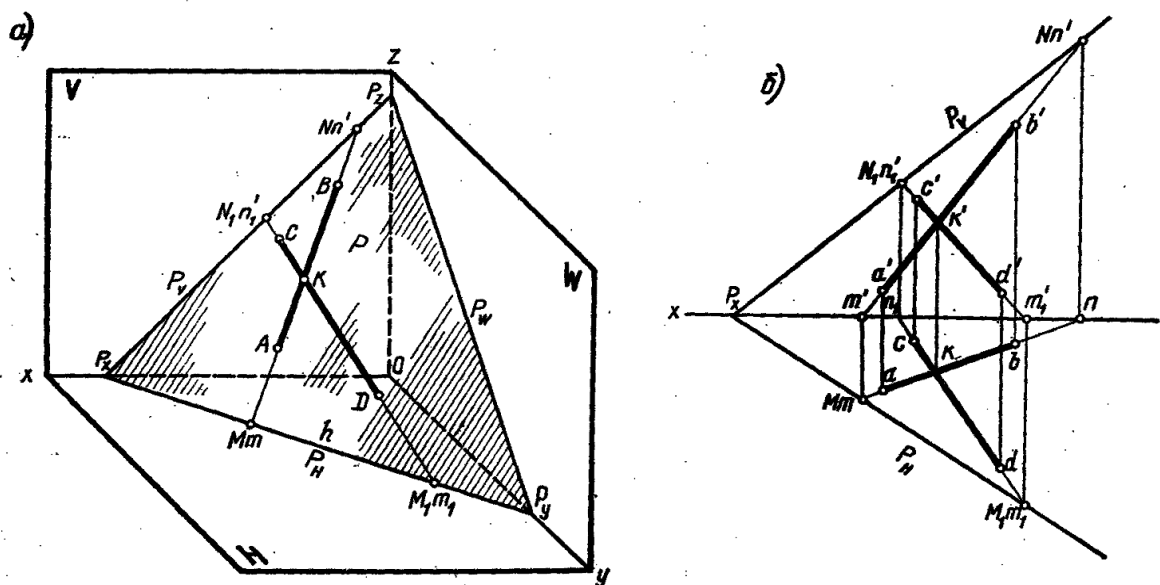


Рис. 18.

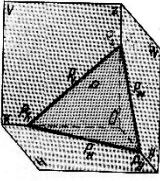
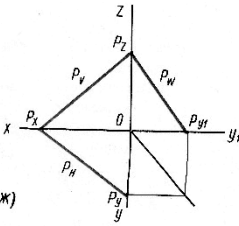
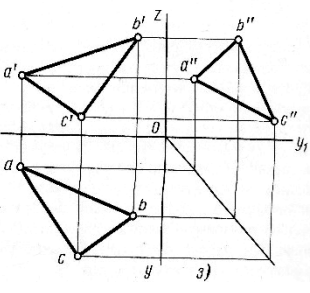
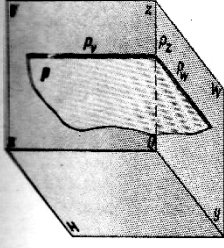
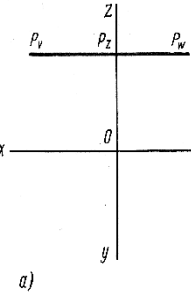
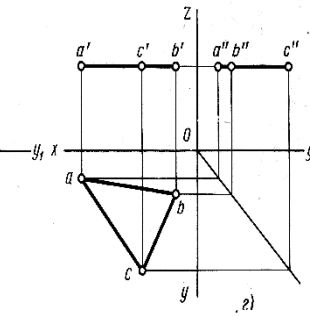
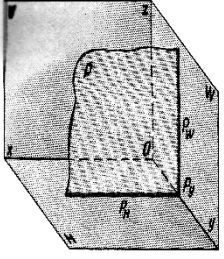
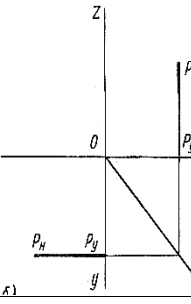
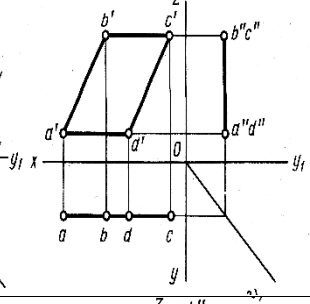
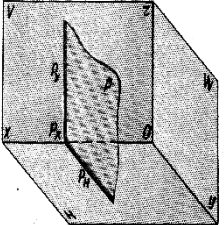
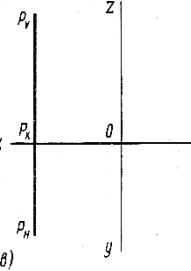
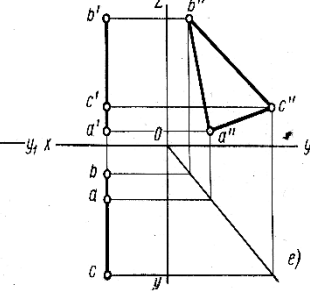
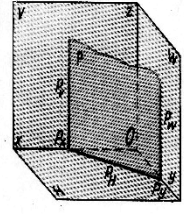
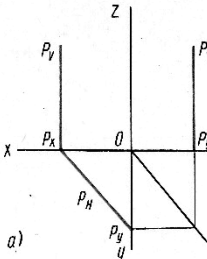
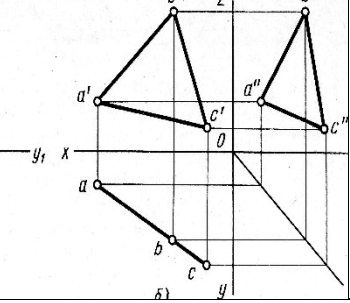
Различные положения плоскости относительно плоскостей проекций.

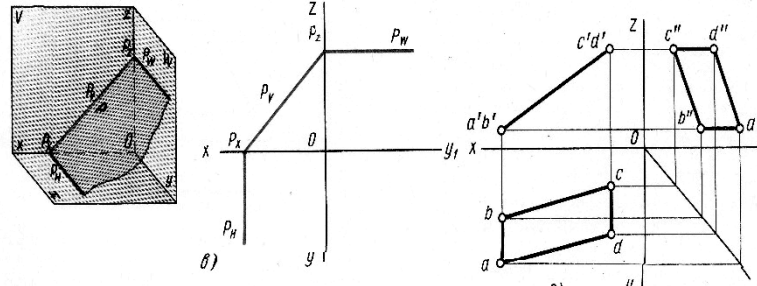
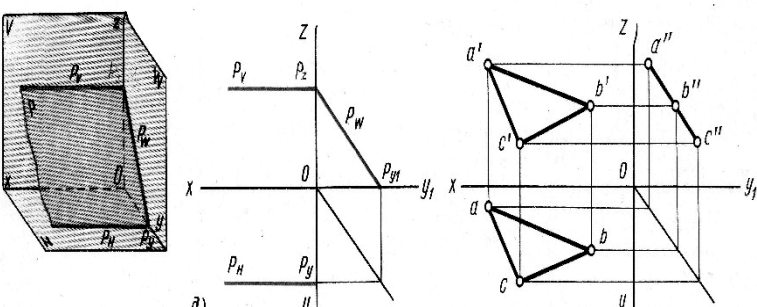
Плоскости в пространстве могут занимать следующие положения: общего положения, уровня, проецирующие (таб. 4).

У проецирующих плоскостей все точки, линии и фигуры, лежащие в плоскости, проецируются в прямую линию на соответствующую плоскость проекций.

У плоскостей уровня одна из проекций проецируется в натуральную величину.

Таблица 4

Наименование плоскости	Наглядное изображение	Следы плоскости	Эпюр	Особенности проекций плоскости
Плоскость общего положения				Плоскость не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций
Горизонтальная				Плоскость $\parallel H$ и проецируется на нее в натуральную величину
Фронтальная				Плоскость $\parallel V$ и проецируется на нее в натуральную величину
Профильная				Плоскость $\parallel W$ и проецируется на нее в натуральную величину
Горизонтально-проецирующая				Плоскость $\perp H$ имеет углы наклона к плоскостям V и W

Фронтально-проецирующая		Плоскость $\perp V$ имеет углы наклона к плоскостям Н и W
Профильно-проецирующая		Плоскость $\perp W$ имеет углы наклона к плоскостям V и Н

Точка и прямая в плоскости.

Точка может принадлежать и не принадлежать плоскости. Точка принадлежит плоскости, если она находится на прямой, принадлежащей этой плоскости (рис. 19)

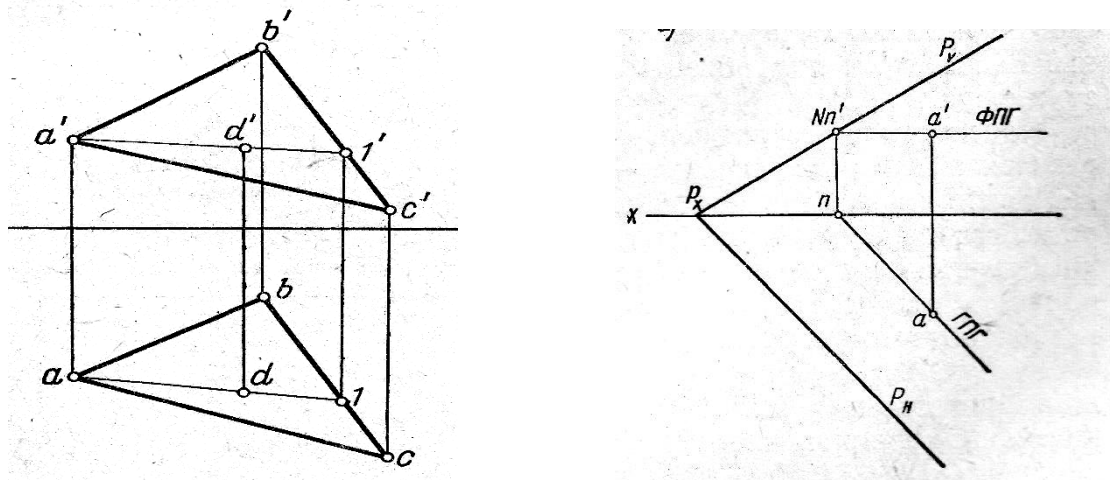


Рис. 19.

Прямая может принадлежать плоскости, быть ей параллельной и пересекать ее.

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через одну точку плоскости и параллельна прямой, расположенной в этой плоскости, или она проходит через две точки в данной плоскости (рис. 20).

Если плоскость задана следами, то прямая принадлежит плоскости, если следы прямой находятся на одноименных следах плоскости (рис. 21).

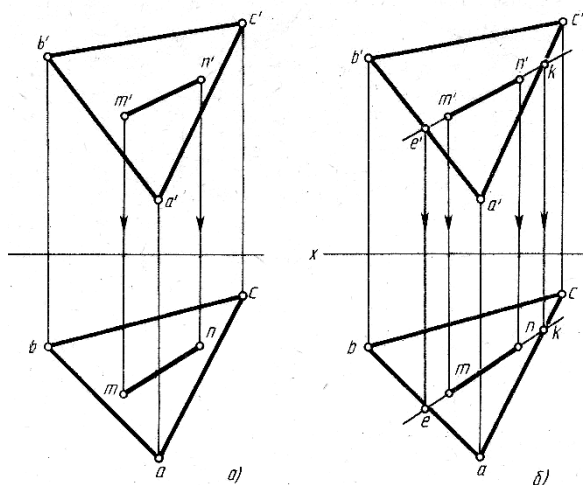


Рис. 20.

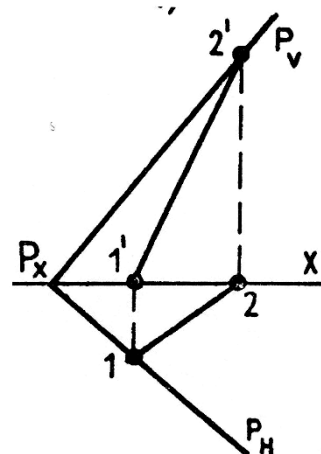


Рис. 21.

Прямые особого положения плоскости (линии уровня плоскости).

Прямые линии, лежащие в плоскости и параллельные плоскостям проекций, называют *линиями уровня плоскости*.

Различают горизонтальную прямую плоскости, или горизонталь h (рис.22.1); фронтальную прямую, или фронталь f (рис.22.2) и профильную прямую плоскости p (рис. 22.3).

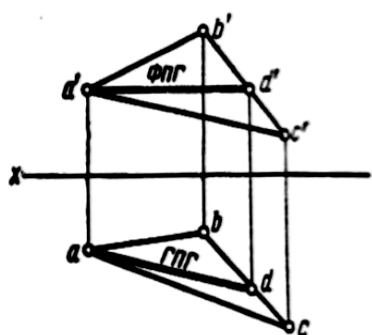


Рис. 22.1.

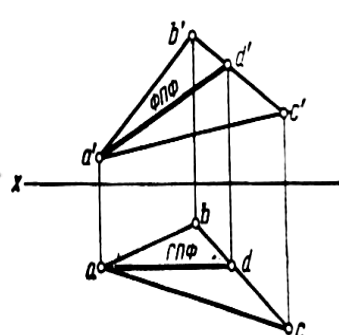


Рис. 22.2.

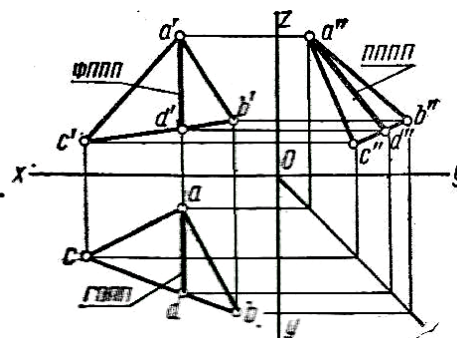


Рис. 22.3.

Если плоскость задана следами, то прямая принадлежит плоскости, если она параллельна одному из следов этой плоскости и имеет с другим следом общую точку (рис.23.1,2,3).

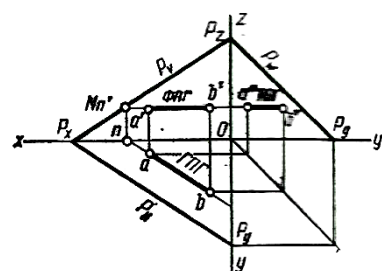


Рис. 23.1.

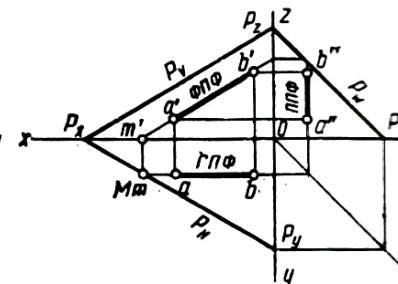


Рис. 23.2.

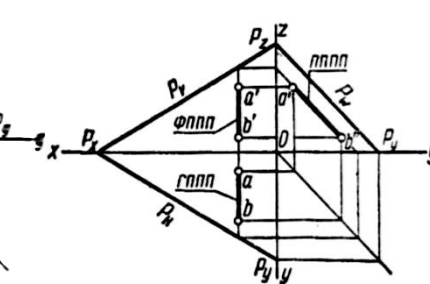


Рис. 23.3.

Кроме перечисленных прямых плоскости, следует отметить прямые, принадлежащие плоскости и перпендикулярные линиям уровня, - это линии наибольшего наклона плоскости или линии ската. Они образуют угол наклона плоскости к плоскостям проекций (рис.24).

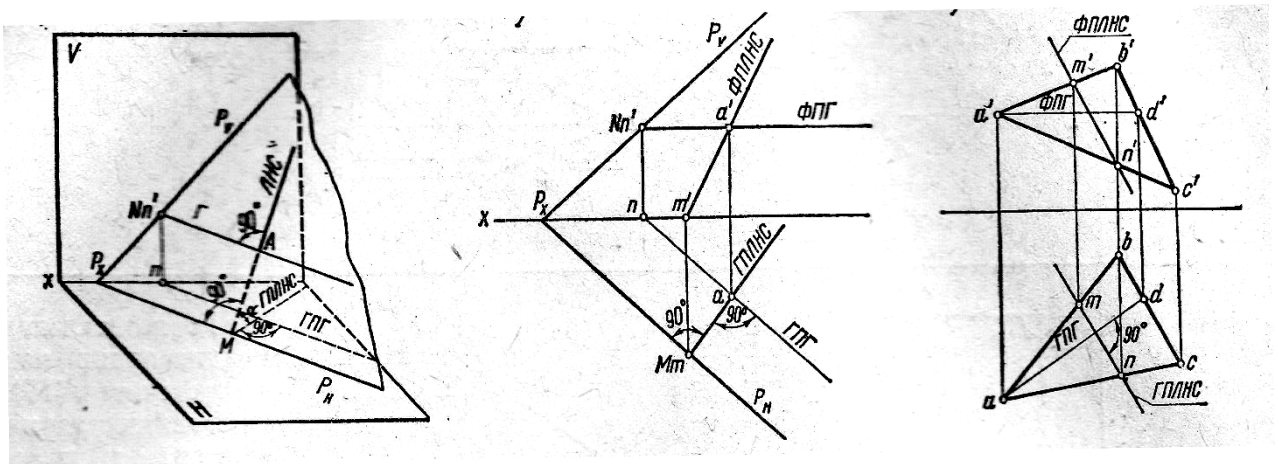


Рис. 24.

Прямые особого положения служат вспомогательными прямыми при решении многих геометрических задач.

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна одной из прямых, лежащих в этой плоскости (рис.25).

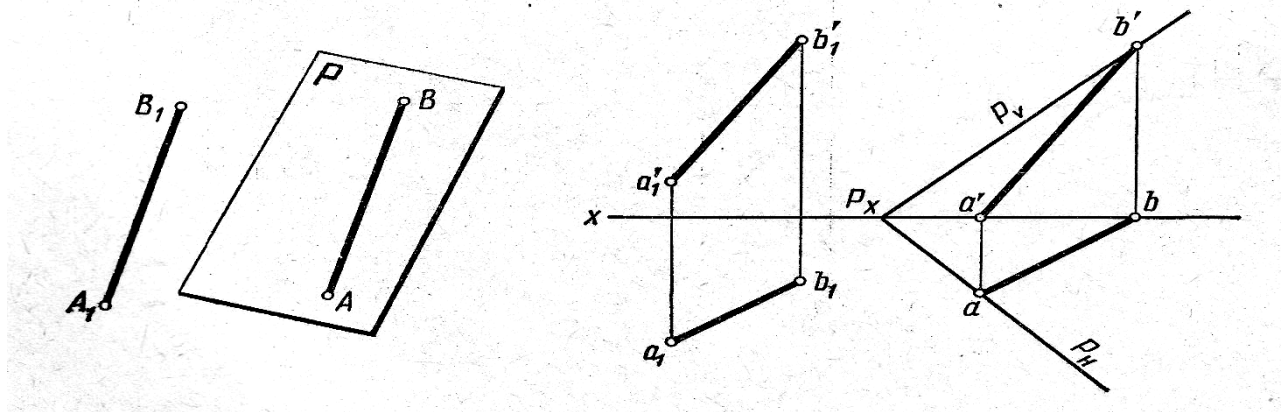


Рис. 25.

Прямая пересекает плоскость, если составляет с этой плоскостью угол, не равный 90° (рис.26) и имеет с ней общую точку,

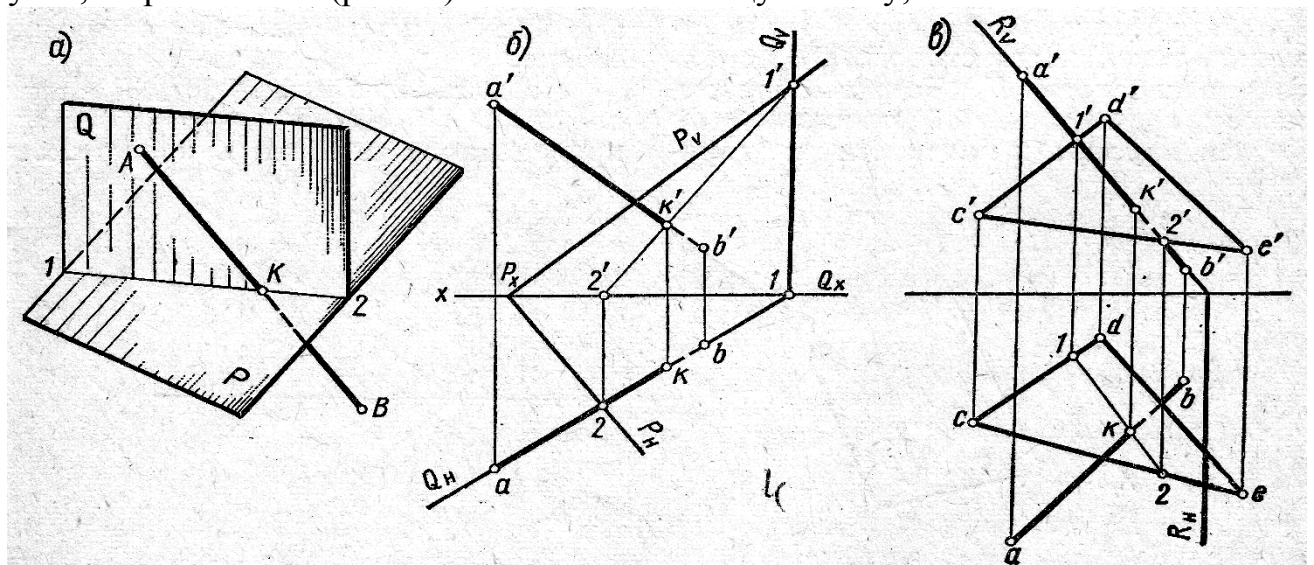


Рис. 26.

или прямая перпендикулярна этой плоскости (рис.27). Если плоскость задана следами, то прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна ее следам.

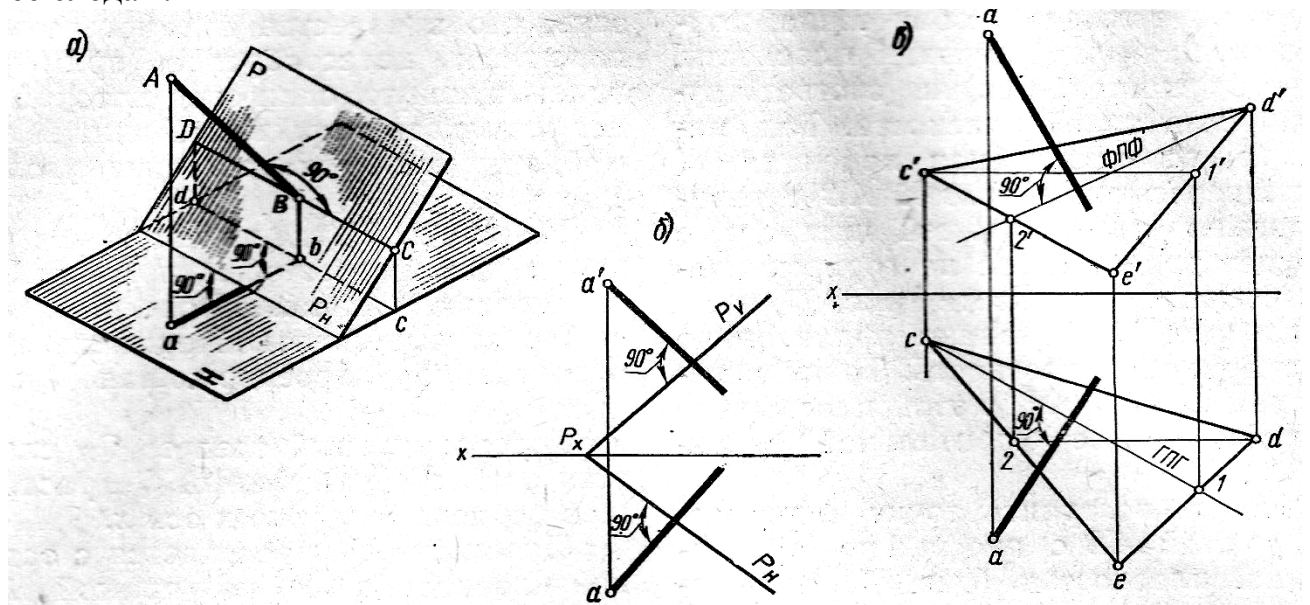


Рис. 27

Взаимное расположение двух плоскостей.

Две плоскости в пространстве могут быть либо взаимно параллельными, в частном случае совпадая друг с другом, либо пересекающимися. Взаимно перпендикулярные плоскости представляют частный случай пересекающихся плоскостей.

Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости. Если плоскости заданы следами, то у параллельных плоскостей одноименные следы параллельны. В случае, если одна из плоскостей проецирующая, то становится очевидным не только взаимное расположение плоскостей, но и их линия пересечения (рис. 28).

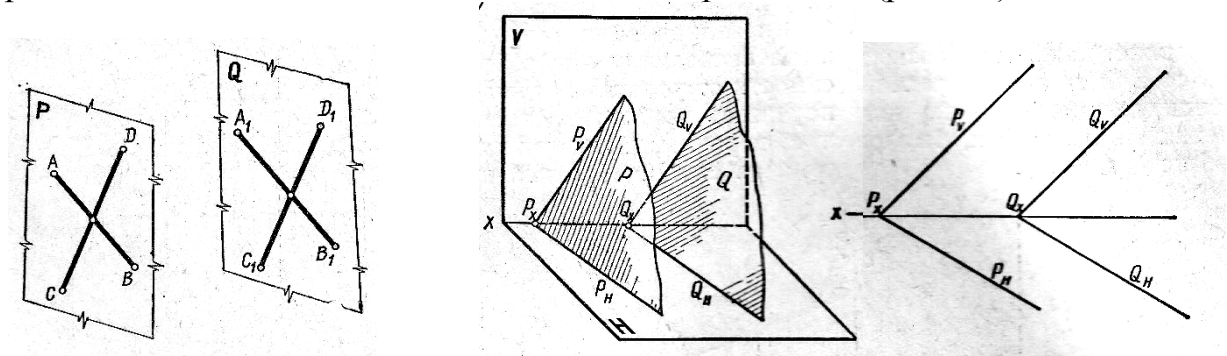


Рис. 28

Пересекающиеся плоскости – это плоскости, у которых хотя бы одна пара одноименных следов пересекаются. Две плоскости перпендикулярны между собой, если одна из них проходит через прямую, перпендикулярную к другой. Поэтому, чтобы задать на эпюре плоскость β , перпендикулярную к заданной плоскости α , следует в плоскости β задать прямую, перпендикулярную плоскости α .

Построение линии пересечения двух плоскостей.

Линией пересечения двух плоскостей является прямая. Она определяется двумя точками, которые на чертеже находятся методом вспомогательных секущих плоскостей.

Вспомогательные плоскости занимают определенные положения и являются проецирующими. Но, если хотя бы одна из пересекающихся плоскостей перпендикулярна к плоскости проекций, то построение проекций линии пересечения упрощается. Если пересекающиеся плоскости заданы следами, то точки, определяющие прямую пересечения плоскостей будут находиться в точках пересечения одноименных следов (рис. 29).

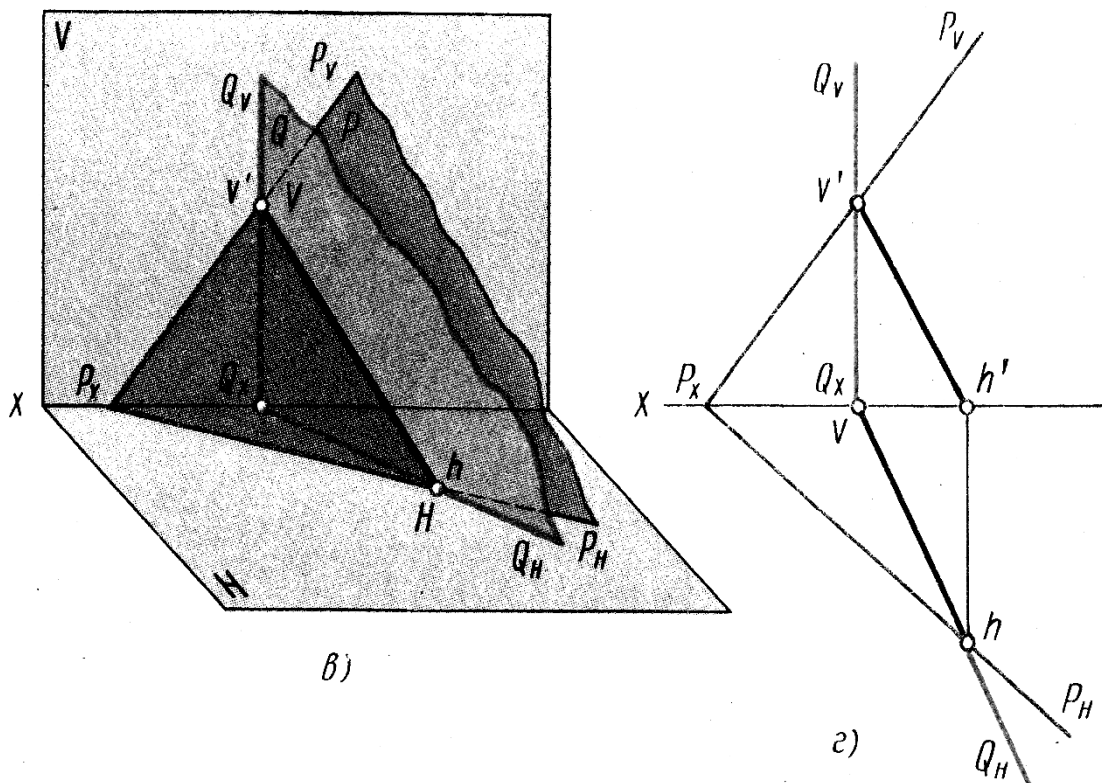


Рис. 29.

Контрольные вопросы

1. Способы, определяющие положение плоскости в пространстве.
2. Следы плоскости, их расположения, относительно плоскостей проекций.
3. Главные линии плоскости.
4. Проекции точки, принадлежащей плоскости.
5. Взаимное расположение в пространстве двух плоскостей.
6. Линия пересечения двух плоскостей общего положения, заданных следами и проекциями плоских фигур.
7. Признаки параллельности двух плоскостей.
8. Положение проекций перпендикуляра к плоскости по отношению к главным линиям и следам плоскости.
9. Прямая, параллельная плоскости.

Тема 4. Способы преобразования проекций. Способ вращения. Способ перемены плоскостей проекций. Способ плоскопараллельного перемещения. Способ совмещения. Суть каждого из методов. Определение длины отрезка. Натуральная величина треугольника.

Способы преобразования проекций. Анализируя ранее рассмотренные примеры, можно сделать вывод о том, что более простое графическое решение будет в том случае, когда элементы пространства занимают частные положения относительно плоскостей проекций. Это обстоятельство вызвало необходимость преобразование проекций (рис. 30)

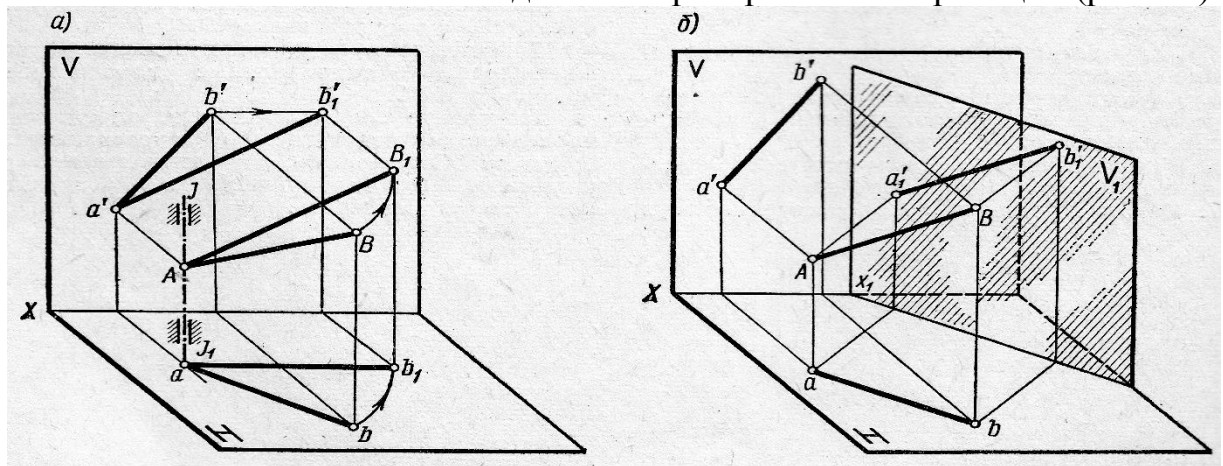


Рис. 30

Способ перемены плоскостей проекций.

Способ перемены плоскостей проекций — это введение дополнительных плоскостей проекций так, чтобы прямая или фигура, не изменяя своего положения в пространстве, оказались в каком-либо частном положении в новой системе плоскостей проекций.

Сущность способа перемены плоскостей проекций заключается в том, что положение геометрического образа в пространстве остается неизменным, а система плоскостей проекций V/H заменяется новой системой двух взаимно перпендикулярных плоскостей проекций, более удобной для решения задачи (например, V_1/H , H_1/V , V_1/H_1). На рисунке 31.1 показано наглядное изображение замены плоскости V на новую плоскость V_1 . При этом получается новая система плоскостей проекций V_1/H . Стрелкой показан поворот плоскости V_1 в положение одной фронтальной плоскости. На рисунке 31.2 показан чертеж замены плоскости и получение новой проекции точки A .

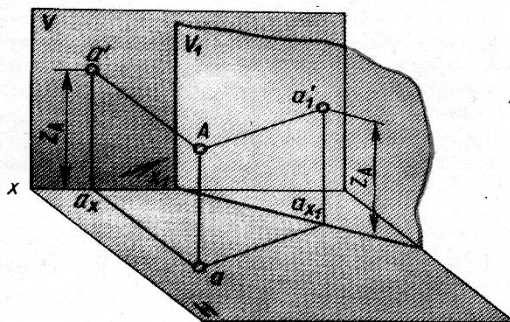


Рис. 31.1

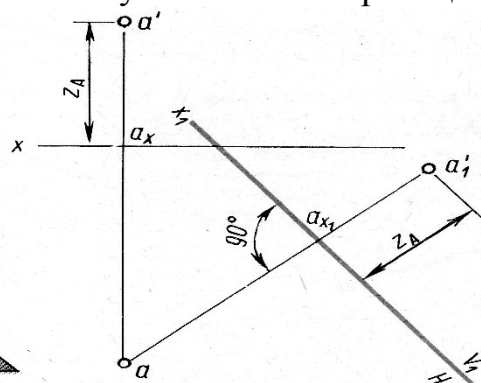


Рис. 31.2

Способ вращения.

Способ вращения заключается в изменении положения объекта путем вращения его вокруг соответственно принятой оси при неизменных плоскостях проекций. Ось вращения принимается в одном из следующих положений: а) перпендикулярно плоскости проекции, б) параллельно плоскости проекции, в) совпадающей с плоскостью проекций.

Рассмотрим вращение отрезка AB относительно оси, перпендикулярной к плоскости H . Через конец отрезка A проводят ось вращения MN . Относительно этой оси вращается второй конец отрезка – точка B . Чтобы получить на комплексном чертеже действительную длину отрезка, надо повернуть его так, чтобы он был параллелен плоскости V .

После вращения горизонтальная проекция отрезка должна быть параллельна оси x , поэтому на этой плоскости проекций и начинается построение. Из точки a радиусом ab описывают дугу окружности до пересечения с прямой, проведенной из точки a параллельно оси x (рис. 32.1). Точка пересечения b_1 – новая горизонтальная проекция точки B . Фронтальную проекцию b'_1 точки B находят, проводя вертикальную линию связи из точки b_1 до пересечения с прямой, проведенной из точки b' параллельно оси x (в данном случае эта прямая совпадает с осью x). Соединив точки b'_1 и a' , на плоскости V получают действительную длину $a'b'_1$ отрезка AB .

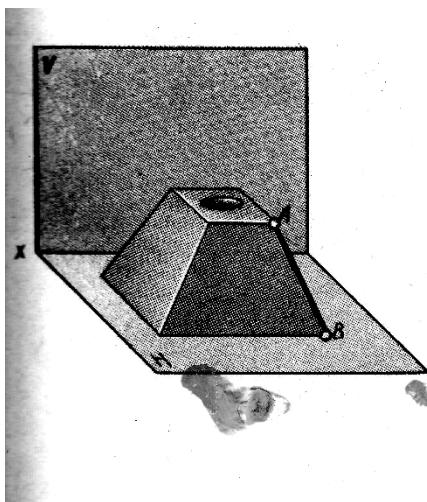
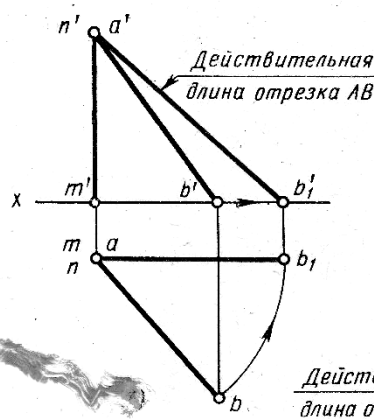


Рис. 32.1

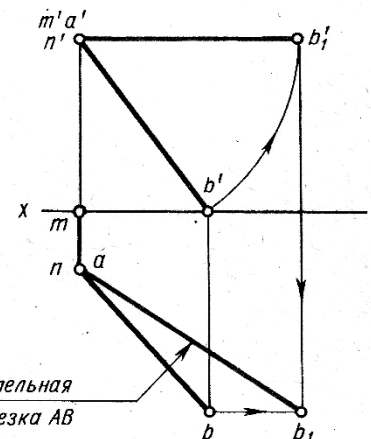


Рис. 32.2

Эту задачу можно решить вращением отрезка AB относительно оси, перпендикулярной к плоскости V (рис. 32.2).

Способ плоскопараллельного перемещения.

Применение способа вращения часто приводят к тому, что преобразованная проекция фигуры накладывается на заданную. Построение и чтение такого чертежа затрудняется.

Этого недостатка лишен способ плоскопараллельного перемещения. Так называют *плоское движение геометрического объекта, при котором все ее точки движутся параллельно некоторой плоскости.*

Этот способ является частным случаем способа вращения. Свойства проекций, указанные в способе вращения, позволяют производить вращение объекта, не нанося на чертеже оси вращения, а выбирая только ее направление (рис.33).

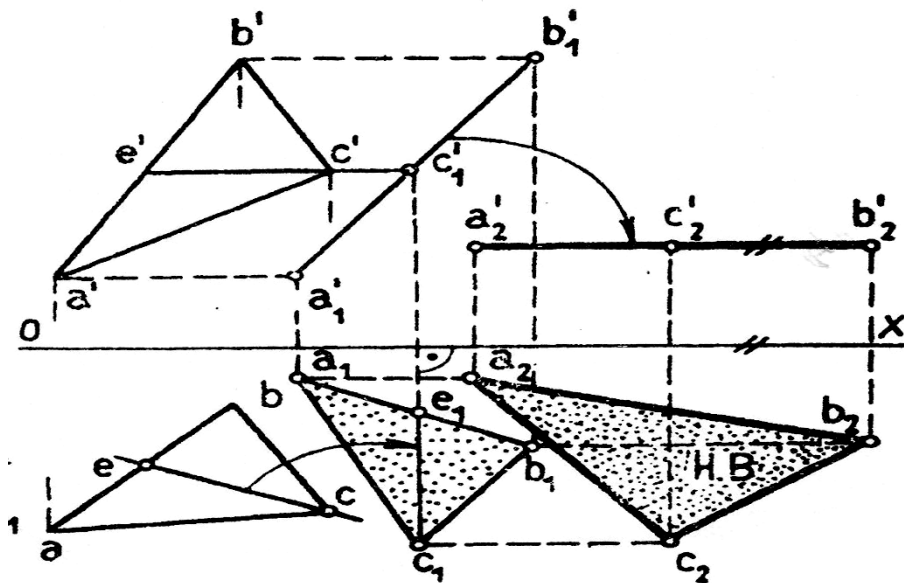


Рис. 33

Способ совмещения

Частным случаем способа вращения является совмещение.

Совмещением называется вращение плоскости вокруг одного из ее следов до совмещения этой плоскости с плоскостью проекций. Этот прием целесообразно применять для определения действительных размеров плоских фигур, расположенных в плоскостях, заданных следами.

Если фронтально проецирующую плоскость P (рис. 34) повернуть вокруг ее горизонтального следа P_H на угол α , то она совместится с горизонтальной плоскостью проекции H . Расположенный в плоскости P треугольник ABC также совместится с плоскостью H и изобразится на ней без искажения.

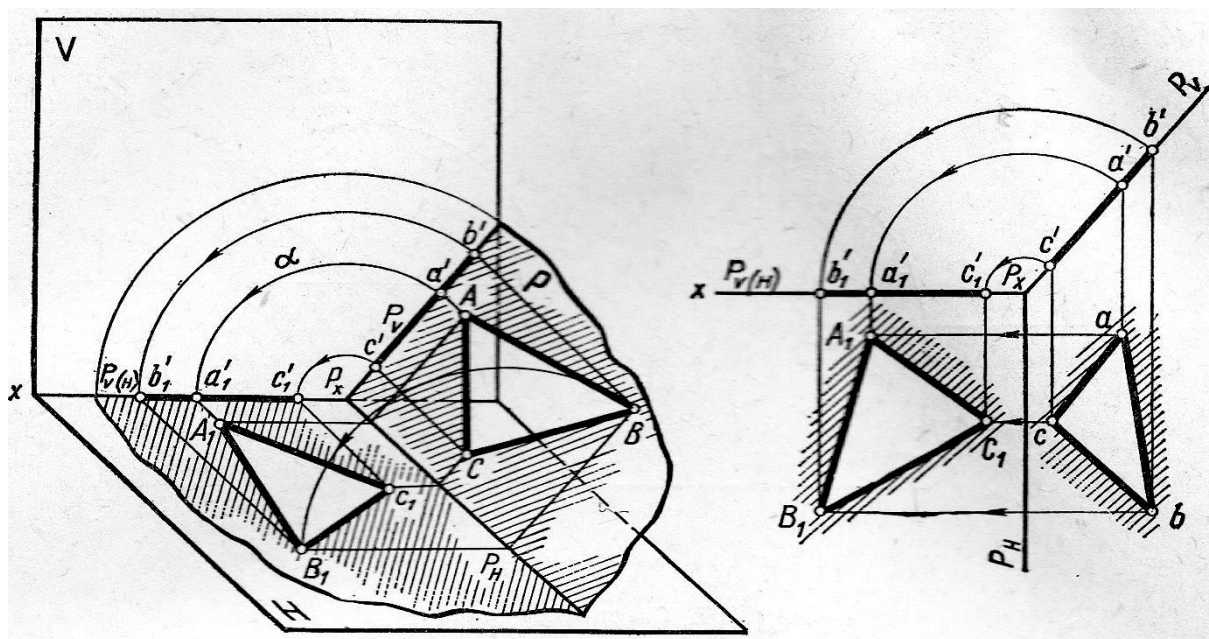


Рис. 34

Фронтальный след P_v при совмещении P с H займет положение $P_{v(H)}$ – сольется с осью x . Так как в данном случае вращение осуществляется вокруг оси, перпендикулярной к плоскости проекции V (след P_H перпендикулярен к плоскости V), то фронтальные проекции a' , b' , c' точек, лежащих в плоскости P , будут перемещаться по окружности, а их горизонтальные проекции a , b – по прямым, перпендикулярным к оси вращения P_H . При совмещении плоскостей P и H фронтальные на оси x – a'_1 , b'_1 , c'_1 , а горизонтальные займут положение A_1 , B_1 , C_1 .

Получившаяся при этом фигура $A_1B_1C_1$ равна треугольнику ABC , расположенному в плоскости P .

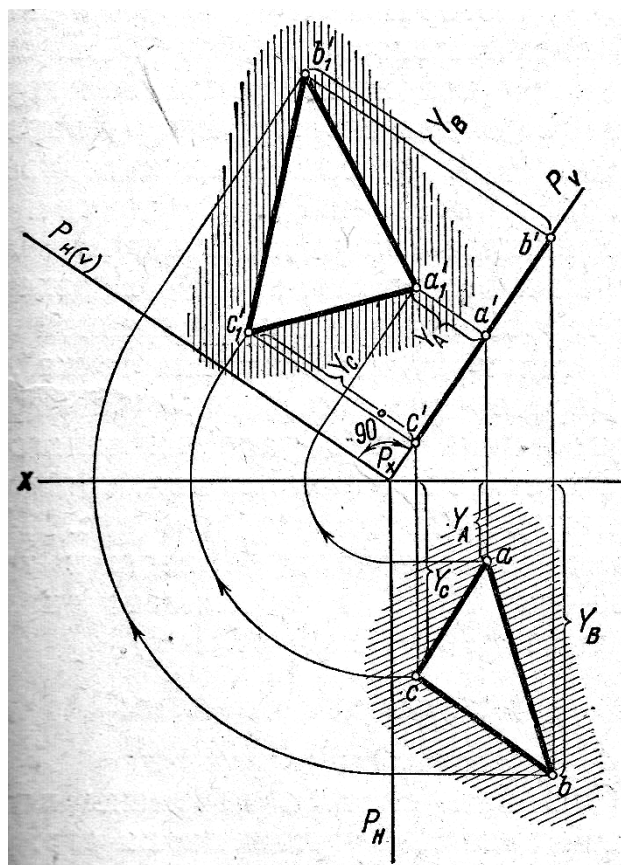


Рис. 35.

Указанную задачу можно решить вращением плоскости P вокруг ее фронтального следа P_v до совмещения с плоскостью V (рис. 35).

Контрольные вопросы

1. Сущность способов вращения и перемены плоскостей проекций. С какой целью используют указанные способы в начертательной геометрии и черчении?

2. Как перемещаются фронтальная и горизонтальная проекции точки при вращении ее вокруг оси, перпендикулярной к плоскости H ?
3. Способ совмещения. В каких случаях целесообразно использовать этот прием?
4. Способ плоскопараллельного перемещения.

Тема 5. Аксонометрические проекции. Изометрические проекции. Диметрические проекции. Коэффициенты искажения по осям. Построение простейших фигур в аксонометрических проекциях.

Аксонометрическими проекциями называют изображение, полученное в результате проецирования параллельными лучами предмета вместе с осями прямоугольных координат, к которым отнесен предмет, на одну плоскость проекций.

Если проецирующие лучи перпендикулярны к плоскости аксонометрических проекций, то аксонометрия называется прямоугольной. Аксонометрическая проекция называется косоугольной, когда проецирующие лучи не перпендикулярны к плоскости аксонометрических проекций.

Направление проецирования выбирают так, чтобы проецирующие лучи не были параллельны ни одной из плоскостей, образованных осями координат. Поэтому на аксонометрическом изображении предмета видны все три его главные измерения: высота, измеряемая вдоль оси z , ширина, измеряемая вдоль оси y , и длина, измеряемая вдоль оси x . В результате аксонометрическое изображение предмета получается более наглядным, чем изображение его в ортогональных проекциях, так как на ортогональной проекции предмета видны только два его измерения. Для примера на рисунке изображен деревянный шип в ортогональных проекциях (рис. 36, а) и в аксонометрии (рис. 36, б).

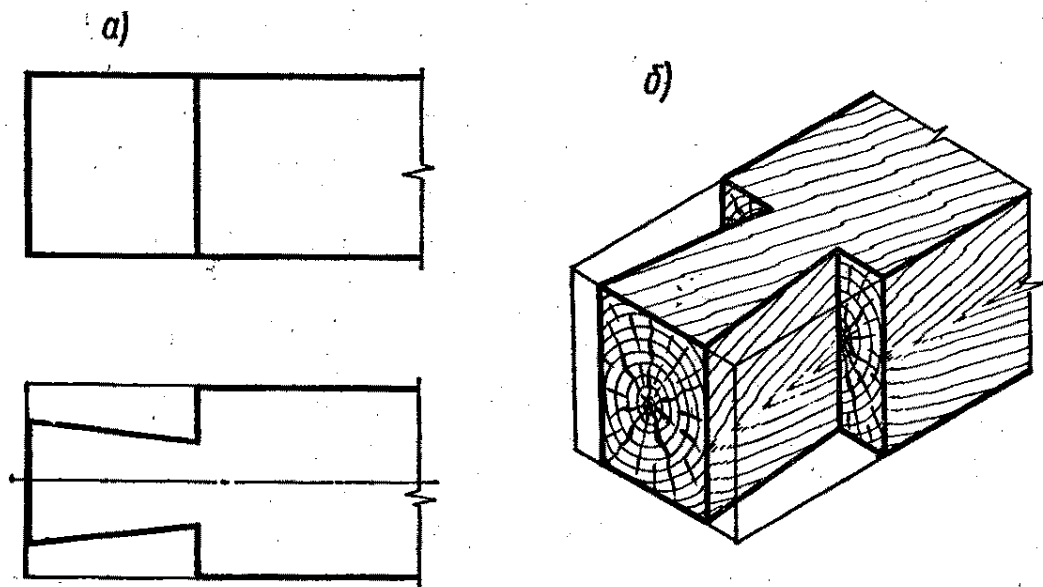


Рис. 36.

Отрезки осей координат проецируются на плоскость аксонометрических проекций в общем случае с искажением. Искажаются и размеры проецируемых предметов.

Изменение линейных размеров вдоль осей характеризуются показателями искажения по осям.

Показателем искажения называется отношение длины отрезка на аксонометрической оси к длине такого же отрезка на соответствующей оси прямоугольной системы координат в пространстве.

Условимся показатель искажения по оси x обозначать буквой k , по оси y – буквой m и по оси z – буквой n .

Показатели искажения могут быть меньше, больше, равны единице, их величина зависит от взаимного положения осей координат и плоскости аксонометрических проекций, а также от принятого направления проецирования.

Аксонометрические проекции называют изометрическими, или *изометрией*, если показатели искажения по всем осям равны, т. е. $k = m = n$.

Если показатели искажения равны только по двум осям, т. е. $k = m \neq n$, или $k = n \neq m$, или $m = n \neq k$, то проекции называют диметрическими, или *диметрией*.

Аксонометрия называется триметрической, или *триметрией*, если все показатели искажения равны.

Изометрия, диметрия и триметрия могут быть прямоугольными или косоугольными.

Для наглядного изображения предметов в соответствии с ГОСТ 2.317-69 в техническом черчении применяют следующие виды аксонометрических проекций:

а) прямоугольную изометрию, показатели искажения $k = m = n = 0,82 \approx 1$;

б) прямоугольную диметрическую, показатели искажения $k = n = 0,94$, $m = 0,47$;

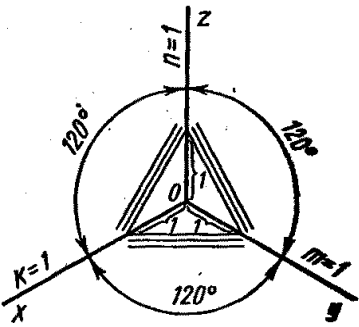
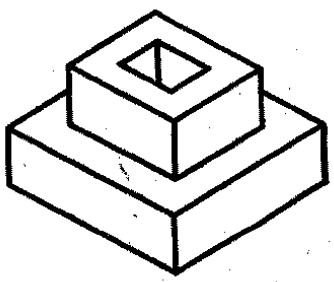
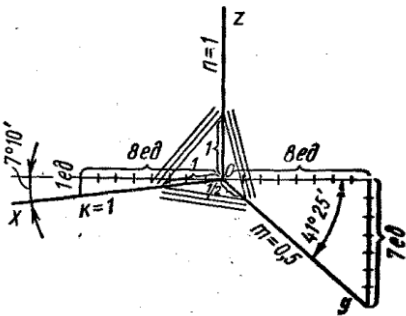
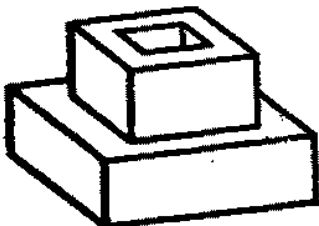
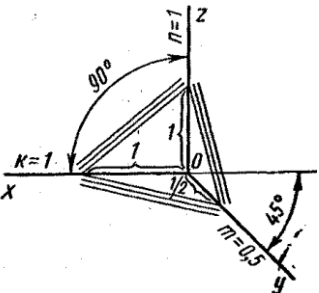
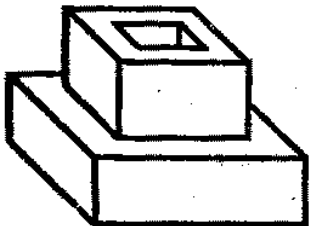
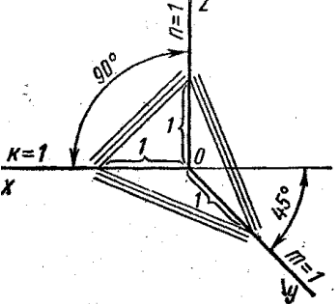
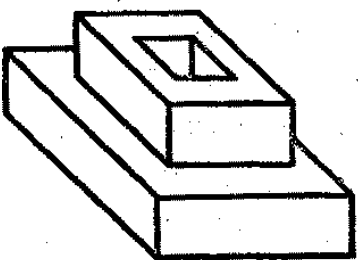
в) косоугольную (фронтальную) диметрическую, показатели искажения $k = n = 1$, $m = 0,5$;

г) косоугольную (фронтальную) изометрическую, показатели искажения $k = m = n = 1$;

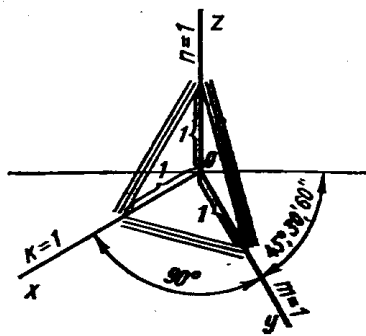
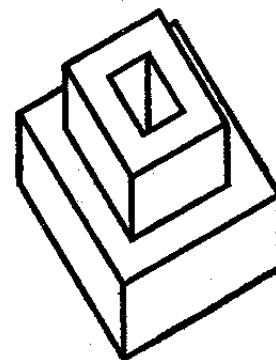
д) косоугольную (горизонтальную) изометрическую, показатели искажения $k = m = n = 1$.

Схемы расположения аксонометрических осей, показатели искажения и примеры аксонометрических изображений даны в таблице 5.

Таблица 5.

Вид аксонометрии	Положение аксонометрических осей. Показатели искажения. Нанесение штриховки в разрезах.	Примеры
прямоугольная изометрическая проекция		
прямоугольная диметрическая проекция		
косоугольная (фронтальная) диметрическая проекция		
косоугольная (фронтальная) изометрическая проекция		

косоугольная
(горизонтальная)
изометрическая
проекция



АксонOMETРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ ТОЧЕК, ПРЯМОЙ И ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ

В ортогональных проекциях было показано, что одна проекция положения точки не определяет. Это справедливо и для аксонометрических проекций точки. Имея только аксонометрию точки, невозможно определить ее положение в пространстве. Чтобы судить о положении точки в пространстве, необходимо, кроме аксонометрической проекции точки, иметь еще ее вторичную проекцию

Вторичной проекцией точки называется аксонометрия одной из ее ортогональных проекций (чаще горизонтальной).

Построение аксонометрии точки по заданным ее ортогональным проекциям начинают с определения вторичной проекции (рис. 37).

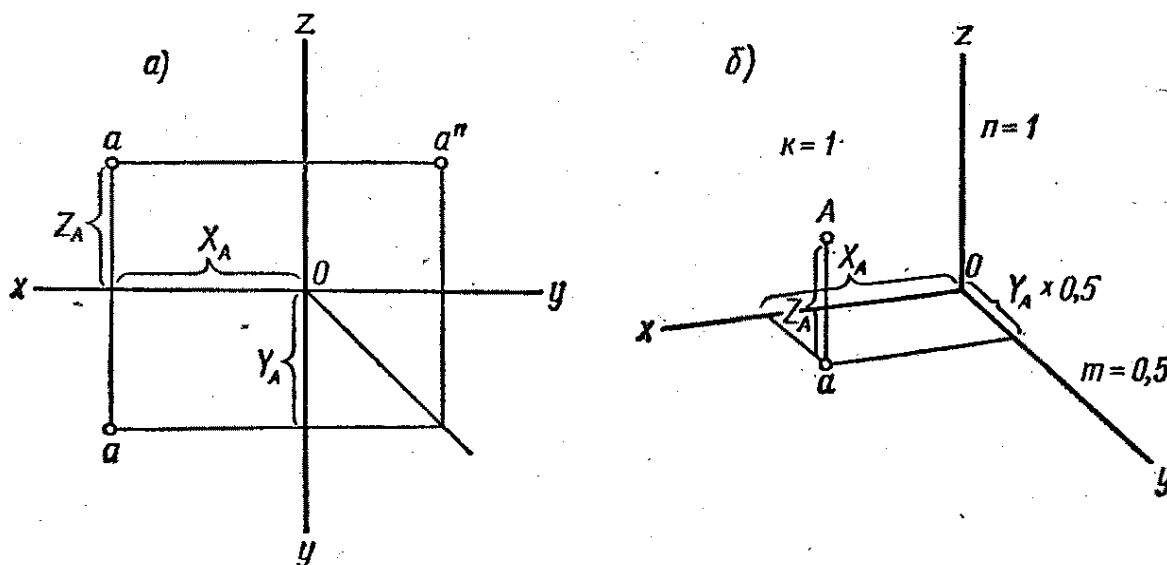


Рис. 37.

Для этого на аксонометрической оси x от начала координат O откладывают величину координаты X точки $A - X_A$; по оси y – отрезок $Y_A \times 0,5$, так как показатель искажения по оси $m = 0,5$. (Построение ведется в прямоугольной диметрии).

В пересечении линий связи, проведенных параллельно осям из концов отмеренных отрезков, получают точку a – вторичную проекцию точки A .

АксонOMETРИЯ точки A будет находится на расстоянии Z_a от вторичной проекции a . Это расстояние откладывают параллельно оси z . Аналогично строят аксонометрию отрезка прямой AB (рис. 38).

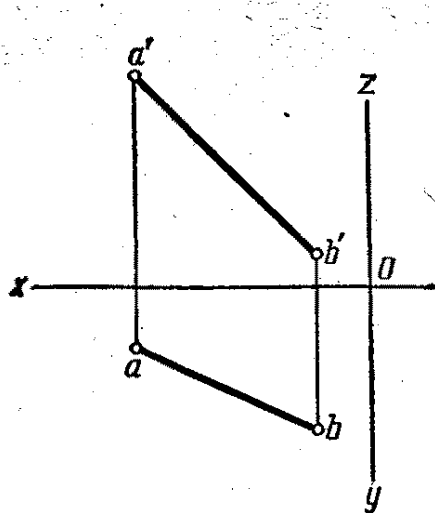
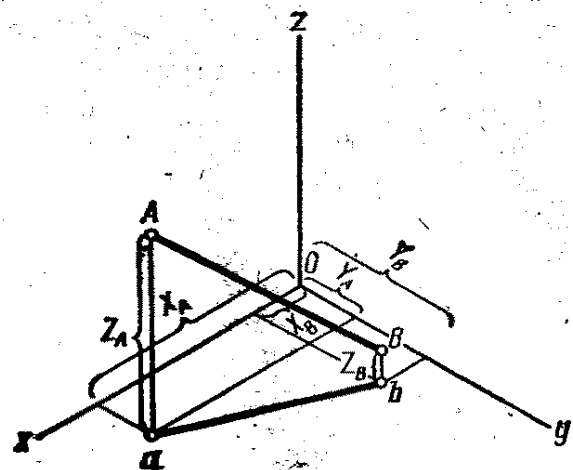


Рис. 38.

Сначала находят вторичные проекции точек. Для этого откладывают вдоль осей x и y соответствующие координаты точек A и B . Затем отмечают на прямых, проведенных из вторичных проекций параллельно оси z , аксонометрии точек A и B , ограничивающие заданный отрезок.

На рисунке 39 показано построение в прямоугольной изометрии треугольника ABC по его ортогональным проекциям. Построение начинают с определения вторичных проекций a , b и c вершин треугольника. Затем строят аксонометрические проекции A , B и C вершин того же треугольника и соединяют прямыми точки A , B и C и a , b и c . Треугольник ABC будет аксонометрией заданного треугольника abc – вторичной проекцией его.

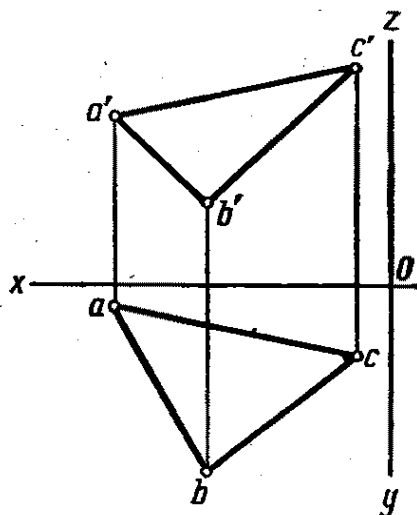
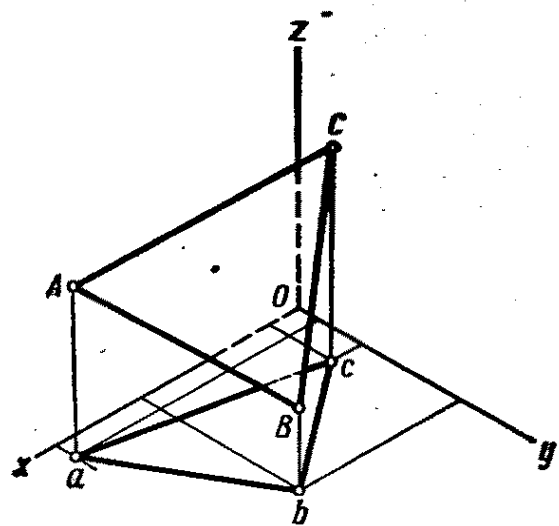


Рис. 39.

Построение аксонометрии окружностей

В техническом черчении часто возникает необходимость изображать в аксонометрических проекциях окружности.

В общем случае окружность в аксонометрии изображается в виде эллипса. Длина большей оси эллипса равна $1,2d$, где d – диаметр окружности. Малая ось составляет $0,7d$.

Для упрощения построения государственный стандарт рекомендует взамен эллипса применять овалы, очерченные дугами окружностей.

Построение овала в прямоугольной изометрии показано на верхней грани куба (рис. 40). Овал обводят дугой радиуса R_1 из центра O_1 и дугой радиуса R_2 из центра O_2 .

На рисунке 41 показано построение окружностей в прямоугольной диметрии. Окружности, расположенные в верхней и боковой гранях, проецируются в виде эллипсов с осями, равными $1,06d$ и $0,35d$. Большая ось горизонтального эллипса перпендикулярна к оси z . Большая ось эллипса, расположенного в боковой грани, перпендикулярна к оси x . Окружность, расположенная в передней грани куба, проецируется в виде эллипса с осями, равными $1,06d$ и $0,94d$. Большая ось этого эллипса перпендикулярна к оси y .

Построение овала взамен эллипса на передней грани куба показано на том же рисунке. Этот овал обведен дугами радиусов R_1 и R_2 .

Центры этих дуг, точки O_1 и O_2 , расположены на окружности диаметра $0,2d$ в том месте, где окружность пересекают диагонали грани куба. Взамен эллипсов, вписанных в верхнюю и боковую грани куба, рекомендуется вычерчивать овалы. Овал, расположенный в боковой грани куба, обводят радиусами $0,09d$ и $1,23d$ из центров O_3 и O_4 , расположенных на большой и продолжении малой осей овала. Центр O_4 расположен на расстоянии $1,06d$ от центра овала.

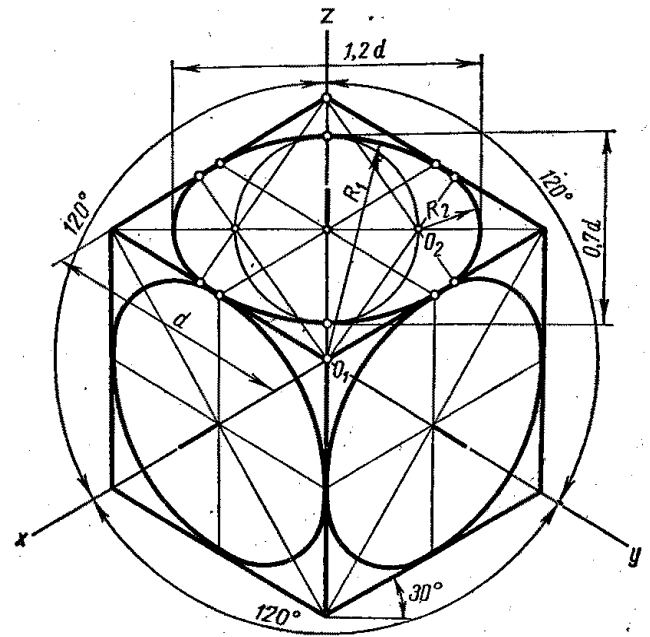


Рис. 40.

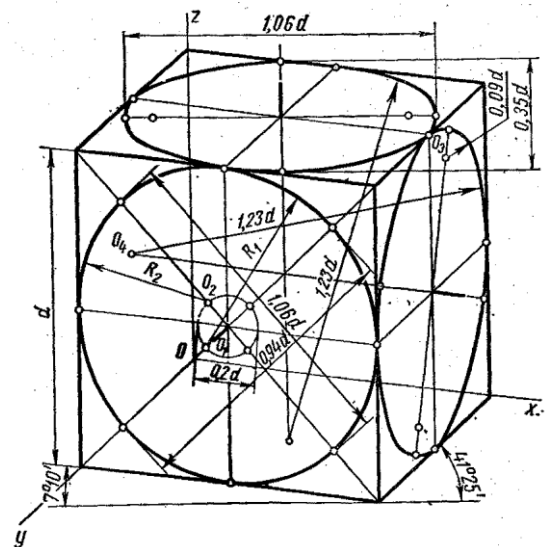


Рис. 41.

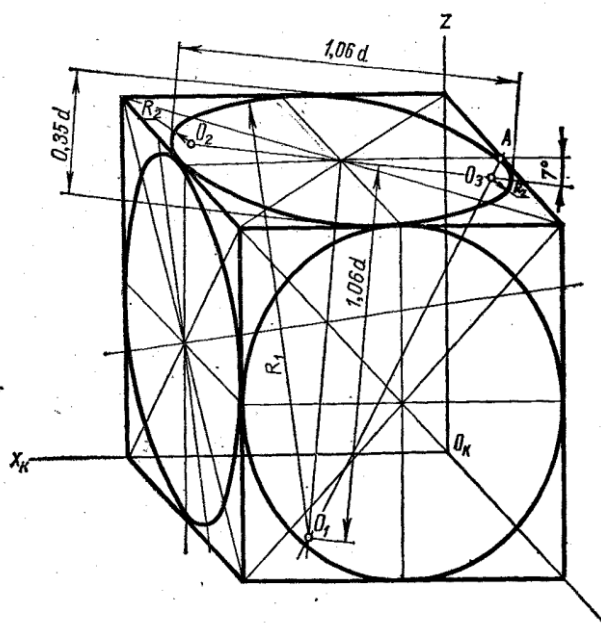


Рис. 42.

Изображение окружностей в косоугольной (фронтальной) диметрии приведено на рисунке 42.

Окружность, расположенная во фронтальной плоскости, проецируется без искажения.

Окружности, которые лежат в верхней и боковой гранях куба, проецируются в виде эллипсов. Центр O_1 дуги большого радиуса R_1 овала находится на расстоянии $1,06d$ от центра овала, а центр дуги радиуса R_2 , точка O_3 , находится на пересечении прямой O_1A с большой осью овала.

Контрольные вопросы

1. Аксонометрические проекции. Каковы достоинства аксонометрии в сравнении с ортогональными проекциями?
2. Прямоугольные и косоугольные аксонометрические проекции.
3. Показатели искажения.
4. Какие аксонометрические проекции называются изометрическими и какие – изометрические?
5. Вторичная проекция точки, ее построение.
6. Построение окружности в прямоугольной изометрии и диметрии.

Тема 6. Многогранники и тела вращения. Образование. Точка и прямая на поверхности. Пересечение поверхности с прямой и плоскостью. Развертка поверхности. Пересечение геометрических тел.

Геометрическая поверхность образуется как совокупность всех последовательных положений линии, движущейся определенным образом в пространстве.

Линия, которая при своем движении образует поверхность, называется образующей.

Образующая может быть прямой линией, в этом случае поверхность называется линейчатой.

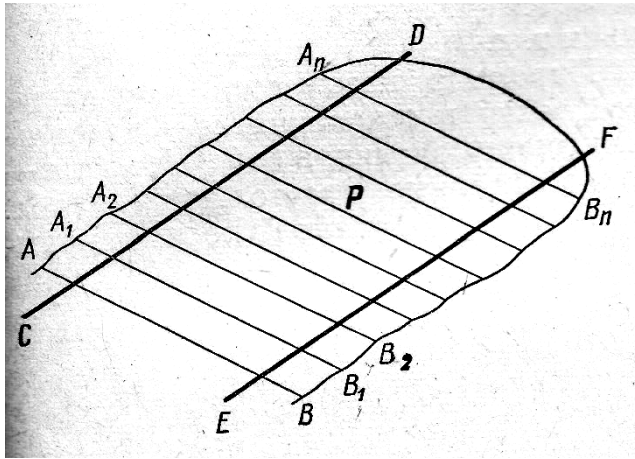


Рис. 43.

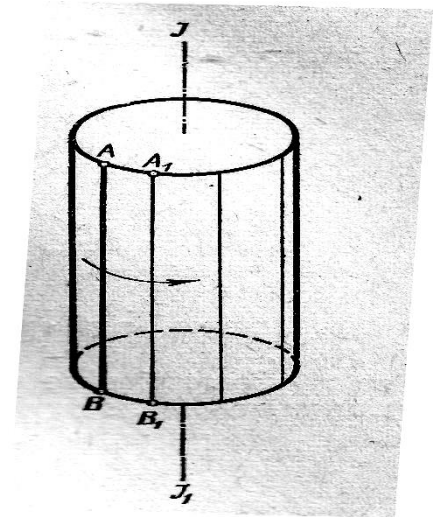


Рис. 44.

Примером линейчатой поверхности является плоскость P (рис. 43). Она образована движением прямой линии AB , скользящей по двум параллельным прямым CD и EF . Линейчатой поверхностью будет и цилиндр (рис. 44), образованный вращением прямой линии AB вокруг оси JJ_1 , параллельной образующей.

Поверхности, у которых образующие не могут прямыми линиями, называются нелinearчатыми. К таким поверхностям относится, например, сфера. Образующая поверхности может быть неизменяемой, а может в процессе движения деформироваться.

Ограничимся изучением поверхностей с неизменяемой образующей.

Поверхность, полученная вращением образующей вокруг оси, называется поверхностью вращения. Примерами геометрических поверхностей вращения являются поверхности кругового цилиндра, конуса, шара, кольца и т. п.

Поверхность, образованная перемещением (скольжением) образующей по некоторой линии (направляющим), называется поверхностью скольжения. Примерами таких поверхностей являются: плоскость, косая плоскость (гиперболический параболоид), цилиндроид, коноид и т. п.

Часть пространства, ограниченная геометрическими поверхностями, называется геометрическим телом.

Все геометрические тела можно подразделить на две группы: многогранники и криволинейные тела. Рассмотрим подробнее свойства и проекции некоторых геометрических тел.

Многогранники.

Геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскостями, называется многогранником.

Плоские фигуры, ограничивающие многогранник, называются *гранями*. Грани пересекаются между собой по прямым линиям, которые называются *ребрами* многогранника. Ребра пересекаются в точках — *вершинах* многогранника. В каждой вершине сходятся не менее трех ребер.

Многогранники различают в зависимости от формы и количества граней. В технике чаще всего встречаются следующие многогранники:

Призма – многогранник, у которого боковые грани – прямоугольники или параллелограммы, а основаниями служат два равных многоугольника. Призма может быть прямой, если боковые ребра перпендикулярны к основанию, и наклонной, если ребра не перпендикулярны к основанию. Прямая призма называется правильной, если в основании у нее правильный многоугольник. В зависимости от количества сторон основания призмы бывают треугольные, четырехугольные и т. д.

Призма с основаниями в виде параллелограммов называется параллелепипедом. Параллелепипед также может быть прямой и наклонный. Прямой параллелепипед, у которого основаниями являются прямоугольники, называется прямоугольным.

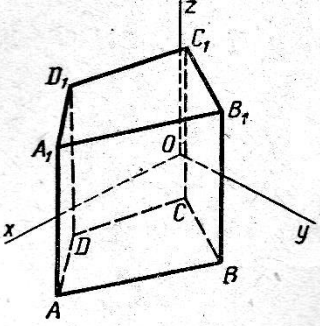
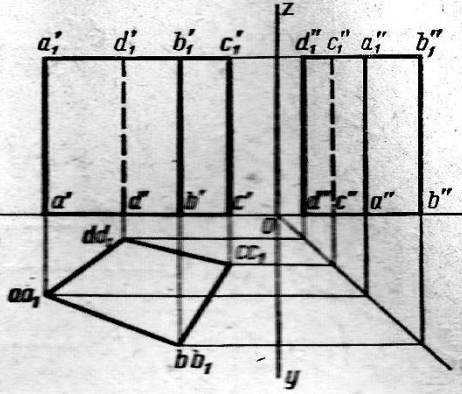
Пирамида – многогранник, у которого боковые грани представляют собой треугольники, имеющие общую вершину. В основании у пирамиды – многоугольник. В зависимости от количества сторон основания пирамида называется трех-, четырех-, пятиугольной и т. д. Пирамида называется правильной, если в основании ее – правильный многоугольник, а боковые грани – равнобедренные треугольники. У правильной пирамиды высота проходит через центр основания. В противном случае пирамида будет неправильной.

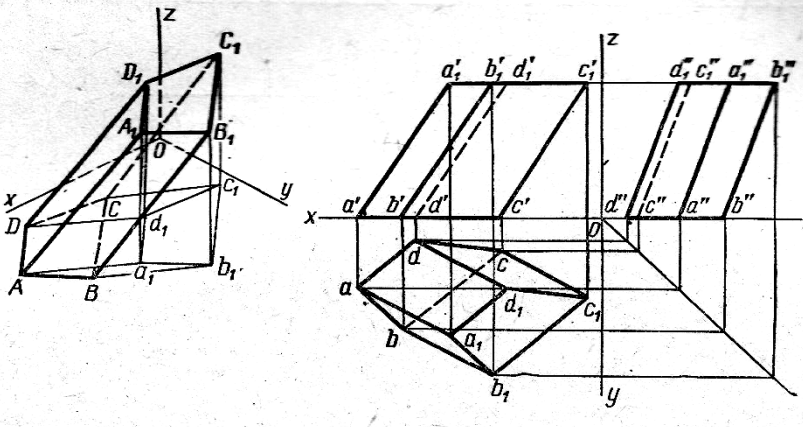
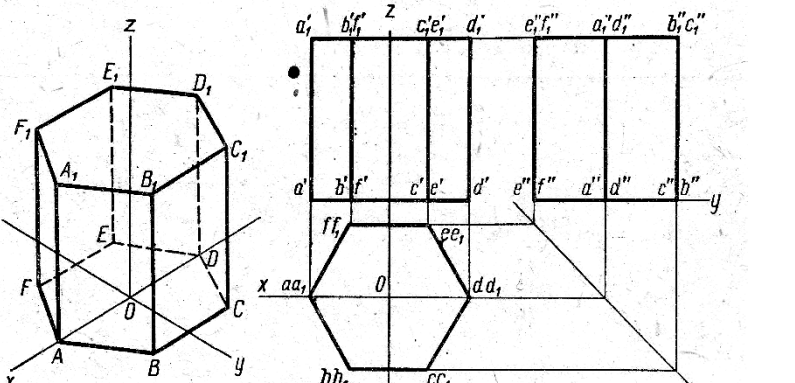
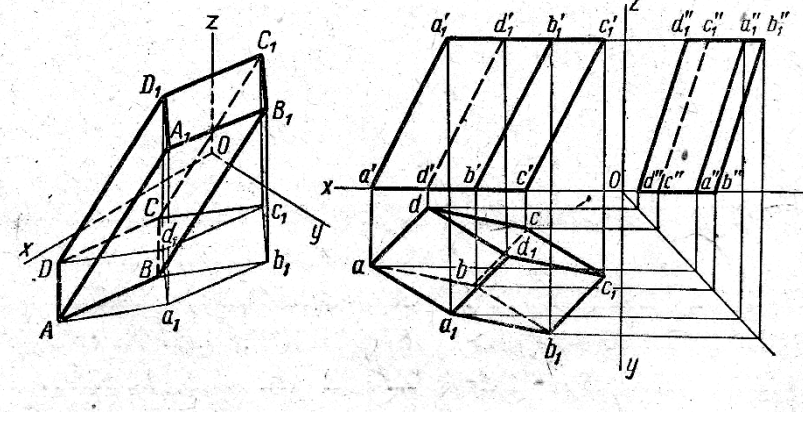
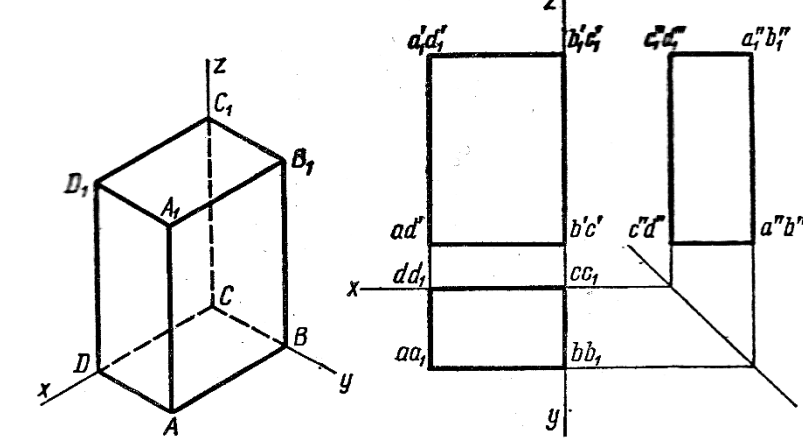
Построение проекций многогранника начинают с изображения всех его вершин. Соединив соответствующим образом одноименные проекции вершин, получают проекции ребер и граней многогранника. При этом принято считать, что грани многогранника непрозрачные и поэтому отдельные ребра невидимы и обводятся штриховой линией. При решении вопроса видимости используется способ конкурирующих точек.

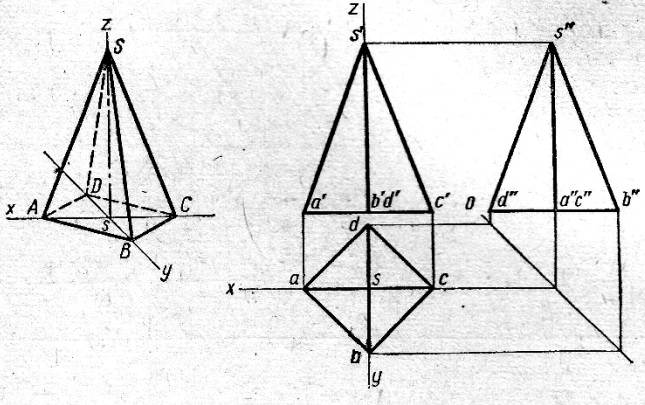
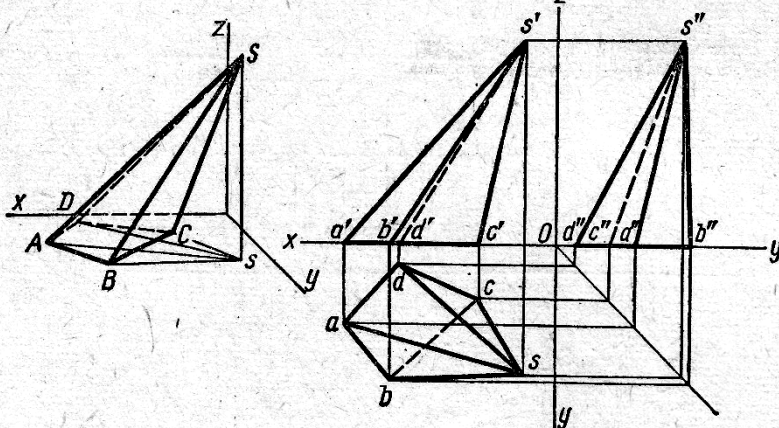
Построение проекций призмы и пирамиды рекомендуется начинать строить с проекций основания.

Поверхности рассмотренных многогранников можно рассмотреть в таблице 6.

Таблица 6.

Наименование	Наглядное изображение	Эпюр	Характерные признаки
Прямая призма			Боковые грани – прямоугольники ; ребра перпендикулярны к основанию

<p>Наклонная призма</p>		<p>Боковые грани – параллелограмм ы</p>
<p>Правильная призма</p>		<p>Основания - правильные многоугольники ; боковые ребра перпендикулярн ы к основаниям</p>
<p>Параллелепи пед</p>		<p>Основания - параллелограмм ы</p>
<p>Прямоугольн ый параллелепип ед</p>		<p>Основания- прямоугольники ; боковые ребра перпендикулярн ы к основаниям</p>

Правильная пирамида		Основание – правильный многоугольник; боковые грани – равнобедренные треугольники
Неправильная пирамида		Основание – неправильный многоугольник; высота не проходит через центр основания

Криволинейные тела.

Криволинейные тела, ограниченные кривыми поверхностями, отличаются большим разнообразием. Ограничимся изучением только некоторых тел вращения.

Прямой круговой цилиндр. Боковая поверхность прямого кругового цилиндра образована вращением вокруг оси цилиндра прямоугольника, параллельного этой оси. Основания цилиндра – круги. Прямые линии, проведенные по боковой поверхности цилиндра параллельно его оси, называют образующими.

На эюре проекция цилиндра, ось которого перпендикулярна к горизонтальной плоскости проекции, проецируется на эту плоскость в виде круга, а фронтальная и профильная его проекции представляют собой прямоугольники.

Прямой круговой конус. Боковая поверхность прямого кругового конуса образована вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов. Образующая пересекается с осью вращения в точке, называемой вершиной конуса. Основание прямого конуса – круг. Горизонтальная проекция конуса – круг, а фронтальная и профильная проекции – треугольники.

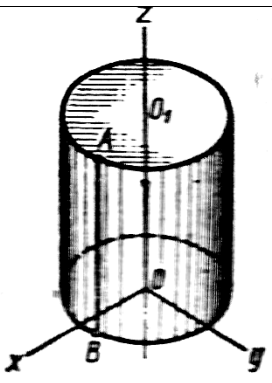
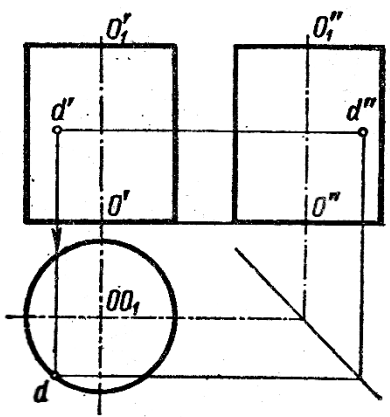
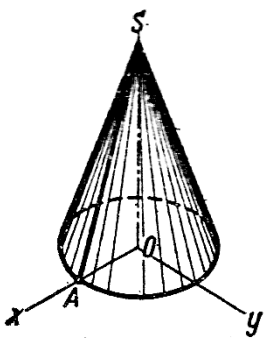
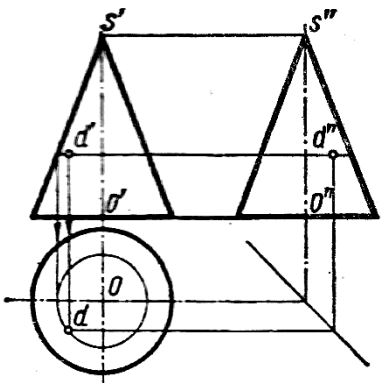
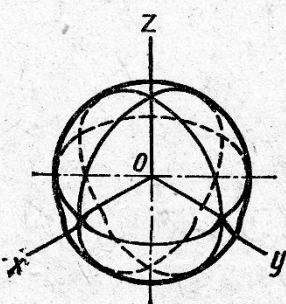
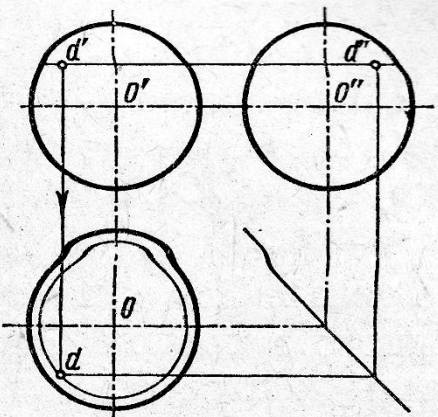
Шар. Поверхность шара образована вращением полуокружности вокруг диаметра. На эюре все три проекции шара – окружности.

Тор. Поверхность тора образована вращением окружности вокруг оси, лежащей в плоскости окружности, но не проходящей через ее центр.

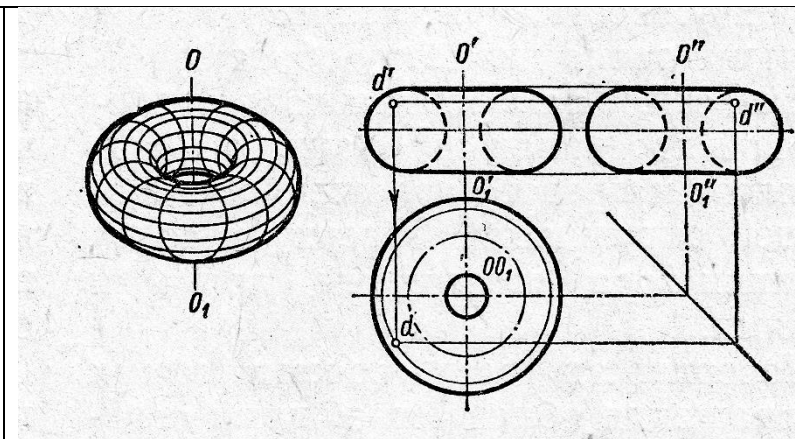
Если ось вращения тора перпендикулярна к горизонтальной плоскости, то его горизонтальная проекция – две концентрические окружности, расстояние между которыми равно диаметру образующей окружности. На фронтальной и профильной проекциях изображают крайние левое и правое положения образующей окружности. Сверху и снизу проекции тора ограничены прямыми линиями.

Поверхности рассмотренных тел вращения можно рассмотреть в таблице 7.

Таблица 7.

Наименование тела	Наглядное изображение	Эпюр
Прямой круговой цилиндр		
Прямой круговой конус		
Шар		

Тор



Поверхности всех рассмотренных тел вращения обладают общими свойствами:

1. Поверхности вращения пересекаются плоскостями, перпендикулярными к оси вращения, по окружностям, которые называют параллелями.

2. Плоскости, проходящие через ось вращения, пересекают поверхность вращения по образующим, называемым меридианами.

Указанные свойства поверхностей вращения используются для решения некоторых задач, связанных с поверхностями вращения.

Построение проекций точек и прямых, принадлежащих поверхностям геометрических тел.

Чтобы построить проекции точки, принадлежащей поверхности геометрического тела, необходимо предварительно по поверхности провести какую-либо линию, а затем на соответствующих проекциях линии отметить проекции точки. По плоскости проводят прямую линию, а по поверхности вращения – или одну из образующих, или окружность (параллель).

Рассмотрим решение такой задачи на примере четырехугольной прямой призмы (рис. 45). Дана фронтальная проекция a' точки A . Необходимо построить недостающие проекции a , a'' точки A в ортогональных проекциях и точку A в аксонометрической проекции.

Прежде всего надо отыскать на комплексном чертеже две проекции грани, на которой расположена точка A . На комплексном чертеже видно (рис. 45), что точка A лежит на фронтальной проекции $1'2'6'5'$ грани призмы. Горизонтальная проекция этой грани – отрезок 56 . На этом отрезке и находится горизонтальная проекция a точки A . Профильную проекцию призмы и точки A строят, применяя линии связи.

По имеющемуся комплексному чертежу призмы можно выполнить ее изометрическую проекцию по координатам вершин. Для этого вначале строят нижнее основание призмы, а затем вертикальные ребра и верхнее основание (рис. 45, б, в).

По координатам m и n точки A , взятым с комплексного чертежа, можно построить аксонометрическую проекцию этой точки.

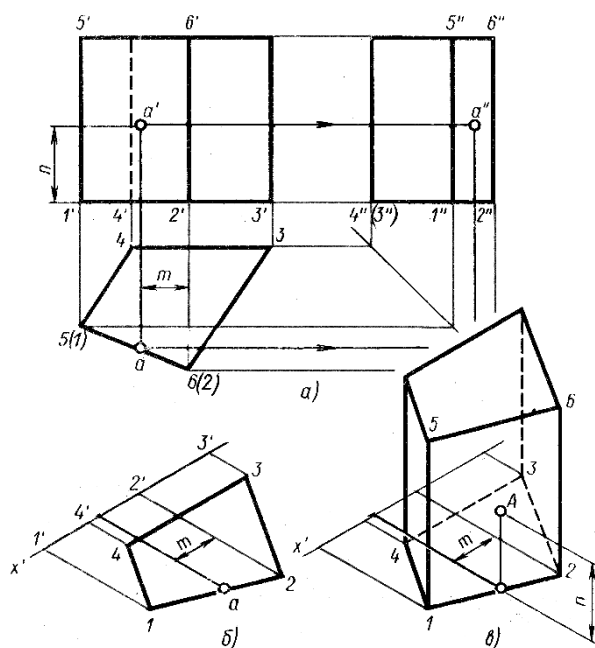


Рис. 45.

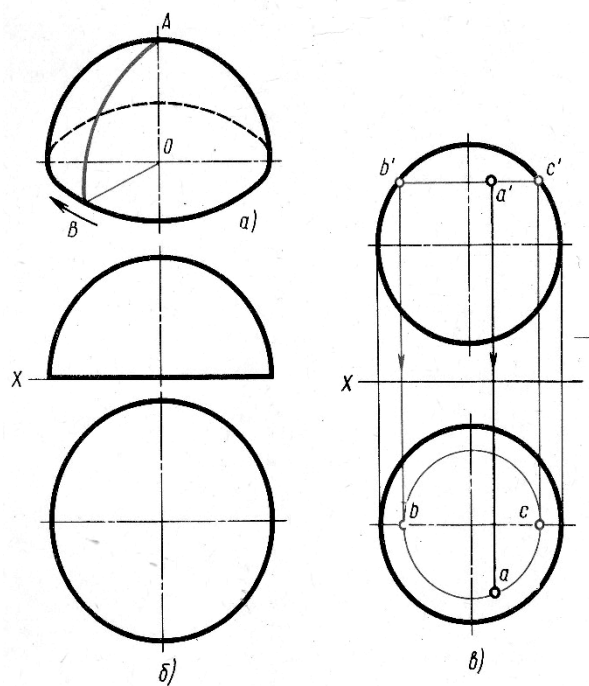


Рис. 46

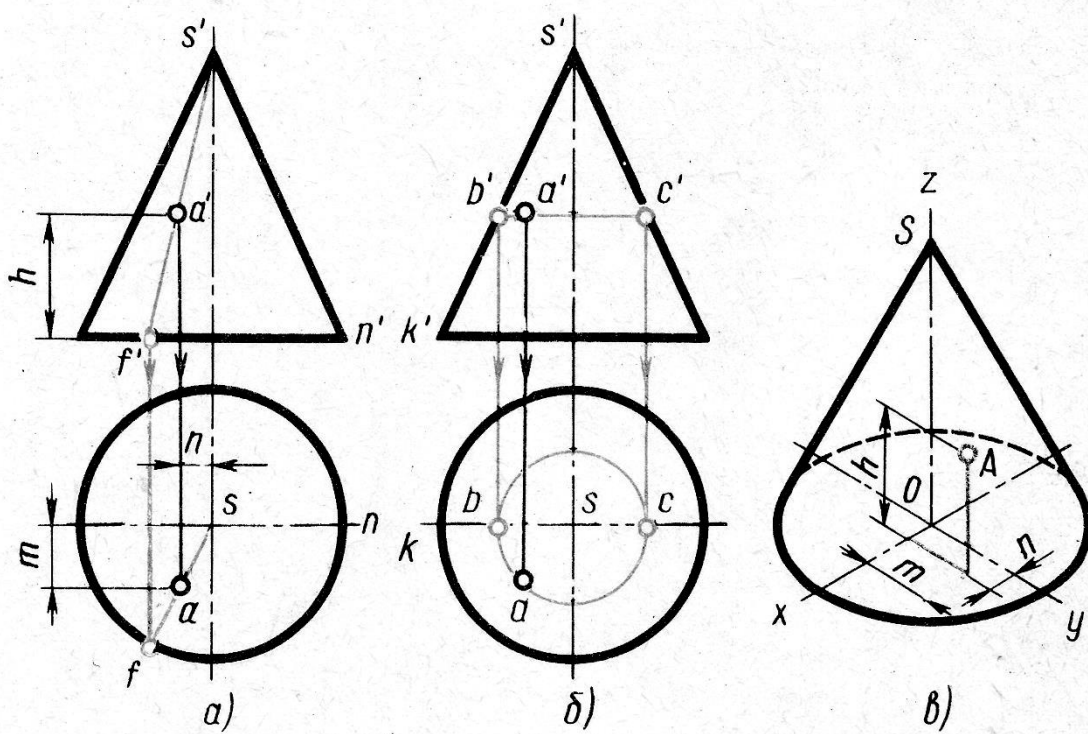


Рис. 47.

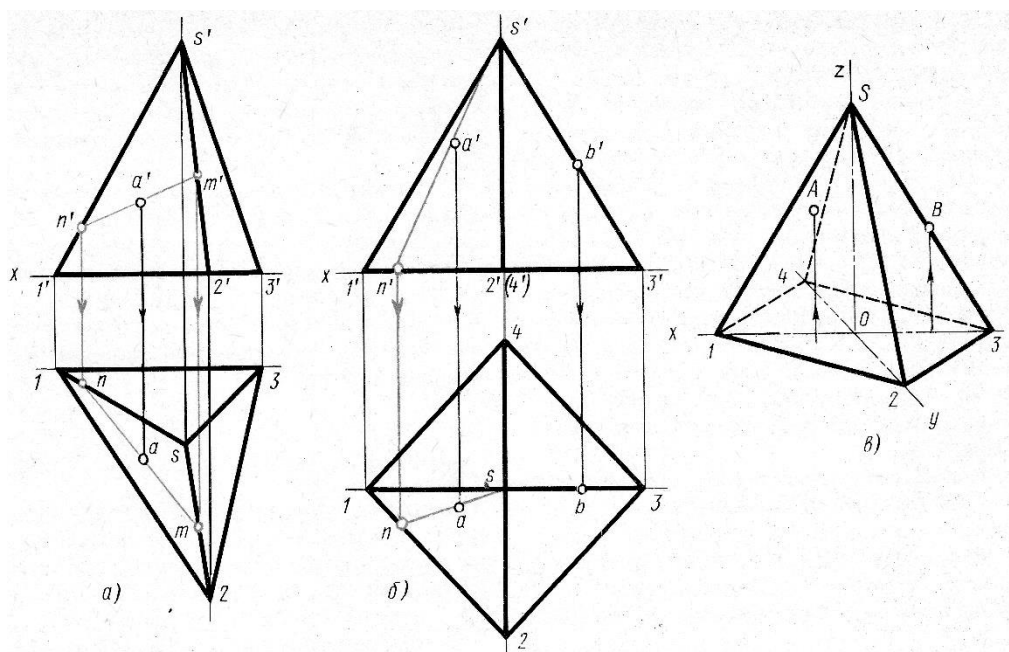


Рис. 48.

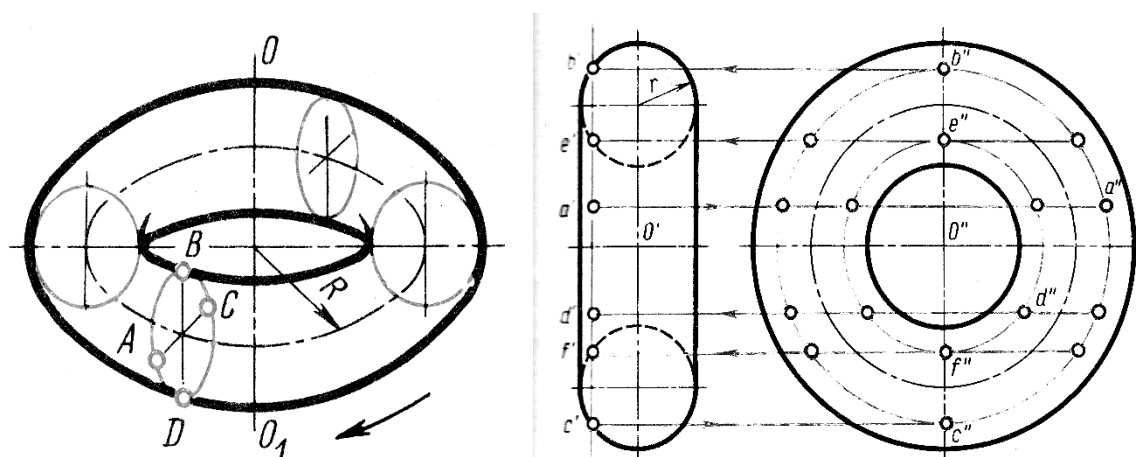


Рис. 49.

Решение аналогичных задач можно рассмотреть на других примерах: на проекциях шара (рис. 46), на проекциях конуса (рис. 47), на проекциях пирамиды (рис. 48), на проекциях тора (рис. 49), на проекциях цилиндра (рис. 50).

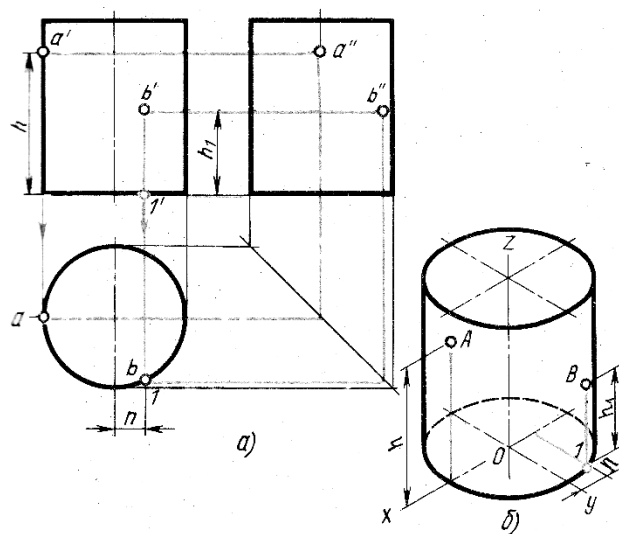


Рис. 50.

Для построения прямой на поверхности геометрического тела на комплексном чертеже необходимо построить проекции не менее двух точек и одноименные проекции соединить. Также на аксонометрических проекциях, построить не менее двух точек и полученные изображения соединить для получения изображения прямой.

Построение разверток поверхностей геометрических тел.

Плоская фигура, которая получается, если поверхность тела разрезать по некоторой линии и совместить с плоскостью, называется разверткой поверхности данного тела.

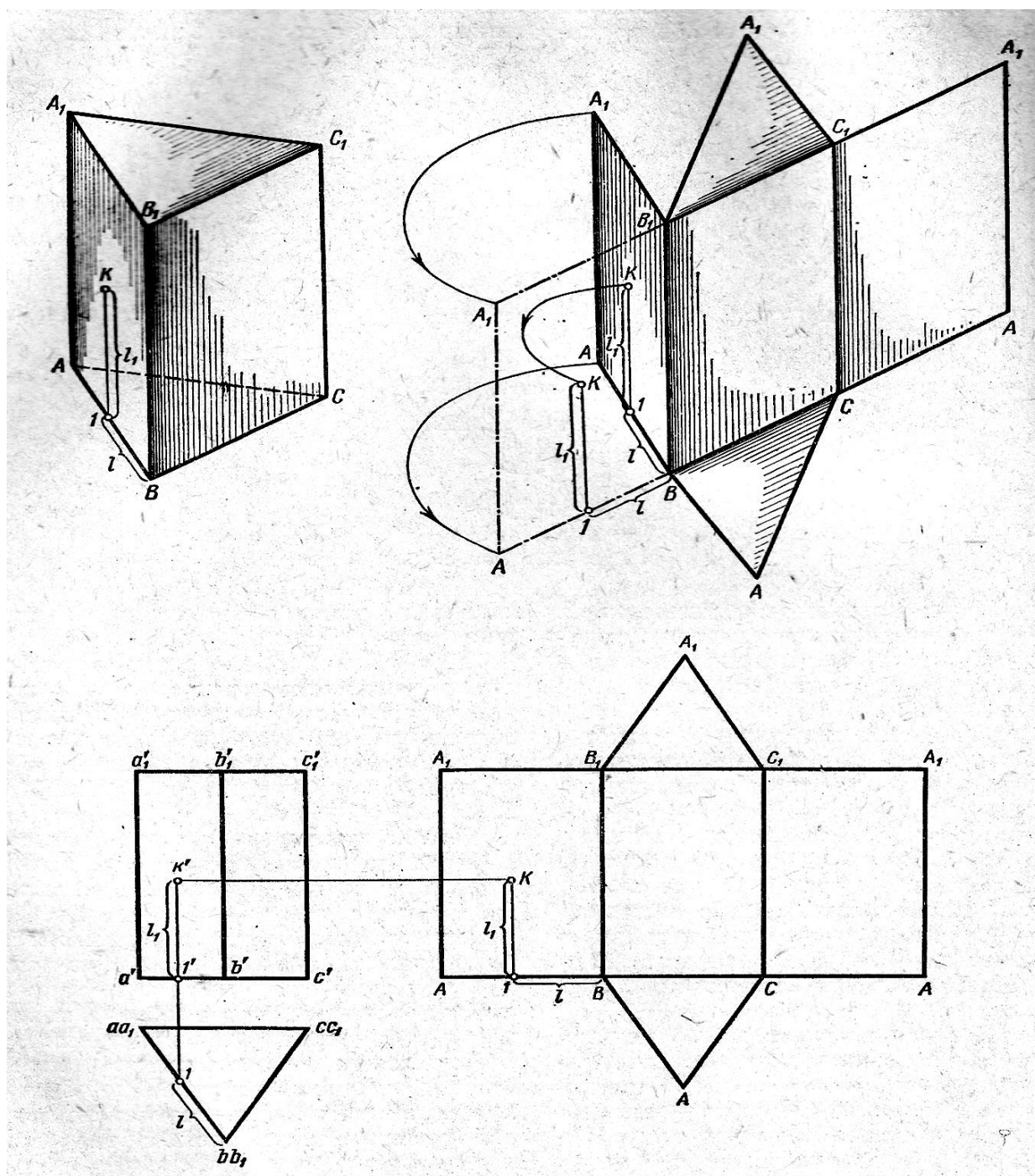


Рис. 51.

Развертка многогранника получается последовательным совмещением с плоскостью всех его граней.

На рисунке 51 изображена прямая треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Разрежем поверхность призмы по ребрам AA_1 , AB , AC , A_1B_1 и A_1C_1 и совместим основания призмы и боковые грани ABB_1A_1 и CAA_1C_1 с плоскостью грани BCC_1B_1 . Полученная фигура $A_1B_1A_1C_1A_1ACABA$ будет разверткой призмы.

На рисунке 52 показано построение развертки правильной прямой треугольной пирамиды $SABC$. Поверхность пирамиды разрезана по ребрам SA ; CA ; BC . Основание и боковые грани SAC и SBC совмещены с гранью SAB . Полученная плоская фигура $SCACBC$ будет разверткой треугольной пирамиды. Боковые грани пирамиды – треугольники построены на развертке способом засечек.

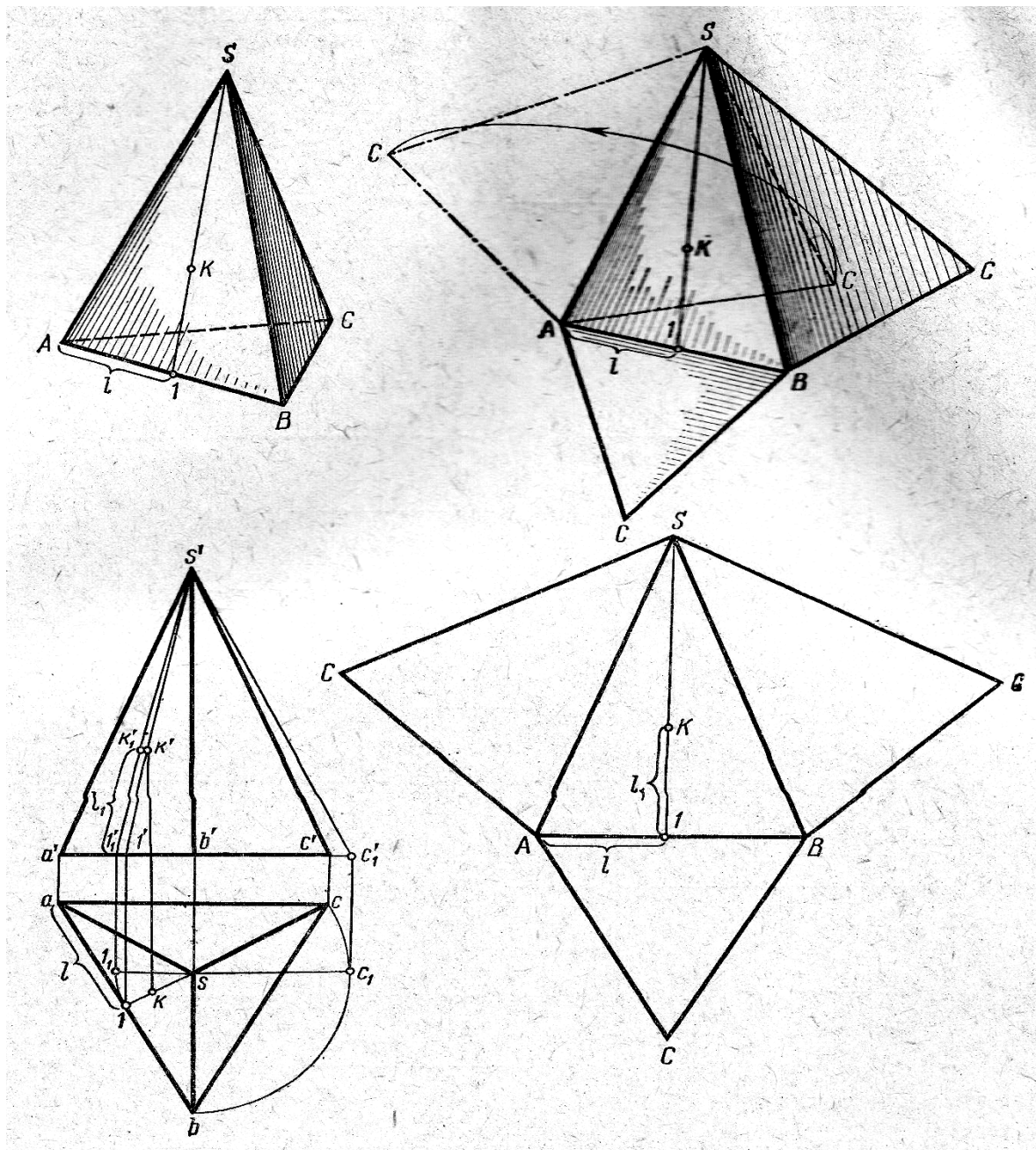


Рис. 52.

Действительные размеры боковых ребер пирамиды определены способом вращения. Так, например, ребро SC повернуто вокруг оси, перпендикулярной к плоскости H и проходящей через вершину S , до положения SC_1 . В этом положении ребро будет параллельно плоскости V и фронтальная проекция $s'c'_1$ равна действительным размерам ребра. Стороны основания пирамиды проецируются в действительную величину на плоскость H .

Поверхности криволинейных геометрических тел подразделяются на развертывающиеся, которые можно, разрезав по образующей, совместить с плоскостью без разрывов и складок, и неразвертывающиеся.

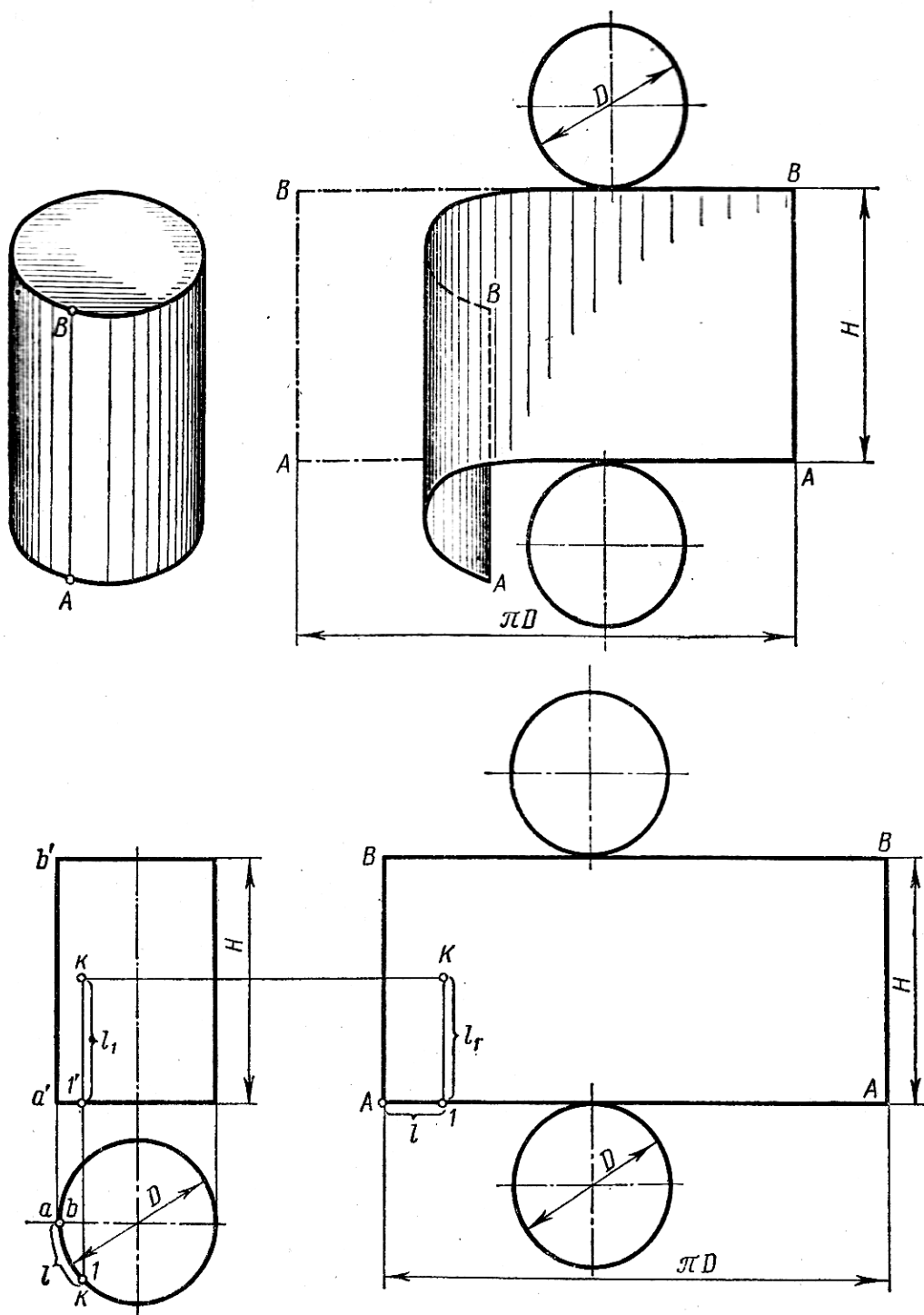


Рис. 53.

К развертывающимся относятся, например, поверхности цилиндра и конуса. Примерами неразвертывающихся поверхностей могут служить поверхности шара и тора. Развертки этих поверхностей строят приближенно.

На рисунке 53 показано построение развертки прямого кругового цилиндра. Развертка боковой поверхности прямого кругового цилиндра – прямоугольник, одна сторона которого равна длине окружности основания πD , а другая – высоте цилиндра H .

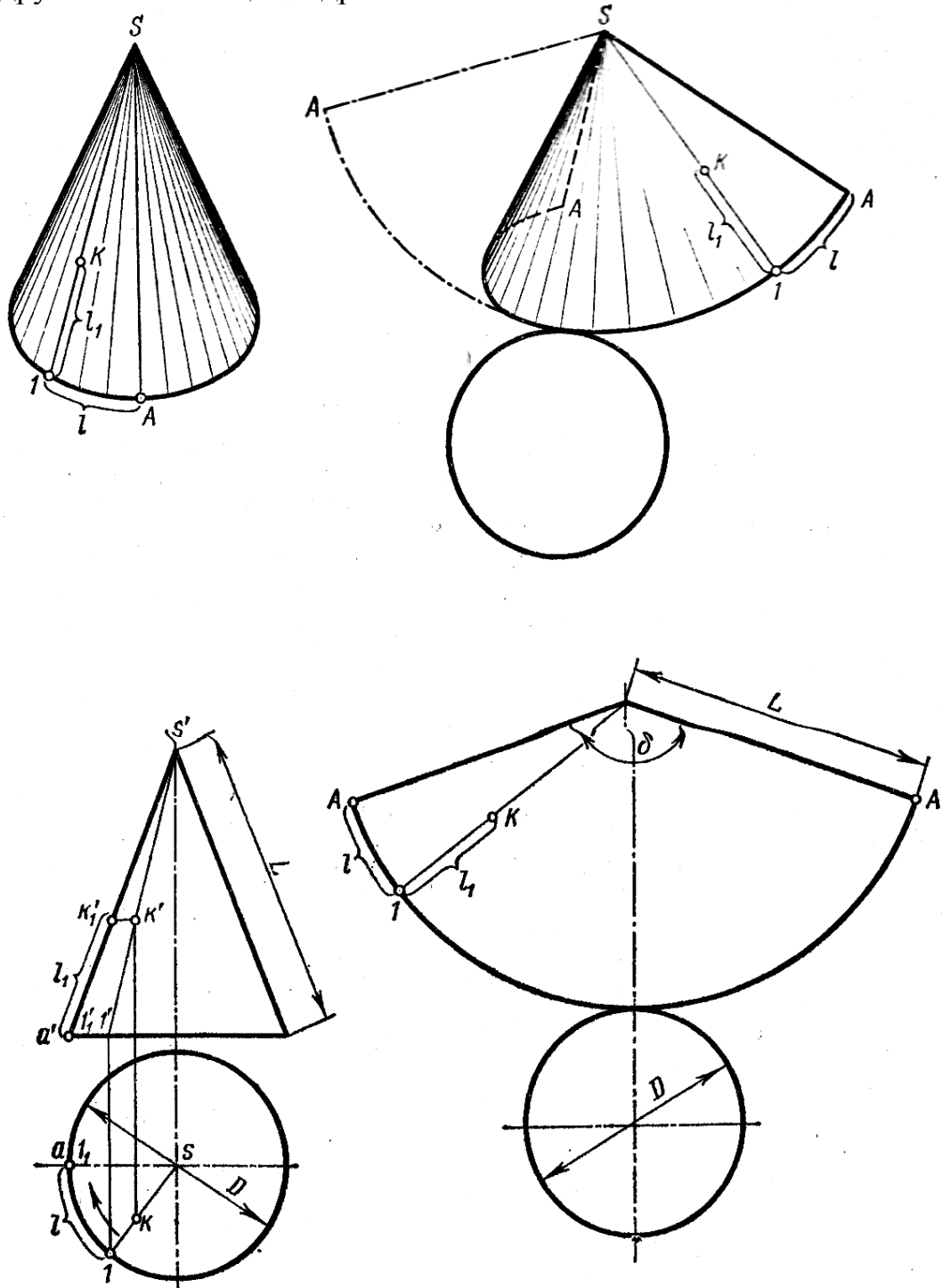


Рис. 54.

На рисунке 54 показано построение развертки прямого кругового конуса. Боковая поверхность конуса развертывается в круговой сектор.

Радиус сектора равен длине образующей конуса L . Угол δ при вершине сектора можно подсчитать по формуле $\delta = 180^\circ D/L$, где D – диаметр основания конуса.

Чтобы на развертке построить какую-либо точку, принадлежащую развертываемой поверхности тела, необходимо предварительно через заданную точку по поверхности провести линию. Затем эту линию нанести на развертку и на ней отметить заданную точку.

На грани призмы ABB_1A_1 лежит точка K (рис. 51). Прямая, проведенная через эту точку параллельно призмы, пересекает сторону основания AB в точке 1 .

Отмечают точку 1 на развертке. Для этого от точки B в сторону точки A откладывают отрезок $b1$ длиной l . Через точку 1 параллельно ребрам призмы проводят прямую, на которой на расстоянии l_1 от точки 1 отмечают заданную точку K .

На развертке пирамиды (рис. 52) аналогичная задача решена с помощью прямой $S1$, проходящей через вершину пирамиды. Следует отметить, что отрезок IK проецируется на плоскость проекции с искажением. Действительная длина l_1 этого отрезка определена способом вращения.

Положение точки K на развертке цилиндра (рис. 53) найдено с помощью образующей, проведенной по поверхности цилиндра через точку 1 . Отрезок прямой $A1 = l$ на развертке равен длине дуги $a1$ окружности основания цилиндра.

Положение точки K на развертке боковой поверхности конуса (рис. 54) найдено с помощью образующей $S1$, проведенной по поверхности конуса через точку K . Эта образующая проходит через точку 1 , отстоящую на расстоянии l от точки A , измеренном вдоль дуги окружности основания. Действительная длина l_1 отрезка IK определена способом вращения: образующая $S1$ повернута вокруг оси конуса до совмещения с образующей SA , которая параллельна плоскости V и проецируется на фронтальную плоскость проекции без искажения.

Рассмотренные задачи имеют важное значение, так как в техническом черчении часто приходится прибегать к построению разверток с нанесением на них различных кривых линий, которые строят по отдельным точкам.

Сечение геометрических тел проецирующей плоскостью

Для построения линии пересечения поверхности тела плоскостью необходимо найти ряд точек этой линии, т. е. точек, общих для поверхности и плоскости. Соединив последовательно найденные точки на чертеже, определяем линию пересечения. При построении линии пересечения плоскостью линейчатой поверхности (многогранника, конуса или цилиндра) достаточно найти точки пересечения ряда прямых (ребер или образующих), взятых на поверхности, с этой плоскостью, т. е. решить задачу на пересечение прямой с плоскостью.

Пересечение призмы

Форма фигуры сечения призмы плоскостью зависит от взаимного расположения секущей плоскости и призмы. На рисунке представлена прямая треугольная призма в ортогональной проекции; плоскость α , параллельная основанию; плоскость β , наклонная к основанию; плоскость γ , параллельная боковым ребрам (α и β – фронтально-проецирующие плоскости, γ – горизонтально-проецирующая). При пересечении плоскостью α образуется многоугольник, конгруэнтный основанию призмы (рис. 55, б); при пересечении плоскостью β – многоугольник, неконгруэнтный основанию (рис. 55, в); при пересечении плоскостью γ прямоугольник (рис. 55, г).

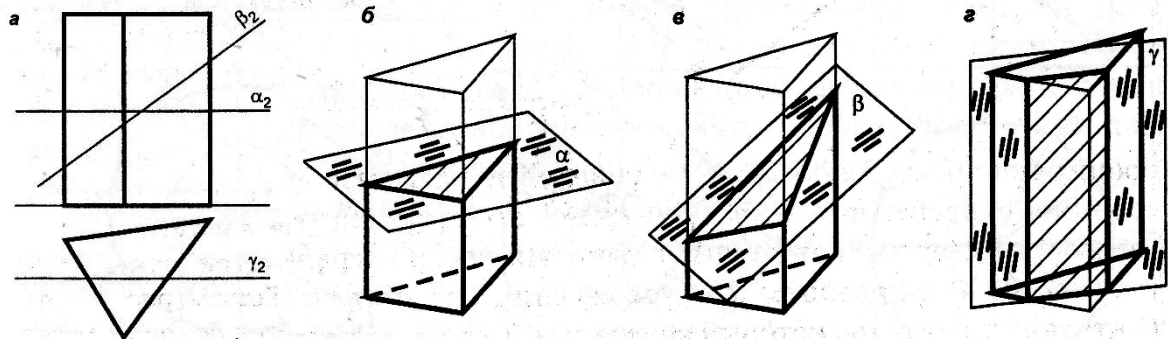


Рис. 55.

В качестве примера на рисунке 56 показано построение проекций линии пересечения поверхности правильной пятиугольной призмы фронтально-проецирующей плоскостью P . Фигура сечения представляет собой плоский пятиугольник 12345.

Для построения проекций фигуры сечения находят проекции точек пересечения плоскости P с ребрами призмы и соединяют их прямыми линиями. Фронтальные проекции этих точек получают при пересечении фронтальных проекций ребер призмы с фронтальным следом P_V секущей плоскости P (точки $1'-5'$).

Горизонтальные проекции точек пересечения 1 -5 совпадают с горизонтальными проекциями ребер. Имея две проекции этих точек, с помощью линии связи находят профильные проекции $1''-5''$. Полученные точки $1''-5''$ соединяют прямыми линиями и получают профильную проекцию фигуры сечения.

Действительный вид фигуры сечения можно определить любым из способов: вращения, совмещения или перемены плоскостей проекций.

В данном примере применен способ перемены плоскостей проекций. Горизонтальная плоскость проекций заменена новой H_1 , причем ось x_1 (для упрощения построений) совпадает с фронтальным следом плоскости P .

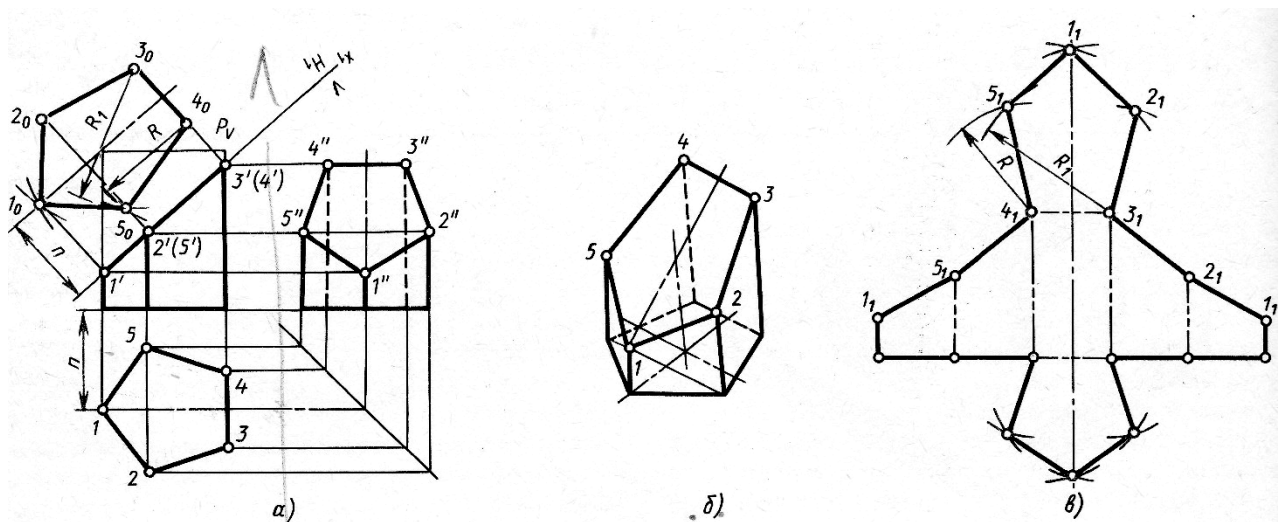


Рис. 56.

Для нахождения новой горизонтальной проекции какой-либо точки фигуры сечения (например, точки 1) необходимо выполнить следующие построения. Из точки $1'$ восстанавливают перпендикуляр к новой оси x_1 и откладывают на нем расстояние от прежней оси x до прежней горизонтальной проекции точки 1, т.е. отрезок n . В результате получают точку 1_0 . Так же находят и новые горизонтальные проекции точек 2 -5. Соединив прямыми линиями новые горизонтальные проекции $1_0 - 5_0$, получают действительный вид фигуры сечения.

Развертку боковой поверхности с основанием и фигурой сечения призмы строят следующим образом. Проводят прямую, на которой откладывают пять отрезков, равных длинам сторон пятиугольника, лежащего в основании призмы. Из полученных точек проводят перпендикуляры, на которых откладывают действительные длины ребер усеченной призмы, беря их с фронтальной или профильной проекции, получают развертку боковой поверхности призмы.

К развертке боковой поверхности пристраивают фигуру нижнего основания – пятиугольник и фигуру сечения. Линии сгиба по ГОСТ 2.303-68 показывают на развертке штрихпунктирной с двумя точками.

Для наглядности выполняют построение усеченного тела в аксонометрической проекции. Порядок построения изометрической проекции следующий. Строят изометрическую проекцию основания призмы; проводят в вертикальном направлении линии ребер, на которых от основания откладывают их действительные длины, взятые с фронтальной или профильной проекции призмы. Полученные точки $1' - 5'$ соединяют прямыми линиями.

Пересечение пирамиды

В зависимости от расположения секущей плоскости P по отношению к оси правильной пирамиды получают различные фигуры сечения (рис. 57).



Рис. 57.

Правильная шестиугольная пирамида, пересеченная фронтально-проецирующей плоскостью P , показана на рисунке 58.

Как и в предыдущем примере, фронтальная проекция сечения совпадает с фронтальным следом P_V плоскости. Горизонтальную и профильную проекции фигуры сечения строят по точкам, которые являются точками пересечения плоскости P с ребрами пирамиды. Действительный вид фигуры сечения в этом примере найдем способом совмещения (плоскость P вместе с фигурой сечения совмещена с горизонтальной плоскостью проекций).

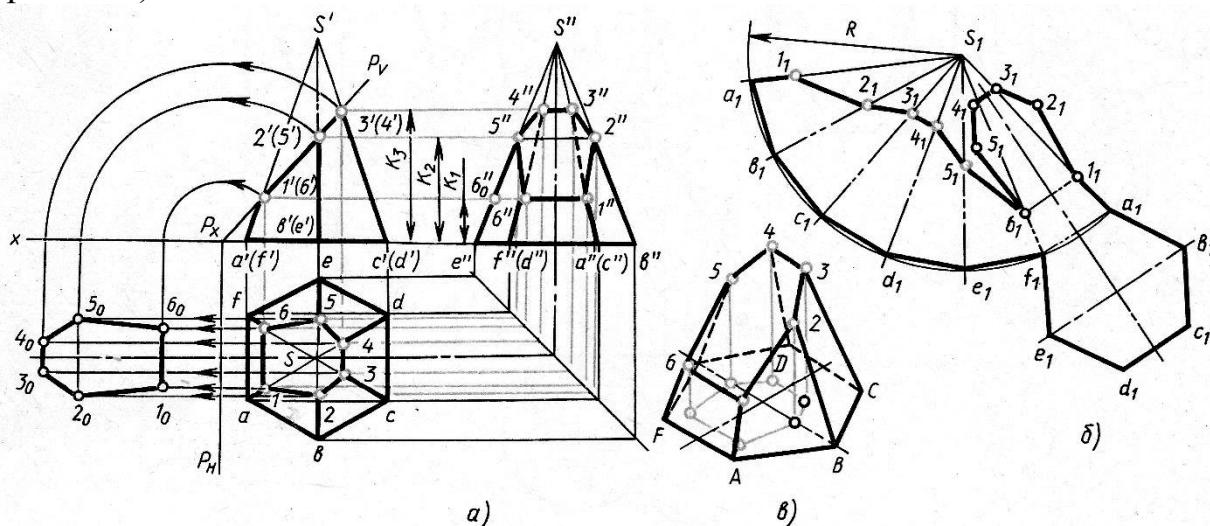


Рис. 58.

Развертка усеченной пирамиды с фигурой сечения и фигурой основания построена следующим образом.

Сначала строят развертку неусеченной пирамиды, все грани которой, имеющие форму треугольника, одинаковы. На плоскости намечают точку s_1 (вершину пирамиды) и из нее, как из центра, проводят дугу окружности радиусом R , равным действительной длине бокового ребра пирамиды. Действительную длину ребра можно определить по профильной проекции

пирамиды, например отрезка $s''e''$ или $s''b'' \neq$ так как эти ребра параллельны плоскости W и изображаются на ней действительной длиной. Далее по дуге окружности от любой точки, например a_1 , откладывают шесть одинаковых отрезков, равных действительной длине стороны шестиугольника – основания пирамиды. Действительную длину стороны основания пирамиды получаем на горизонтальной проекции (отрезок ab). Точки $a_1 - f_1$ соединяют прямыми с вершиной s_1 . Затем от вершины a_1 на этих прямых откладывают действительные длины отрезков ребер до секущей плоскости.

На профильной проекции усеченной пирамиды имеются действительные длины только двух отрезков - $s''5''$ и $s''2''$. Действительные длины остальных отрезков определяют способом вращения их вокруг оси, перпендикулярной к плоскости H и проходящей через вершину s . Например, повернув отрезок $s''b''$ около оси до положения, параллельного плоскости W , получим на этой плоскости его действительную длину. Для этого достаточно через точку b'' провести горизонтальную прямую до пересечения с действительной длиной ребра SE (или SB). Отрезок $s''b_0''$ представляет собой действительную длину отрезка Sb .

Полученные точки $1_1, 2_1, 3_1$ и т. д. соединяют прямыми и пристраивают фигуры основания и сечения. Линии сгиба на развертке проводят штрихпунктирной линией с двумя точками.

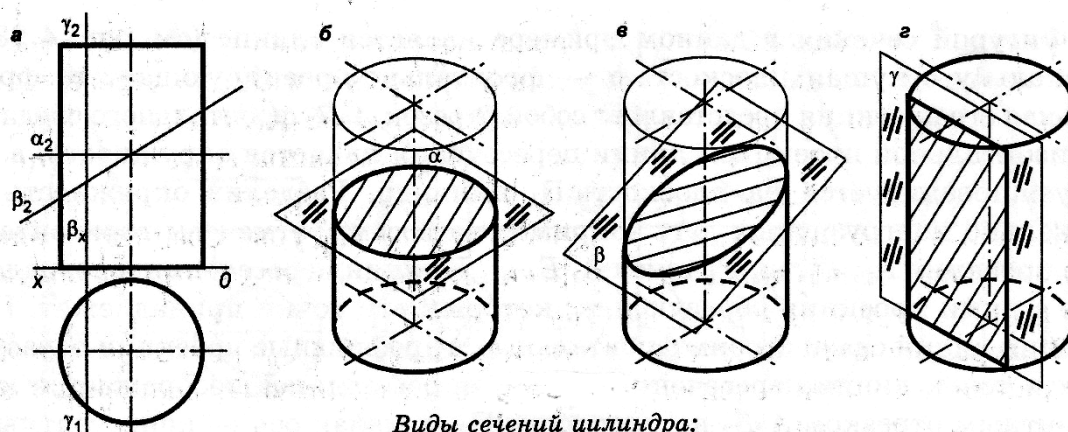
Построение изометрической проекции усеченной пирамиды начинают с построения изометрической проекции основания пирамиды по размерам, взятым с горизонтальной проекции комплексного чертежа. Затем на плоскости основания по координатам точек $1 - 6$ соединяем, получаем фигуру сечения. Из вершины полученного шестиугольника проводят вертикальные прямые, на которых откладывают координаты, взятые с фронтальной или профильной проекций призмы, например, отрезки K_1, K_2, K_3 и т. д. Полученные точки $1 - 6$ с вершинами шестиугольника, основания пирамиды, получим изометрическую проекцию усеченной пирамиды. Невидимые ребра изображают штриховыми линиями.

Пересечение цилиндра

В зависимости от расположения секущей плоскости P по отношению к оси прямого кругового цилиндра получают различные фигуры сечения, ограниченные кривыми линиями (рис. 59).

Построение сечения прямого кругового цилиндра аналогично построению сечения призмы, так как прямой круговой цилиндр можно рассматривать как прямую призму с бесчисленным количеством ребер – образующих цилиндра.

Выполнение чертежа начинают с построения трех проекций прямого кругового цилиндра. На поверхности цилиндра проводят несколько равномерно расположенных образующих, в данном примере двенадцать. Для этого горизонтальную проекцию основания делят на 12 равных частей. С помощью линий связи проводят фронтальные проекции образующих цилиндра (рис. 60).



Виды сечений цилиндра:

a — ортогональный чертеж цилиндра и секущие плоскости; *b* — секущая плоскость параллельна основанию; *c* — секущая плоскость наклонна к основанию; *d* — секущая плоскость параллельна оси цилиндра.

Рис. 59.

Из комплексного чертежа видно, что плоскость P пересекает не только боковую поверхность, но и верхнее основание цилиндра. Как известно, плоскость, расположенная под углом к оси цилиндра, пересекает его по эллипсу. Следовательно, фигура сечения в данном случае представляет часть эллипса.

Фронтальная проекция фигуры сечения совпадает с фронтальным следом P_V плоскости P . Горизонтальная проекция этой фигуры совпадает с горизонтальной проекцией основания цилиндра.

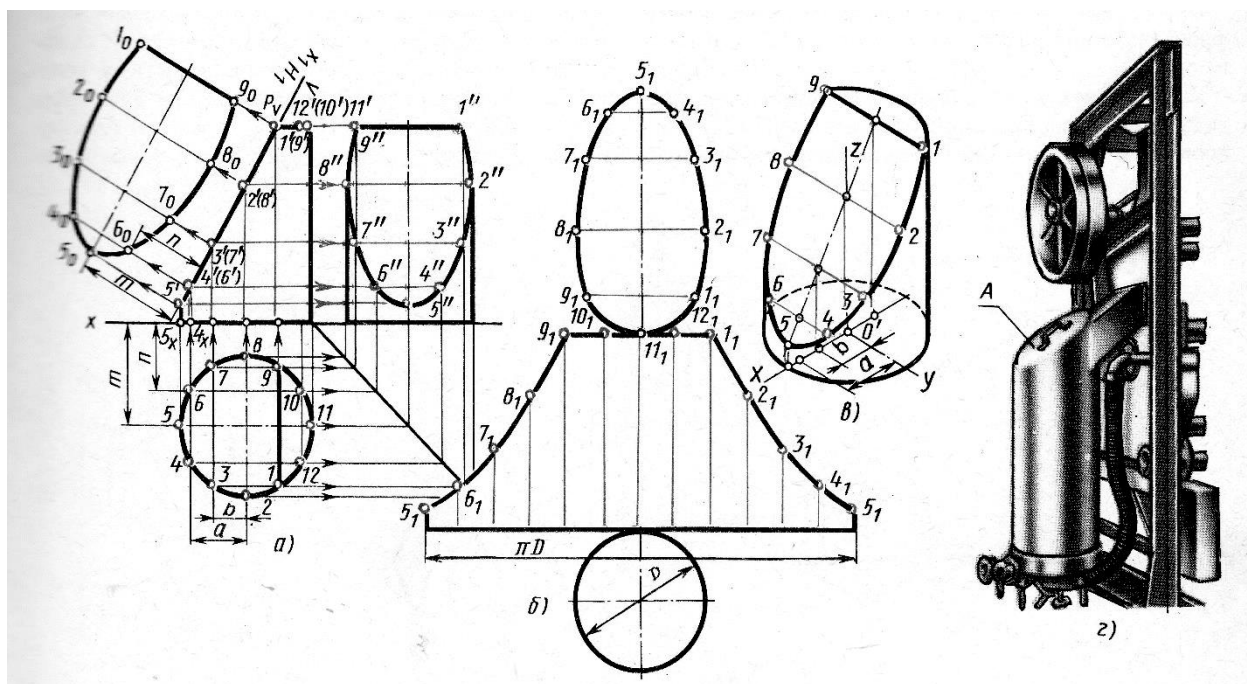


Рис. 60.

Профильная проекция фигуры сечения представляет собой проекцию части эллипса и может быть построена по нескольким точкам, которые строятся с помощью линии связи по горизонтальной и фронтальной проекциям фигуры сечения. Полученные таким образом профильные проекции точек фигуры сечения соединяют кривой по лекалу.

Действительный вид фигуры сечения получен способом перемены плоскостей проекций. Горизонтальная плоскость проекции заменена новой. Новая ось проекций x_1 может быть проведена параллельно следу P_V на произвольном расстоянии, но для упрощения построений она выполнена совпадающей с P_V . От оси x_1 откладывают отрезки $5'5_0 = 55_x$, $4'4_0 = 44_x$, т. е. отрезки m , n и т. д., так как расстояние от новой проекции этой точки до новой оси проекций равно расстоянию от прежней проекции этой точки до прежней оси проекций.

Для построения развертки на горизонтальной прямой откладывают длину окружности основания, равную πd , и делят ее на 12 равных частей. Из точек деления восстанавливают перпендикуляры к отрезку πd , на них откладывают действительные длины образующих цилиндра от основания до секущей плоскости P , которые взяты с фронтальной или профильной проекции цилиндра. Полученные точки $1_1 \dots 9_1$ соединяют по лекалу плавной кривой. Затем фигуру сечения соединяют с частью верхнего основания цилиндра, ограниченного хордой $1_1 9_1$ (сегмент), а фигуру нижнего основания цилиндра (окружность) соединяют с нижней частью развертки.

Изометрическую проекцию усеченного цилиндра строят следующим образом. Сначала строят изометрию нижнего основания (овал) и части верхнего основания (часть овала). На диаметре окружности нижнего основания от центра O' откладывают отрезки a , b и т. д., взятые с горизонтальной проекции основания. Затем из намеченных точек проводят прямые, параллельные оси цилиндра до пересечения с осью эллипса.

Через полученные точки проводят прямые, параллельные оси u , и на них откладывают отрезки, взятые с действительного вида сечения. Полученные точки соединяют по лекалу. Заканчивают построение проведением очерковых образующих, касательных к основаниям – овалам.

Пересечение конуса

В зависимости от расположения секущей плоскости P по отношению к оси прямого кругового конуса получают различные фигуры сечения, ограниченные кривыми линиями (рис. 61).

Сечение прямого кругового конуса фронтально-проецирующей плоскостью P рассматривается на рисунке 62. Основание конуса расположено на плоскости H . Фигура сечения в данном случае будет ограничена эллипсом.

Фронтальная проекция фигуры сечения расположена на фронтальном следе плоскости P .

Для построения горизонтальной проекции контура фигуры сечения горизонтальную проекцию основания конуса (окружность) делят, например, на 12 равных частей. Через точки деления на горизонтальной и фронтальной проекциях проводят вспомогательные образующие. Сначала находят фронтальные проекции точек сечения $1' - 12'$, лежащих на плоскости P_1 . Затем с помощью линий связи находят их горизонтальные проекции. Например, горизонтальная проекция точки 2, расположенной на образующей

s_2 , проецируется на горизонтальную проекцию этой же образующей в точку 2.

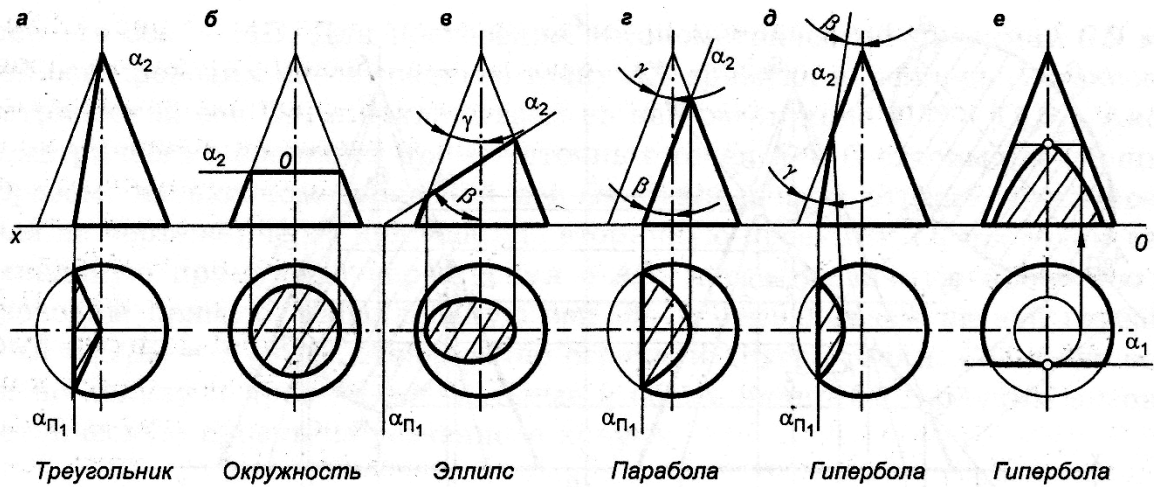


Рис. 61.

Найденные горизонтальные проекции точек контура сечения соединяют по лекалу. Действительный вид фигуры сечения в данном примере найден способом перемены плоскости проекций. Плоскость H заменяется новой плоскостью проекции H_1 .

На фронтальной плоскости проекции V фигура сечения – эллипс изображается в виде прямой $l'7'$, совпадающей с фронтальной проекцией секущей плоскости P . Эта прямая $l'7'$ является большой осью эллипса. Малая ось эллипса $a'b'$ перпендикулярна к большой оси $l'7'$ и проходит через ее середину. Чтобы найти малую ось сечения, через середину большой оси $l'7'$ эллипса проводят горизонтальную плоскость N , которая рассекает конус по окружности, диаметр которой будет равняться малой оси эллипса (a_0b_0).

Чтобы получить новую горизонтальную проекцию какой-либо точки эллипса, например, точки 2_0 , из точки $2'$ восставляют перпендикуляр и откладывают на нем отрезок, равный расстоянию от горизонтальной проекции точки 2 до оси x .

Построение развертки поверхности конуса начинают с проведения дуги окружности радиусом, равным длине образующей конуса из точки s_0 . Длина дуги определяется углом α : $\alpha = 180^\circ(d/l)$, где d – диаметр окружности основания конуса в мм; l – длина образующей конуса в мм.

Дугу делят на 12 частей и полученные точки соединяют с вершиной s_0 . От вершины s_0 откладывают действительные длины отрезков образующих от вершины конуса до секущей плоскости P .

Действительные длины этих отрезков находят, как и в примере с пирамидой, способом вращения около вертикальной оси, проходящей через вершину конуса. Так, например, чтобы получить действительную длину отрезка S_2 , надо из $2'$ провести горизонтальную прямую до пересечения в точке b' с контурной образующей конуса, являющейся действительной ее длиной.

5. Образование поверхностей вращения. Приведите примеры поверхностей вращения.
6. Порядок построения проекций точки, принадлежащей поверхности геометрического тела.
7. Развертка поверхности геометрического тела.
8. Развертки прямого кругового конуса и прямого кругового цилиндра.

Тема 7. Пересечение поверхностей. Способ вспомогательных секущих плоскостей. Способ вспомогательных секущих сфер.

Взаимное пересечение поверхностей геометрических тел.

В машиностроении и в строительном деле часто встречаются случаи взаимного пересечения геометрических тел. В результате пересечения поверхностей получаются замкнутые пространственные кривые или ломаные линии.

Точки искомых линий определяют, применяя вспомогательные поверхности, которыми рассекают заданные поверхности. В качестве вспомогательных поверхностей используют плоскости (способ секущих плоскостей) или сферы (способ секущих сфер). Выбор способа построения линии пересечения поверхностей зависит от вида заданных геометрических тел и их расположения в пространстве.

В некоторых случаях для построения точек, принадлежащих искомой линии пересечения, нужно находить точки пересечения прямых с геометрической поверхностью.

Пересечение прямой с поверхностью геометрических тел.

В зависимости от вида поверхностей тел линии пересечения могут быть лекальными кривыми или ломаными. Для решения задач на построение линии пересечения поверхностей необходимо предварительно усвоить построение точек пересечения прямой с поверхностями различных геометрических тел. Чтобы найти точку (точки) пересечения прямой AB с поверхностью P (рис.63), через заданную прямую AB проводят вспомогательную плоскость Q , затем строят линию пересечения $1-2$ данной поверхности P с вспомогательной плоскостью Q

Искомая точка K пересечения прямой AB с поверхностью P будет расположена на линии 1 – 2. Форма линии пересечения 1 – 2 зависит от заданной поверхности P и положения в пространстве вспомогательной плоскости Q . Нужно по возможности располагать вспомогательную плоскость так, чтобы линия пересечения ее с данной поверхностью была графически простой – прямой или окружностью. Обычно в качестве вспомогательной используют проецирующую плоскость.

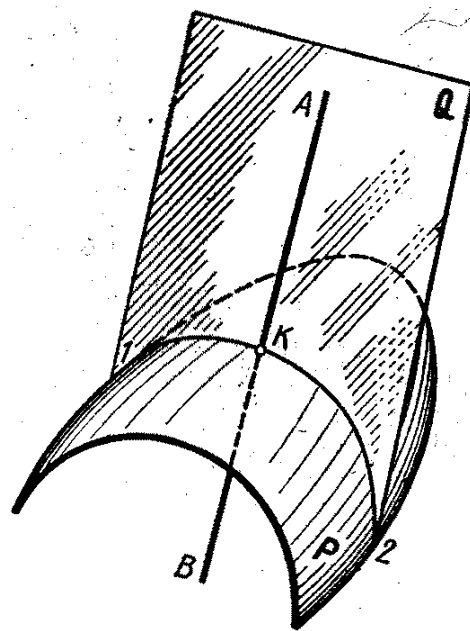


Рис. 63

Построение линии пересечения поверхностей при помощи вспомогательных секущих плоскостей.

Чтобы с достаточной точностью построить линию пересечения поверхностей, нужно определить необходимое количество точек, проводя вспомогательные плоскости на разных уровнях. Положение вспомогательных плоскостей в пространстве следует выбирать так, чтобы линии пересечения их с заданными поверхностями были графически простыми (прямые или окружности).

Построение линии пересечения поверхностей нужно начинать с определения характерных (опорных) точек линии пересечения. К ним относятся точки, расположенные на очерковых образующих поверхностей, которые обычно делят линию пересечения на видимую и невидимую части (границы видимости). Например, на рисунке 64, где изображены линии пересечения призмы с конусом, такими точками являются точки A и B . Затем определяют характерные точки, расположенные, например, на очерковых образующих поверхностей вращения или крайних ребрах, отделяющих видимую часть линии перехода от невидимой. На рисунке это точки C и D . Они располагаются на крайних ребрах верхней горизонтальной грани призмы.

Все остальные точки пересечения называются промежуточными (например, точки E и F). Обычно их определяют с помощью вспомогательных параллельных секущих плоскостей.

В качестве вспомогательных плоскостей выбирают такие плоскости, которые пересекают обе заданные поверхности по простым линиям – прямым или окружностям, причем окружности должны располагаться в плоскостях, параллельных плоскостям проекций.

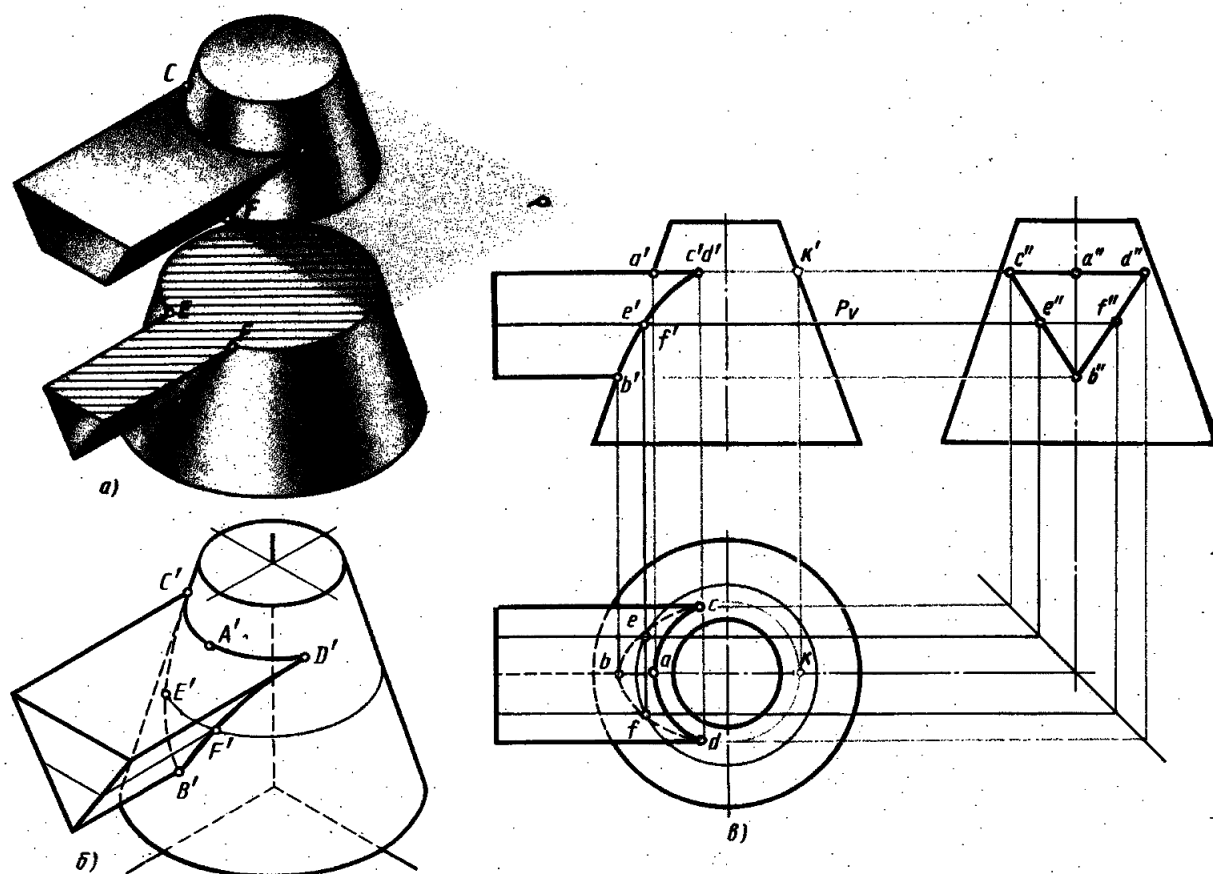


Рис. 64.

В данном примере плоскость P рассекает конус по окружности, с помощью которой находят горизонтальные проекции точек e и f . Во всех случаях перед тем как строить линию пересечения поверхностей на чертеже, необходимо представить себе эту линию в пространстве.

На следующих образцах можно увидеть примеры построения линии пересечения различных геометрических тел.

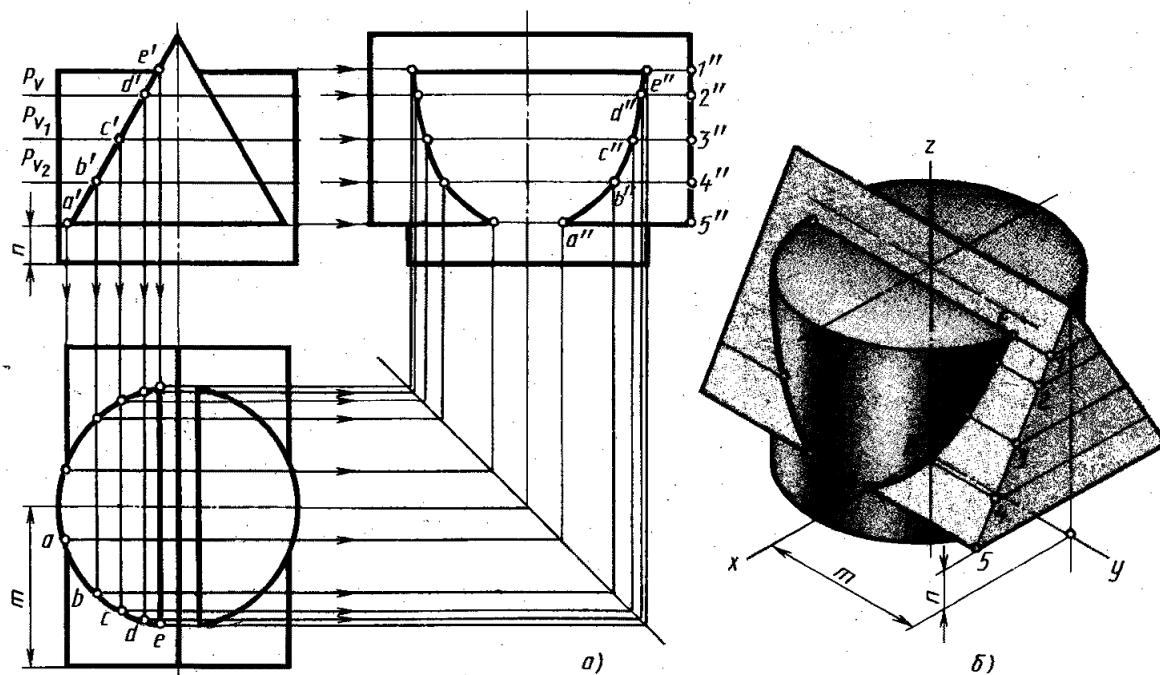


Рис. 65.

На рисунке 65 показано построение проекции и изометрии линий пересечения поверхности треугольной призмы с поверхностью прямого кругового цилиндра.

На рисунке 66 показано построение проекции и изометрии линий пересечения поверхностей двух прямых круговых цилиндров, оси которых перпендикулярны к плоскостям проекций.

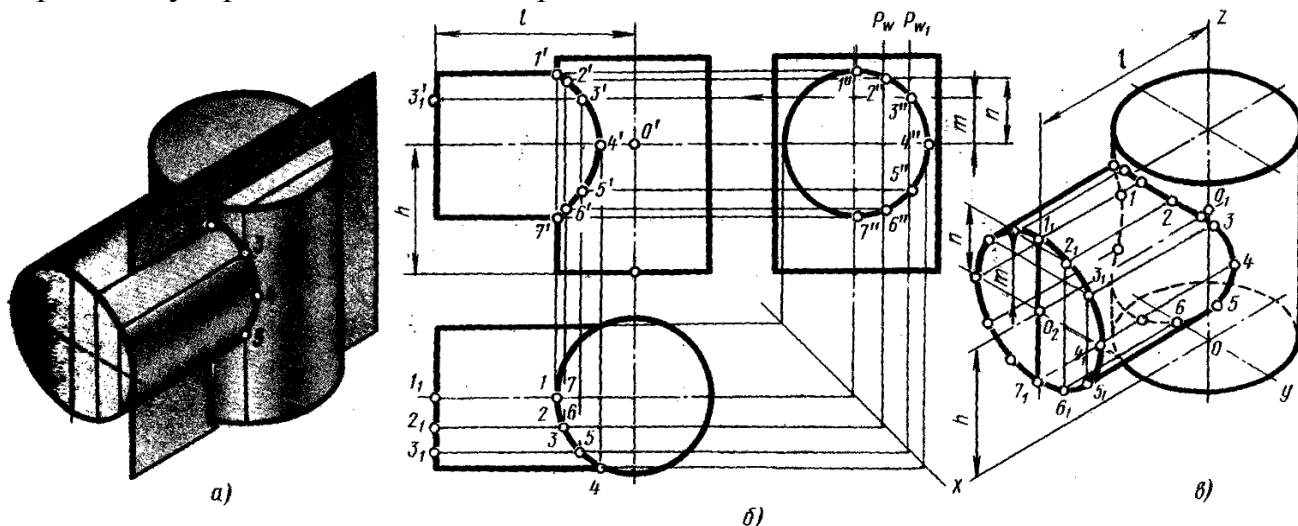


Рис. 66.

На рисунке 67 показано построение проекции и изометрии линий пересечения поверхностей двух призм.

На рисунке 68 показано построение проекции и диметрии линий пересечения поверхностей четырехугольной призмы с четырехугольной пирамидой.

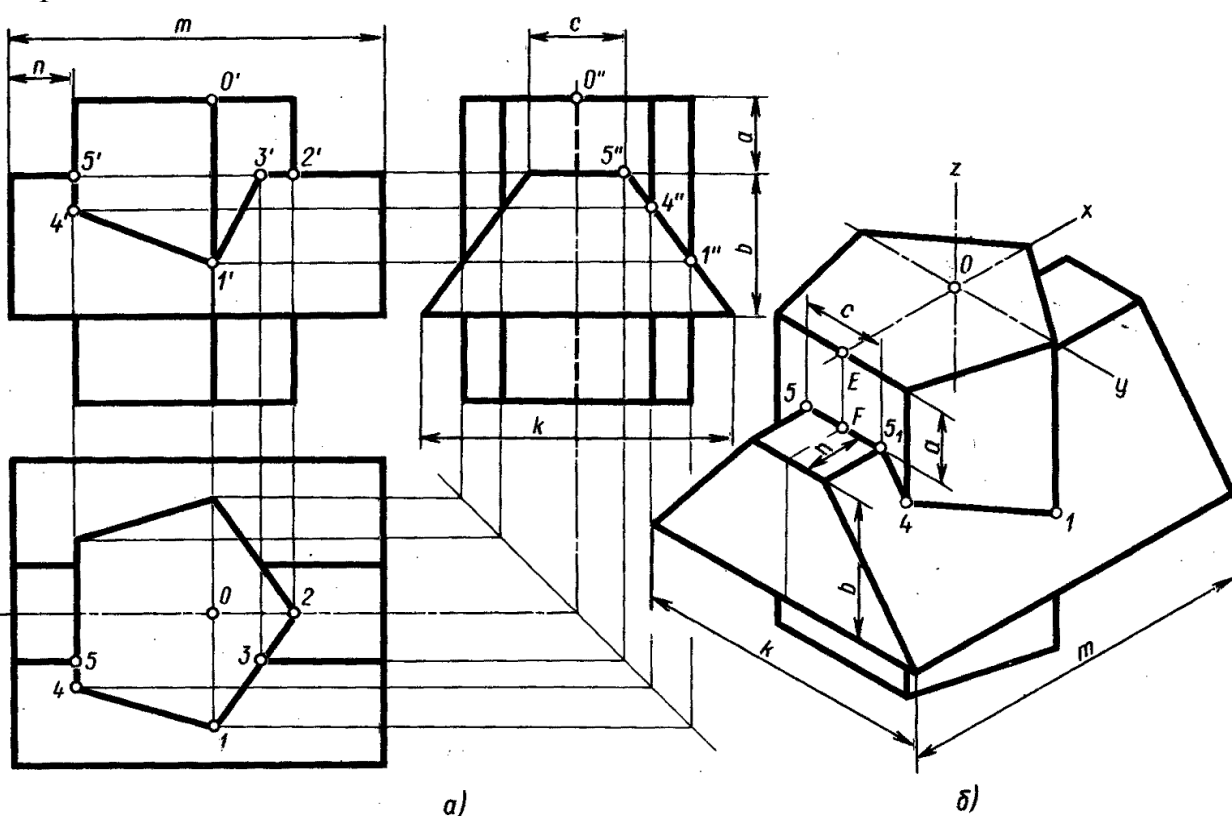


Рис. 67.

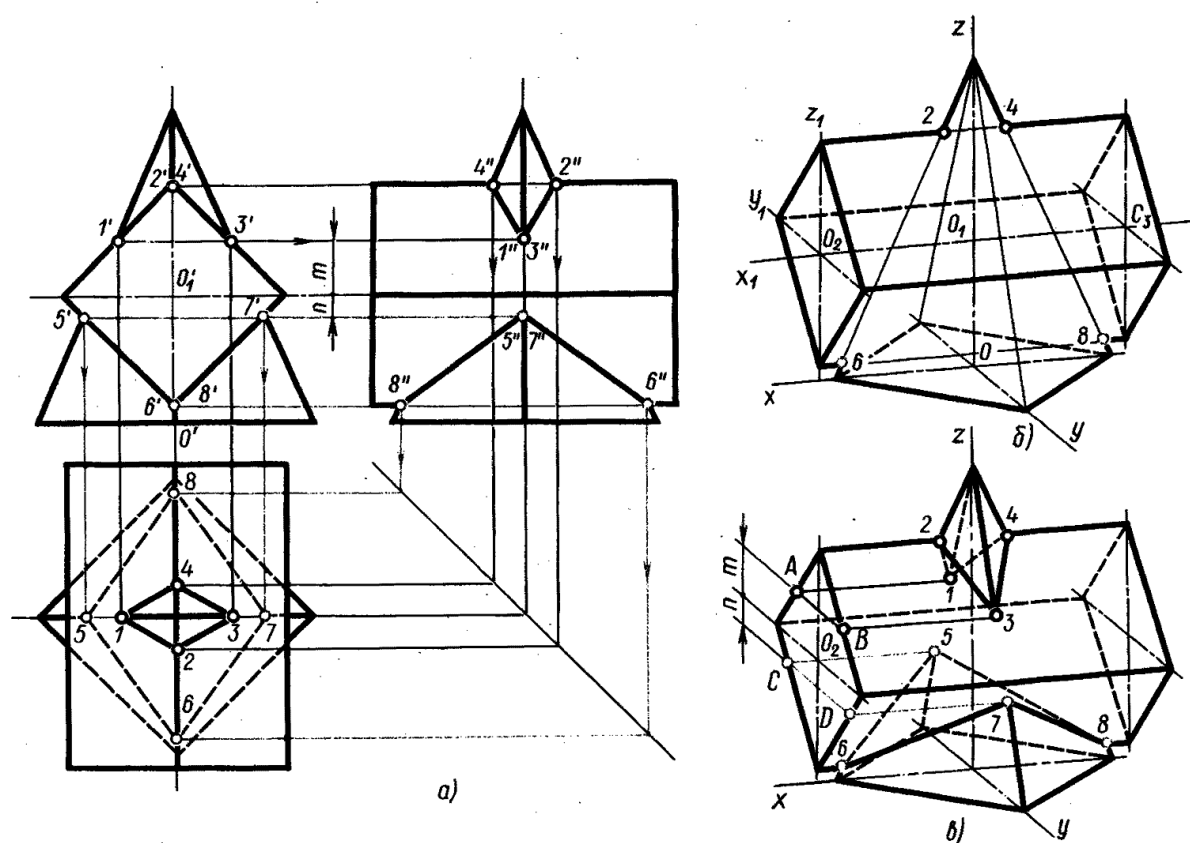


Рис. 68.

На рисунке 69 показано построение проекции и изометрии линий пересечения поверхностей прямого кругового усеченного конуса, имеющего вертикальную ось, с цилиндром, расположенным горизонтально.

На рисунке 70 показано построение проекции и изометрии линий пересечения поверхностей цилиндра и конуса, оси которых параллельны.

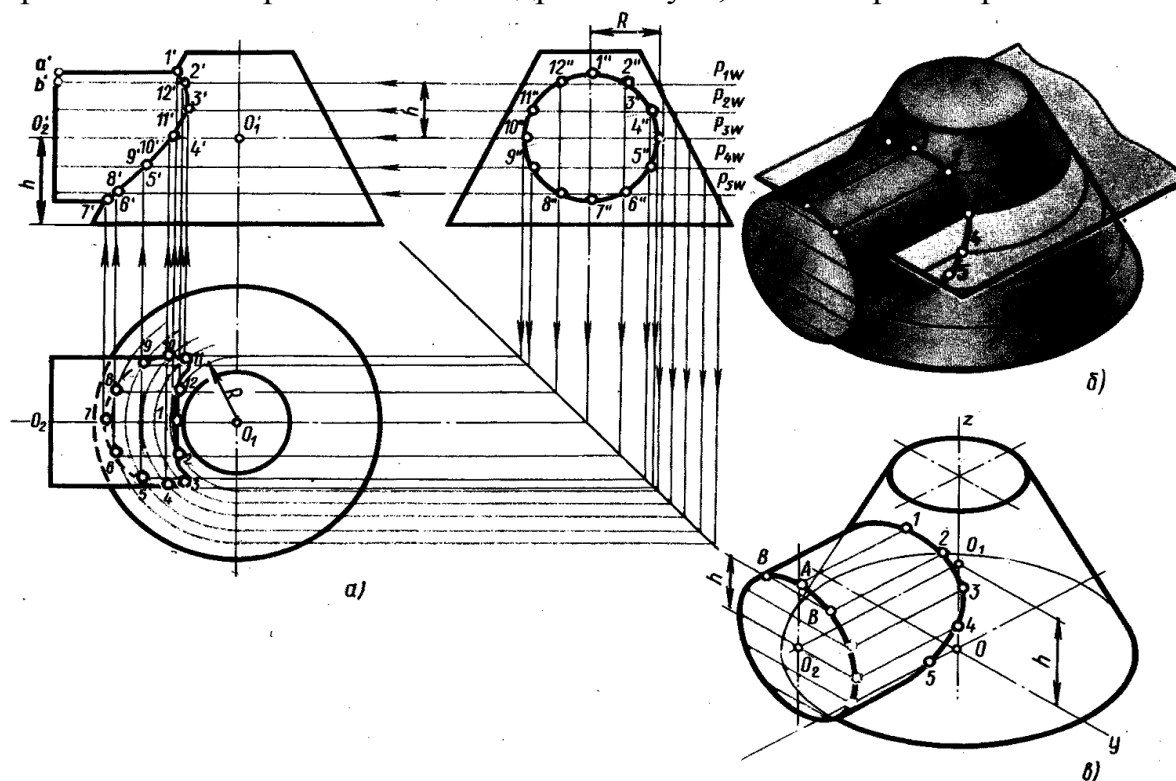


Рис. 69.

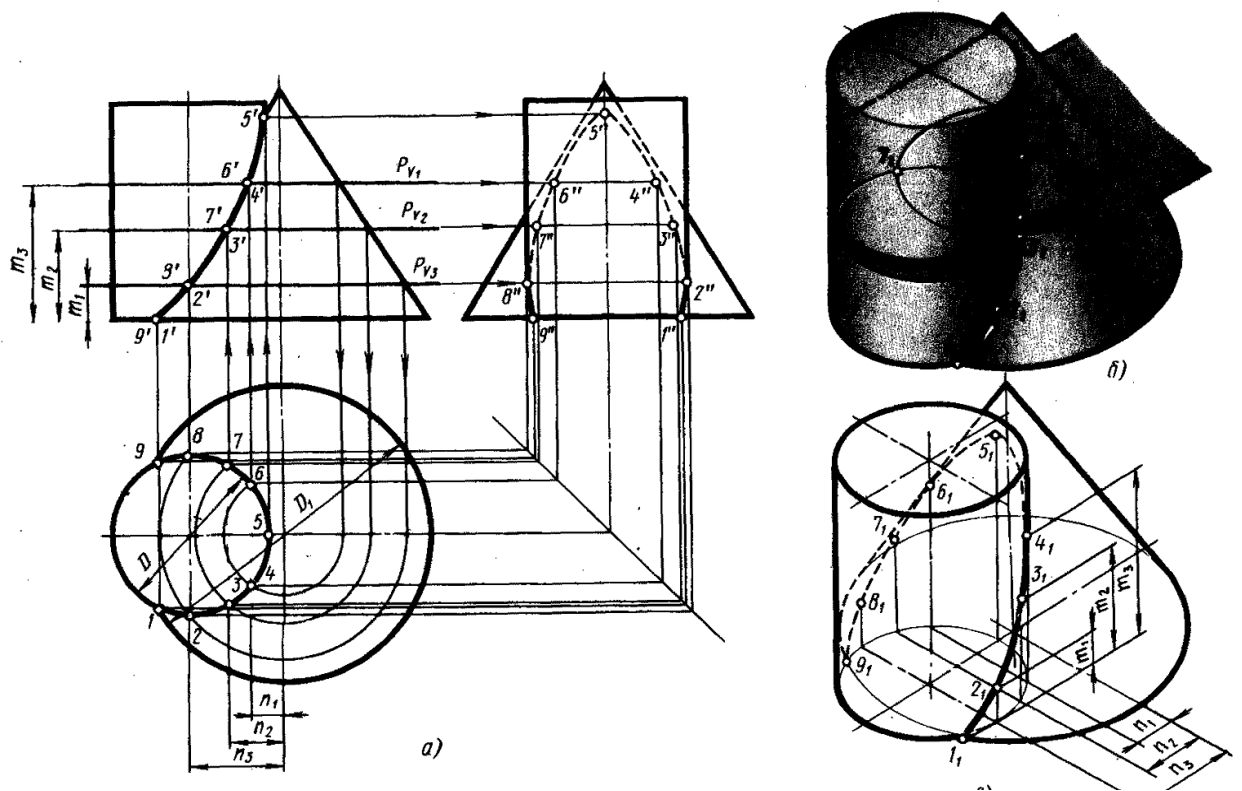


Рис. 70.

Построение линий пересечения поверхностей способом вспомогательных сфер.

Для построения линии пересечения поверхностей вместо вспомогательных секущих плоскостей при определенных условиях удобно применять вспомогательные сферические поверхности.

По сравнению с методом вспомогательных секущих плоскостей метод вспомогательных сфер имеет то преимущество, что, например, фронтальная проекция линии пересечения поверхностей строится без применения двух других проекций пересекающихся поверхностей (рис. 71).

Вспомогательные сферические поверхности для построения линий пересечения поверхностей тел можно применять лишь при следующих условиях:

- 1) пересекающиеся поверхности должны быть поверхностями вращения;
- 2) оси поверхностей вращения должны пересекаться; точка пересечения осей является центром вспомогательных сфер;
- 3) оси поверхностей вращения должны быть параллельны какой-либо плоскости проекций.

Примеры применения вспомогательных сферических поверхностей показаны на рисунке 71.

На рисунке дано построение фронтальных проекций линии пересечения поверхностей двух цилиндров, оси которых пересекаются под острым углом.

Вспомогательные сферические поверхности проводят из точки O' пересечения осей цилиндров.

Построим, например, фронтальную проекцию некоторой промежуточной точки линии пересечения. Для этого из точки O' проводят сферическую поверхность радиуса R , которая на данной проекции изобразится в виде окружности этого же радиуса. Окружность радиуса R пересечет горизонтальный цилиндр по окружностям диаметра CD , а наклонно расположенный цилиндр – по окружностям диаметра AB .

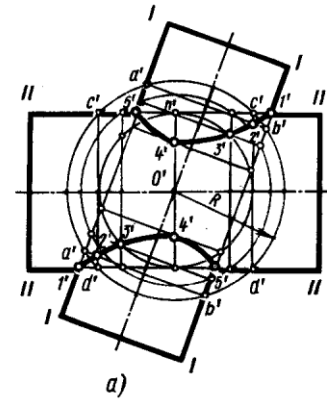
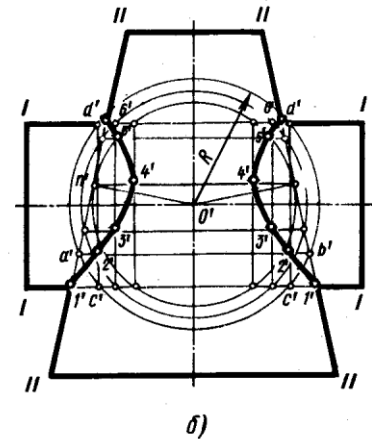


Рис. 71

В пересечении полученных проекций окружностей – отрезков $a'b'$ и $c'd'$ - находят проекцию $2'$ промежуточной точки линии пересечения.

Вводя еще целый ряд вспомогательных сферических поверхностей, можно построить необходимое число точек линии пересечения.

Пределы радиусов сферических поверхностей находят следующим образом: наибольшая окружность сферической поверхности должна пересекаться с контурными образующими $I-I$ и $II-II$ цилиндра и наименьшая должна быть касательной к одной из данных пересекающихся поверхностей и пересекаться с образующими другой поверхности.

Контрольные вопросы

1. Определение точки пересечения прямой с поверхностью.
2. Способ вспомогательных секущих плоскостей, применяемый для построения линии пересечения двух поверхностей.
3. Какие точки, принадлежащие линии пересечения поверхностей, называют характерными и почему их нужно определять в первую очередь?
4. Каким образом следует располагать вспомогательные плоскости при построении линии пересечения поверхностей?
5. При каких условиях можно для построения линии пересечения поверхностей применять вспомогательные концентрические сферы?

Литература

1. ГОСТ «Единая система конструкторской документации». – М.: Изд-во стандартов, 1991.
2. ГОСТ «Система проектной документации для строительства», - М.: Изд-во стандартов, 1991.
3. Боголюбов С. К. Черчение. – М.: «Машиностроение», 1989.
4. Георгиевский О. В. Единые требования по выполнению строительных чертежей. – М.: «Архитектура – С», 2009.
5. Георгиевский О. В. Строительное черчение. - М.: «Архитектура – С», 2009.
6. Кириллов А. Ф. Черчение и рисование. – М.: «Высшая школа», 1980.
7. Климухин А. Г. Начертательная геометрия – М.: «Архитектура – С», 2007.
8. Сорокин Н. П. Инженерная графика – СПб.: Изд-во «Лань», 2005.