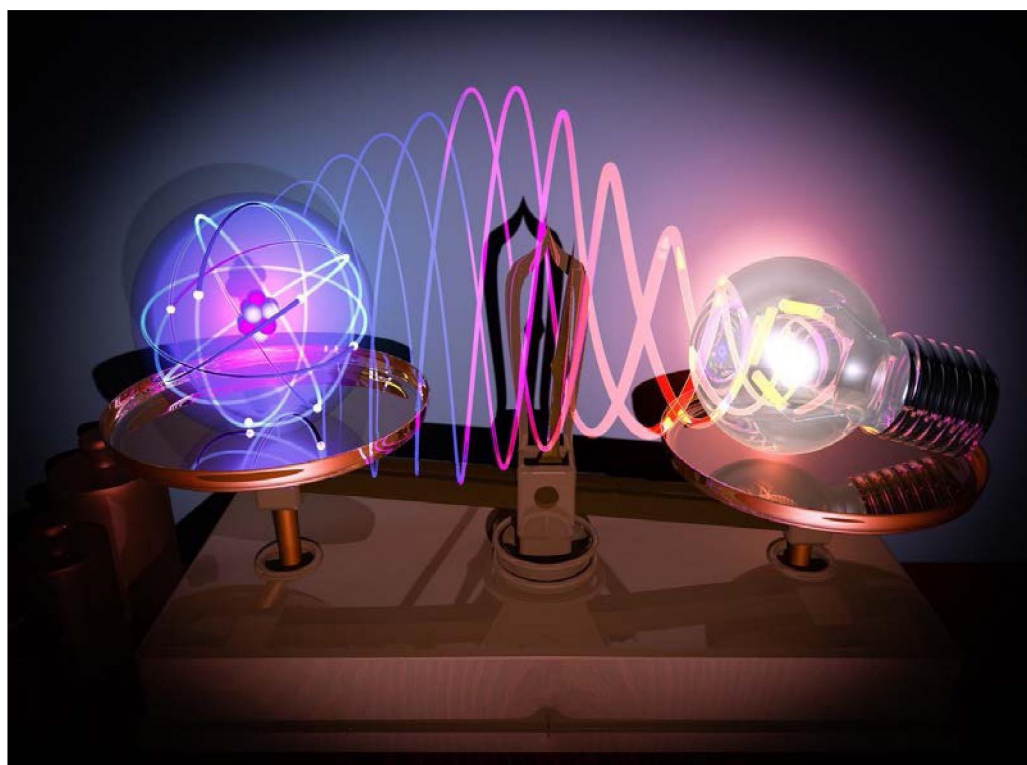


Министерство науки и высшего образования РФ
Филиал ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет» в поселке Яблоновском
Кафедра Транспортных процессов и техносферной безопасности

ФИЗИКА

Методические указания по проведению практических занятий по дисциплине
для студентов всех форм обучения технических специальностей



пос. Яблоновский
2025

Составитель: В.А. Хрисониди

УДК 53

ББК 22.31-53.1.Т 70

Физика : Методические указания по проведению практических занятий по дисциплине для студентов всех форм обучения технических специальностей/ Сост.: В.А. Хрисониди; Филиал Майкоп. гос. технол. ун-т в пос. Яблоновском. Кафедра инженерных дисциплин и таможенного дела – пос. Яблоновский: Изд. Филиала МГТУ, 2025. - 130 с.

Пособие содержит примеры решения задач по основным разделам физики, контрольные задания и методические указания по их выполнению.

Данный теоретический материал направлен на формирование у обучающихся навыков решения задач по физике.

Печатается по решению научно-методического совета Филиала ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет» в пос. Яблоновском

ВВЕДЕНИЕ

Физика - наука о наиболее простых и вместе с тем наиболее общих формах движения материи и их взаимных превращениях. Изучаемые физикой формы движения материи (механическая, тепловая и др.) присутствуют во всех высших и более сложных формах движения материи (химических, биологических и др.). Поэтому они, будучи наиболее простыми, являются в то же время наиболее общими формами движения материи. Высшие и более сложные формы движения материи - предмет изучения других наук (химии, биологии и др.).

Основным методом исследования в физике является опыт - основанное на практике чувственно-эмпирическое познание объективной действительности, т. е. наблюдение исследуемых явлений в точно учитываемых условиях, позволяющих следить за ходом явлений и многократно воспроизводить его при повторении этих условий. Для объяснения экспериментальных фактов выдвигаются гипотезы. Гипотеза - это научное предположение, выдвигаемое для объяснения какого-либо явления и требующее проверки на опыте и теоретического обоснования для того, чтобы стать достоверной научной теорией.

В результате обобщения экспериментальных фактов, результатов деятельности людей устанавливаются физические законы - устойчивые повторяющиеся объективные закономерности, существующие в природе. Наиболее важные законы устанавливают связь между физическими величинами, которые необходимо измерить и записать соответствующими символами. Для обозначения таких величин наряду с латинским используется греческий алфавит (табл.1). Измерение физической величины есть действие, выполняемое с помощью средств измерений для нахождения значения физической величины в принятых единицах. Согласно ГОСТ 8.417-81 в стране применяется Система Интернациональная (СИ), которая построена на семи основных и двух дополнительных единицах (табл.2).

Таблица 1. Греческий и латинский алфавиты

Греческий алфавит				Латинский алфавит			
Α, α	Альфа	Ν, ν	Ню	A, a	a	N, n	эн
Β, β	бета	Ξ, ξ	кси	B, b	бэ	O, o	о
Γ, γ	гамма	Ο, ο	омикрон	C, c	цэ	P, p	пэ
Δ, δ	дэльта	Π, π	пи	D, d	дэ	Q, q	ку
Ε, ε	эпсилон	Ρ, ρ	ро	E, e	э	R, r	эр
Ζ, ζ	дзета	Σ, σ	сигма	F, f	эф	S, s	эс
Η, η	эта	Τ, τ	тау	G, g	жэ	T, t	тэ
Θ, θ	тэта	Υ, υ	ипсилон	H, h	аш	U, u	у
Ι, ι	йота	Φ, φ	фи	I, i	и	V, v	вэ
Κ, κ	каппа	Χ, χ	хи	J, j	жи	W, w	дубль-вэ
Λ, λ	ламбда	Ψ, ψ	пси	K, k	ка	X, x	икс
Μ, μ	ми	Ω, ω	омега	L, l	эль	Y, y	игрек
				M, m	эм	Z, z	зэт

Таблица 2. Единицы СИ

Величины	Единицы	
Основные	наименование	обозначение
Длина	Метр	l, м
Масса	Килограмм	m, кг
Время	Секунда	t, с
Сила электрического тока	Ампер	I, а
Сила света	Кандела	I, кд
Количество вещества	Моль	ν, моль
Термодинамическая температура	Кельвин	T, К
Дополнительные		
Плоский угол	Радан	рад
Телесный угол	Стерadian	ср

Метр - длина пути, проходимого светом в вакууме за $1/299\,792\,458$ с.

Килограмм - масса, равная массе международного прототипа килограмма (платиноиридиевого цилиндра, хранящегося в Международном бюро мер и весов во Франции).

Секунда - время, равное $9\,192\,031\,770$ периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия -133.

Ампер - сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, создает между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины.

Кельвин - $1/273,16$ часть термодинамической температуры тройной точки воды.

Моль - количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько атомов содержится в нуклиде ^{12}C массой $0,012$ кг.

Кандела - сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет $1/683$ Вт/ср.

Радян - угол между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу.

Стерadian - телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающий на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

Для установления производных единиц используют физические законы, связывающие их с основными единицами. Размерность физической величины есть ее выражение в основных единицах. Поэтому размерности обеих частей физических равенств должны быть одинаковыми и при решении задач можно проверять правильность написания физических законов (табл. 3 - 5) и устанавливать размерности физических величин.

Таблица 3. Производные единицы

Величина	Наименование	Обозначение	Размерность
Частота	герц	Гц	с^{-1}
Сила, вес	ньютон	Н	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Давление	паскаль	Па	$\text{м}^{-1} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Энергия, работа	джоуль	Дж	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Мощность	ватт	Вт	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3}$
Заряд	кулон	Кл	$\text{А} \cdot \text{с}$
Напряжение	вольт	В	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$
Емкость	фарада	ф	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1}$
Сопротивление	ом	Ом	$1 \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$
Проводимость	сименс	См	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}$
Магнитный поток	вебер	Вб	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1}$
Индукция	тесла	Тл	$1 \cdot \text{с}^3 \cdot \text{А}^2$
Индуктивность	генри	Гн	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Световой поток	люмен	лм	$\text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Освещенность	люкс	лк	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$
Активность изотопа	беккерель	Бк	кд·ср
Поглощенная доза излучения	грей	Гр	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кд} \cdot \text{ср}$ с^{-1} $\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$

Таблица 4. Приставки для образования кратных и дольных единиц СИ

приставка	множитель	приставка	Множитель
Экса	10^{18}	деци	10^{-1}
Пэта	10^{15}	санتي	10^{-2}
Тера	10^{12}	милли	10^{-3}
Гига	10^9	микро	10^{-6}
Мега	10^6	Нано	10^{-9}
Кило	10^3	Пико	10^{-12}
Гекто	10^2	фемто	10^{-15}

Дека	10^1	Атто	10^{-18}
------	--------	------	------------

Таблица 5. Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Символ	Значение
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга	R	$1,1 \cdot 10^7$ м ⁻¹
Постоянная Вина	b	$2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К
Постоянная Фарадея	F	$9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м ² ·К ⁴)
Гравитационная постоянная	G, γ	$6,67 \cdot 10^{-11}$ м ³ /(кг·с ²)
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Газовая постоянная	R	$8,31$ Дж/(моль·К)
Ускорение свободного падения	g	$9,81$ м/с ²
Скорость света в вакууме	C	$3,00 \cdot 10^8$ м/с
Элементарный заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Стандартный объем	v_m	$22,4 \cdot 10^{-3}$ м ³ /моль
Атомная единица массы	а.е.м.	$1,660 \cdot 10^{-27}$ кг
Радиус электрона	r_e	$2,82 \cdot 10^{-15}$ м
Магнетон Бора	μ_B	$0,927 \cdot 10^{-23}$ А·м ²
Комптоновская длина волны электрона	Λ	$2,43 \cdot 10^{-12}$ м
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18}$ Дж 13,6 эВ
Радиус 1 ^{ой} боровской орбиты	A_0	$0,529 \cdot 10^{-10}$ м
Ангстрем	$\text{\AA}$	10^{-10} м
Парсек	Пк	$3,086 \cdot 10^{16}$ м
Электронвольт	эВ	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Дж

1. МЕХАНИКА

Изучение курса общей физики по программе Вуза начинаем с механики, так как относящиеся сюда явления наиболее просты, а также потому, что знание законов механики окажет существенную помощь при изучении других разделов физики.

Механика - часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.

Классической механикой называется механика Галилея – Ньютона. В ней изучаются законы движения макроскопических тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью света в вакууме.

Законы движения макроскопических тел со скоростями, сравнимыми со скоростью света, изучаются **релятивистской механикой**, основанной на **специальной теории относительности**, сформулированной А. Эйнштейном (1879-1955).

Для описания движения микроскопических тел (атомы и элементарные частицы) законы классической механики неприменимы - они заменяются законами **квантовой механики**.

Механическое движение - это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей. Развитие механики начинается с III в. до н. э., когда древнегреческий ученый Архимед (287-212 до н. э.) сформулировал закон равновесия рычага и законы равновесия плавающих тел. Основные законы механики установлены итальянским физиком и астрономом Г. Галилеем (1564-1642) и окончательно сформулированы английским ученым И. Ньютоном (1643-1727).

Всякое движение твердого тела можно разложить на два основных вида движения – поступательное и вращательное.

При **поступательном движении** любая прямая, связанная с движущимся телом, остается параллельной самой себе.

При **вращательном движении** все точки тела движутся по окружности, центры которых лежат на одной и той же прямой - оси вращения. Ось вращения может находиться вне тела.

1.1. КЛАССИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Механика Галилея - Ньютона рассматривает пространство и время как объективные формы существования материи, но в отрыве друг от друга и от движения материальных тел.

Так как механическое описание наглядно и привычно и с его помощью можно объяснить многие физические явления, в XIX в. некоторые физики стали сводить все явления к механическим. Дальнейшее развитие физики показало, что многие физические явления не могут быть сведены к простейшему виду движения - механическому. Механистический материализм должен был уступить место материализму диалектическому, рассматривающему более общие виды движения материи и учитывающему все разнообразие реального мира.

Механика делится на три раздела: 1) кинематику; 2) динамику; 3) статику.

Кинематика изучает движение тел, не рассматривая причины, которые это движение обуславливают. В кинематике рассматриваются равномерное и равнопеременное прямолинейные движения; движения тел, брошенных горизонтально и под углом к горизонту; вращательное движение твердых тел.

Динамика изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение. Динамика позволяет применять основные законы механики к космическим полетам, рассматривать импульс тела, прямолинейное и вращательное движения, связать их с механическими величинами: работой, мощностью и энергией.

Статика изучает законы равновесия системы тел под действием приложенных сил. Если известны законы движения тел, то из них можно установить и законы равновесия. Поэтому законы статики отдельно от законов динамики физика не рассматривает. Статику разделяют на геометрическую, анали-

тическую и гидростатику. В основе аналитической статики лежит принцип возможных перемещений, геометрической – аксиомы, гидростатики – условия равновесия жидкости.

Таблица 8. Сопоставление уравнений поступательного движения с уравнениями вращательного движения

Поступательное движение	Вращательное движение
Равномерное	
$S = \vartheta t$	$\varphi = \omega t$
$\vartheta = \text{const}$	$\omega = \text{const}$
$a = 0$	$\varepsilon = 0$
Равнопеременное	
$S = \vartheta_0 t + at^2/2$	$\varphi = \omega_0 t + \varepsilon t^2/2$
$\vartheta = \vartheta_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$
$a = \text{const}$	$\varepsilon = \text{const}$
Неравно-	
$S = f(t)$	$\varphi = f(t)$
$\vartheta = dS/dt$	$\omega = d\varphi/dt$
$a = d\vartheta/dt = d^2S/dt^2$	$\varepsilon = d\omega/dt = d^2\varphi/dt^2$

Связь между модулями линейных и угловых величин, характеризующих движение точки по окружности:

$$\vartheta = \omega R, \quad a_\tau = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R,$$

где ϑ - модуль линейной скорости; a_τ и a_n - модули тангенциального и нормального ускорений; ω - модуль угловой скорости; ε - модуль углового ускорения; R - радиус окружности.

Модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \quad \text{или} \quad a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

Угол между полным a и нормальным a_n ускорениями

$$\alpha = \arcsin (a_n / a).$$

Основной закон динамики (второй закон Ньютона)

$$d\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i dt,$$

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости

$$F_y = -kx,$$

где k - коэффициент упругости; x - абсолютная деформация

б) сила тяжести

$$F_T = mg$$

в) сила гравитационного взаимодействия

$$F_r = \gamma m_1 m_2 / r^2$$

где γ - гравитационная постоянная; m_1 и m_2 - массы взаимодействующих тел; r - расстояние между телами

г) сила трения скольжения

$$F_{тр} = k N,$$

где k - коэффициент трения; N - реакция нормальной опоры.

Кинетическая энергия тела массой m , движущегося со скоростью ϑ

$$W_k = m\vartheta^2/2 = p^2/(2m)$$

Работа A при перемещении s определяется как мера изменения кинетической энергии материальной точки:

$$A = W_{k2} - W_{k1}$$

При постоянной силе F , действующей под неизменным углом

α к перемещению s

$$A = F s \cos \alpha$$

Мощность

$$N = dA/dt = A/t = F \vartheta \cos \alpha$$

Потенциальная энергия:

а) упругих тел

$$W_{\pi} = kx^2/2$$

где k - жесткость пружины; x - абсолютная деформация;

б) тяготеющих тел

$$W_{\pi} = -\gamma m_1 m_2 / r$$

Знак «минус» соответствует тому, что при $r = \infty$ потенциальная энергия двух взаимодействующих тел равна нулю; при сближении этих тел потенциальная энергия убывает.

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести

$$W_{\pi} = mgh$$

где g - ускорение свободного падения; h - высота тела над уровнем, принятым за нулевой.

Закон сохранения механической энергии

$$W_{\text{полн}} = W_{\pi} + W_k = \text{const.}$$

Третий закон Кеплера
$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

где T_1 и T_2 – периоды обращения планет, R_1 и R_2 – большие полуоси их орбит. В случае круговой орбиты роль большой полуоси играет радиус орбиты.

Импульс p тела массой m , движущегося со скоростью ϑ

$$p = m\vartheta$$

Закон сохранения импульса- в изолированной системе количество движения всех входящих в нее тел остается неизменным

$$m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 + m_3\vartheta_3 + \dots + m_n\vartheta_n = \text{const}$$

При неупругом центральном ударе двух тел с массами m_1 и m_2 общая скорость движения этих тел после удара равна

$$u = \frac{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2},$$

где ϑ_1 – скорость первого тела до удара, ϑ_2 – скорость второго.

При упругом центральном ударе двух тел с массами m_1 и m_2 после удара тела будут двигаться с различными скоростями

$$u = \frac{(m_1 - m_2)\vartheta_1 + 2m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2} \quad u = \frac{(m_2 - m_1)\vartheta_2 + 2m_1\vartheta_1}{m_1 + m_2}$$

Таблица 9. Сопоставление основных законов поступательного и вращательного движений

Поступательное	Вращательное
Второй закон Ньютона	
$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \Delta t = m\Delta\vartheta, \quad \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = m\mathbf{a},$ где $\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n$ Закон сохранения количества движения (импульс тела) $\Sigma m\vartheta = \text{const}$	$\sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i \Delta t = J\Delta\omega, \quad \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i = J\epsilon,$ $\sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \dots + \mathbf{M}_n$ Закон сохранения момента количества движения

Работа и кинетическая энергия	
$A = FS = \frac{m g_2^2}{2} - \frac{m g_1^2}{2}$	$A = M\varphi = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$

Моменты инерции J_z некоторых тел массой m относительно оси z , проходящей через центр масс:

а) однородного стержня относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно его длине l $J_z = m l^2 / 12$

б) сплошного однородного цилиндра (диска) радиусом R относительно оси, перпендикулярной его плоскости $J_z = m R^2 / 2$

в) обруча (полого цилиндра) с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 относительно оси, перпендикулярной плоскости

$$J_z = m \frac{R_1^2 + R_2^2}{2}$$

для тонкостенного полого цилиндра $R_1 \approx R_2 = R$ $J_z \approx m R^2$

г) однородного шара радиусом R относительно оси, проходящей через его центр $J_z = 2m R^2 / 5$

Теорема Штейнера: Если для какого-либо тела известен его момент инерции J_0 относительно оси, проходящей через центр масс, то может быть найден момент инерции относительно любой оси, параллельной первой.

Уравнение гармонического колебательного движения

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) = A \sin(2\pi \nu t + \varphi)$$

где x – смещение точки от положения равновесия; A – амплитуда колебаний; $\omega = 2\pi \nu = 2\pi / T$ – угловая частота; T – период; $\nu = 1 / T$ – частота колебаний; φ – начальная фаза.

Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$v = A \omega \cos(\omega t + \varphi) = 2\pi \nu A \cos(2\pi \nu t + \varphi)$$

$$a = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -4\pi^2 \nu^2 A \sin(2\pi \nu t + \varphi)$$

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

б) начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях,

$$x = A_1 \cos \omega t; \quad y = A \cos (\omega t + \varphi)$$

а) $y = x A_2 / A_1$, если разность фаз $\varphi = 0$;

б) $y = -x A_2 / A_1$, если разность фаз $\varphi = \pm \pi$

в) $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$, если разность фаз $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$

Уравнение затухающего колебательного движения

$$x = Ae^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi)$$

$\delta = \kappa / 2m$ и $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, где δ - коэффициент затухания, κ - коэффициент, ω_0 - угловая частота собственных колебаний.

Логарифмический декремент затухания $\chi = \delta T$

Уравнение плоской бегущей волны

$$y = A \sin (\omega t + 2\pi x / \lambda) \qquad y = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{g} \right)$$

где y - смещение любой из точек среды с координатой x в момент t ; g - скорость распространения колебаний в среде.

Связь разности фаз $\Delta \varphi$ колебаний с расстоянием Δx между точками среды в направлении распространения колебаний

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x, \text{ где } \lambda = gT - \text{длина волны.}$$

Для установившегося движения идеальной несжимающей жидкости справедливо **уравнение Бернулли**

$$p + \rho g^2 / 2 + \rho gh = \text{const},$$

где p – давление, ρ - плотность жидкости, ϑ - скорость движения жидкости в данном сечении трубы, h – высота данного сечения трубы над некоторым уровнем.

Сила сопротивления, которую испытывает падающий в вязкой жидкости (газе) шарик, определяется формулой **Стокса**

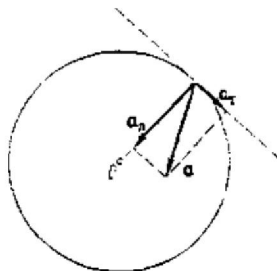
$$F = 6\pi\eta r\vartheta,$$

где η - коэффициент внутреннего трения жидкости или газа (динамическая вязкость), r – радиус шарика, ϑ - его скорость.

Примеры решения задач

Пример 1. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A=10$ рад, $B= 20$ рад/с, $C= - 2$ рад/с². Найти координату φ и полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $r = 1$ м от оси вращения, для момента времени $t = 4$ с.

Рис.12



Решение

Полное ускорение a точки, движущейся по окружности, найдем как геометрическую сумму тангенциального ускорения a_t , направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения a_n , направленного к центру кривизны траектории:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n \quad (1)$$

Векторы $\mathbf{a}_t$ и $\mathbf{a}_n$ взаимно перпендикулярны и модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \quad (2)$$

Тангенциальное и нормальное ускорения вращающегося тела

$$a_t = \varepsilon r \quad a_n = \omega^2 r \quad (3)$$

Решая совместно (1-3) находим $a = r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$ (4)

Проведем проверку размерности исходной формулы (4)

$$[m/c^2] = m \{ (1/c^2)^2 + (1/c)^4 \}^{1/2}$$

Координату φ найдем подставив в исходное уравнение численные значения коэффициентов A , B , C и времени t .

$$\varphi = 10 + 20 \cdot 4 - 2 \cdot 4^2 = 58 \text{ рад}$$

Угловую скорость ω найдем, проведя дифференцирование угла

поворота по времени, т.е. первую производную от $\varphi(t)$:

$$\omega = d\varphi/dt = B + 2Ct = 4 \text{ рад/с}$$

Угловое ускорение найдем, проведя дифференцирование угловой скорости по времени, т.е. первую производную от $\omega(t)$:

$$\varepsilon = d\omega/dt = 2C = -4 \text{ рад/с}^2$$

В численном виде $a = 0,1 \sqrt{(-4)^2 + 4^4} = 1,65 \text{ м/с}^2$

Ответ: $\varphi = 58 \text{ рад}$; $a = 1,65 \text{ м/с}^2$

Пример 2. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу $m = 80 \text{ г}$ (рис. 13), перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами $m_1 = 100 \text{ г}$ и $m_2 = 200 \text{ г}$. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе. Трением и массой нити пренебречь.

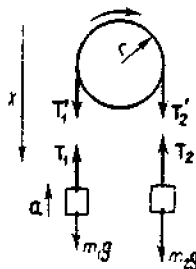


Рис.13

Решение

Направим ось x вертикально вниз. Рассмотрим силы, действующие на каждый груз и на блок в отдельности. На грузы действуют: сила тяжести mg и сила натяжения нити T . Используя второй закон Ньютона напишем для каждого груза уравнения движения в проекциях на ось x .

$$\text{Для первого груза} \quad m_1 g - T_1 = -m_1 a \quad (1)$$

$$\text{для второго груза} \quad m_2 g - T_2 = m_2 a \quad (2)$$

Под действием моментов сил T_1' и T_2' относительно оси z , перпендикулярной плоскости чертежа и направленной за чертеж, блок приобретает угловое ускорение ε . Согласно основному уравнению динамики вращательного движения (табл.9)

$$T_2' r - T_1' r = J_z \varepsilon \quad (3)$$

где $\varepsilon = a/r$ и для сплошного однородного диска $J_z = mr^2/2$

Согласно третьему закону Ньютона и с учетом невесомости нити (по условию задачи) $T_1' = T_1$ и $T_2' = T_2$.

Решаем совместно (1-3) $(m_2 g - m_2 a)r - (m_1 g + m_1 a)r = mar^2/2r$

После сокращения на g и перегруппировки членов найдем a

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + m/2} g \quad (4)$$

Проверка размерности $[m/c^2] = \{(кг - кг) / (кг + кг + кг)\} m/c^2$

В численном виде $a = \frac{(200 - 100)10^{-3}}{(200 + 100 + 80/2)10^{-3}} 9,81 = 2,88 \text{ м/с}^2$

Ответ: $a = 2,88 \text{ м/с}^2$

Пример 3. Без начальной скорости и скольжения тело массой m и радиусом R скатывается с наклонной плоскости длиной l и высотой h , составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Найти линейные ускорения движения центров масс: 1) шара, 2) диска, 3) обруча, 4) сравнить найденные ускорения с ускорением для тела, соскальзывающего с плоскости без трения.

Решение

В соответствии с законом сохранения механической энергии при скатывании тела с наклонной плоскости его потенциальная энергия переходит в кинетическую, которая складывается из кинетической энергии поступательного движения и кинетической энергии вращения.

$$mgh = \frac{m g^2}{2} + \frac{J \omega^2}{2} \quad (1)$$

$$h = l \sin \alpha \quad \text{и} \quad \omega = g/R \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1 - 2) находим

$$mg l \sin \alpha = \frac{g^2}{2} \left(m + \frac{J}{R^2} \right) \quad (3)$$

Так как движение тел происходит под действием постоянной силы, то движение тел является равноускоренным. Из условия следует, что начальная скорость и скольжение отсутствуют.

Поэтому можно записать следующие уравнения кинематики

$$l = at^2/2 \quad \text{и} \quad g = at \quad (4)$$

Решая совместно уравнения (3 - 4) получаем

$$a = \frac{mg \sin \alpha}{m + J/R^2} \quad (5)$$

Проверка размерности $[м/с^2] = (кг \cdot м/с^2) / (кг + кг \cdot м^2/м^2)$

Найдем линейные ускорения движения центров масс

- 1) для шара $J=2mR^2/5$ $a = 5/7(g \sin \alpha) = 5/7 (9,8 \cdot 0,5) = 3,50 \text{ м/с}^2$
- 2) для диска $J=mR^2/2$ $a = 2/3(g \sin \alpha) = 2/3 (9,8 \cdot 0,5) = 3,27 \text{ м/с}^2$
- 3) для обруча $J=mR^2$ $a = 1/2(g \sin \alpha) = 1/2 (9,8 \cdot 0,5) = 2,44 \text{ м/с}^2$
- 4) для тела, соскальзывающего с наклонной плоскости без трения $ma = mg \sin \alpha$ соответственно $a = g \sin \alpha = 9,8 \cdot 0,5 = 4,90 \text{ м/с}^2$

Пример 4. Перпендикулярно к берегу в спокойной воде озера стоит лодка массой M и длиной L . На корме стоит человек массой m . На какое расстояние s удалится лодка от берега, если человек перейдет с кормы на нос лодки? Силами трения и сопротивления пренебречь.

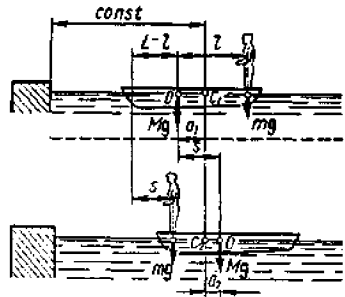


Рис.14

Решение

Согласно следствию из закона сохранения импульса, внутренние силы замкнутой системы тел не могут изменить положение центра масс системы. Систему человек - лодка относительно горизонтального направления можно рассматривать как замкнутую. Таким образом при перемещении человека по лодке центр масс системы не изменит своего положения оставаясь на прежнем расстоянии от берега. В начальный момент центр масс системы находится на вертикали, проходящей через точку C_1 лодки, а после перемещения лодки - через точку C_2 . Эта вертикаль неподвижна относительно берега и искомое перемещение s лодки относительно берега равно перемещению лодки относительно вертикали, что можно определить по перемещению центра масс O лодки. В начальный момент точка O находится на расстоянии a_1 слева от вертикали, после перехода человека - на расстоянии a_2 от вертикали, а перемещение лодки

$$s = s_1 + s_2 \quad (1)$$

Для определения a_1 , a_2 учтем тем, что результирующий момент сил, действующих на систему относительно горизонтальной оси равен нулю. Поэтому для начального положения системы

$$Mgs_1 = mg(l - s_1) \quad \text{и} \quad s_1 = ml / (M + m) \quad (2)$$

После перемещения лодки

$$Mga_2 = mg(L - l - s_2) \quad \text{и} \quad s_2 = m(L - l) / (M + m) \quad (3)$$

Решая совместно (1-3) находим, что $s = mL / (M + m)$

Проверка размерности $[M] = \text{кг} \cdot \text{м} / (\text{кг} + \text{кг})$

$$\text{Ответ: } s = mL / (M + m)$$

Пример 5. Шар массой m_1 , движущийся горизонтально со скоростью $\mathfrak{G}_1$, столкнулся с неподвижным шаром массой m_2 . Удар прямой, центральный, абсолютно упругий. Какую долю x своей кинетической энергии первый шар передал второму? Задачу сначала решить в общем виде, а затем численно при условии, что $m_1 = 9m_2$.

Решение

Доля энергии, переданной первым шаром второму

$$x = \frac{W_2}{W_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 \mathfrak{G}_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{u_2}{\mathfrak{G}_1} \right)^2$$

где $\mathfrak{G}_1$ и W_1 - скорость и кинетическая энергия первого шара до удара; u_2 и W_2 - скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Таким образом, для определения x необходимо найти u_2 . Согласно условию задачи, импульс системы двух шаров относительно горизонтального направления не изменяется и механическая энергия шаров в другие виды не переходит. Тогда:

$$m_1 \mathfrak{G}_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (2)$$

$$\frac{m_1 \mathfrak{G}_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \quad (3)$$

Решим совместно уравнения (2) и (3) находим u_2 :

$$u_2 = \frac{2m_1 g_1}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

Решим совместно уравнения (1) и (4), сократив на g_1 и m_1

$$x = \frac{m_2}{m_1} \left[\frac{2m_1 g_1}{g_1(m_1 + m_2)} \right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \quad (5)$$

Из соотношения (5) видно, что доля переданной энергии зависит только от массы сталкивающихся шаров и не зависит от скорости шаров до и после их удара.

$$x = 4 m_2 / (m_2 + 9 m_2)^2 = 0,36 = 36\%$$

Ответ : При столкновении первый шар передал второму шару 36% своей кинетической энергии

Пример 6. Около вертикальной оси с частотой $n = 10 \text{ мин}^{-1}$ вращается платформа (сплошной диск) массой $m_1 = 180 \text{ кг}$ и радиусом $R = 1,5 \text{ м}$. В центре платформы стоит человек массой $m_2 = 60 \text{ кг}$. Какую линейную скорость g относительно земли будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Решение

Согласно условию задачи, момент внешних сил относительно оси вращения z , совпадающей с геометрической осью платформы, равен нулю. В этом случае проекция момента импульса системы платформа - человек остается постоянной:

$$\Sigma M_z \Delta t = 0, \quad \Sigma J_z \omega = \text{const}, \quad (1)$$

где J_z - момент инерции платформы с человеком относительно оси z ; ω - угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы. Поэтому в начальный момент времени $J_z = J_1 + J_2$, а в конечный момент $J'_z = J'_1 + J'_2$.

$$(J_1 + J_2)\omega = (J'_1 + J'_2)\omega', \quad (2)$$

где J_1 и J_2 соответственно значения моментов инерции платформы и человека, относящиеся к начальному состоянию системы; J'_1 и J'_2 к конечному состоянию системы.

Момент инерции платформы относительно оси z при пере-

ходе человека на край платформы не меняется: $J_1 = J_1' = m_1 R^2 / 2$.

Момент инерции человека относительно той же оси будет меняться. Если рассматривать человека как материальную точку, то его момент инерции J_2 в начальном состоянии (в центре платформы) можно считать равным нулю. В конечном состоянии (на краю платформы) момент инерции человека $J_2' = m_2 R^2$.

Начальная угловая скорость вращения платформы с человеком

$$\omega = 2\pi n \quad (3)$$

Конечная угловая скорость человека относительно земли

$$\omega' = \vartheta / R \quad (4)$$

Решая совместно уравнения (1 - 4) получаем

$$(m_1 R^2 / 2 + 0) 2\pi n = (m_1 R^2 / 2 + m_2 R^2) \vartheta / R \quad (5)$$

После сокращения на R^2 находим линейную скорость ϑ :

$$\vartheta = 2\pi n R m_1 / (m_1 + 2m_2) \quad (6)$$

Проверка размерности $[м/с] = (1/с) м кг / (кг + кг)$

$$\vartheta = 2 \cdot 3,14 \cdot (10/60) 1,5 \cdot 180 / (180 + 2 \cdot 60) = 0,94 м/с.$$

$$\text{Ответ : } \vartheta = 0,94 м/с$$

Пример 7. Частица массой $m = 10$ г совершает гармонические колебания с периодом $T=2с$. Полная энергия колеблющейся частицы $W_{полн}=10^{-4}$ Дж. Определить амплитуду A колебаний и наибольшее значение силы F_{max} , действующей на частицу.

Решение

Уравнения гармонического колебательного движения $x=A \sin (\omega t + \varphi)$; $\vartheta=A \omega \cos (\omega t + \varphi)$; $a=-A \omega^2 \sin (\omega t + \varphi)$ (1)

где x , ϑ , a – смещение, скорость и ускорение колеблющейся точки, циклическая частота $\omega = 2\pi/T$

Полная энергия частицы: $W_{полн} = m\vartheta^2/2 = m\omega^2 A^2/2$ (2)

Амплитуда гармонических колебаний

$$A = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{2W_{полн}}{m}} \quad (3)$$

Максимальной сила будет при максимальном смещении x_{max} , равном амплитуде:

(4)

$$F_{max} = m a_{max} = m A 4\pi^2/T^2$$

Решая совместно (1-4) получим наибольшее значение силы

$$F_{\max} = 2\pi \frac{\sqrt{2mW_{\text{полн}}}}{T} \quad (5)$$

Проверка размерности для выражений (2) и (4) соответственно

$$[M] = c \text{ (Дж/кг)}^{1/2} = c \text{ (Н} \cdot \text{м/кг)}^{1/2} = c \text{ (кг} \cdot \text{м}^2/\text{кг} \cdot \text{с}^2)^{1/2} = \text{м}$$

$$[H] = (\text{кг} \cdot \text{Дж})^{1/2}/c = (\text{кг} \cdot \text{Н} \cdot \text{м})^{1/2}/c = (\text{Н} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2)^{1/2} = (\text{Н}^2)^{1/2} = \text{Н}$$

Произведем вычисления:

$$A = \frac{2}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{10^{-2}}} = 0,1 \frac{\sqrt{2}}{3,14} = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$F_{\max} = 2 \cdot 3,14 \sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}} / 2 = 10^{-3} \cdot 3,14 \sqrt{2} = 4,44 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$$

$$\text{Ответ : } A = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ м } F_{\max} = 4,44 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$$

Пример 8. Написать уравнение результирующего колебания если складываются два колебания одинакового направления

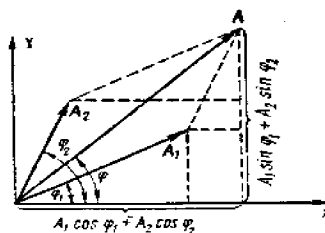
$$x_1 = A_1 \cos \frac{2\pi}{T} (t + \tau_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos \frac{2\pi}{T} (t + \tau_2)$$

где $A_1 = 3 \text{ см}$, $A_2 = 2 \text{ см}$, $\tau_1 = 1/6 \text{ с}$,
 $\tau_2 = 1/3 \text{ с}$, $T = 2 \text{ с}$.

Рис. 15

Решение



Для построения векторной диаграммы сложения двух колебаний одного направления надо зафиксировать какой-либо момент времени, обычно $t=0$ (рис. 15). Из условия следует, что оба складываемых гармонических колебания имеют одинаковую циклическую частоту $\omega = 2\pi/T$, в этом случае начальные фазы первого и второго колебаний соответственно равны

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{T} \tau_1 \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{T} \tau_2 \quad (1)$$

Согласно теореме косинусов результирующее колебание будет равно геометрической сумме амплитуд A_1 и A_2 : $A = A_1 + A_2$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad (2)$$

$$\varphi = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (3)$$

Произведем вычисления:

$$\omega = 2\pi/2 = \omega = \pi = 3,14 \text{ с}^{-1}$$

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{2} \frac{1}{6} = \frac{\pi}{6} = 30^\circ \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{2} \frac{1}{3} = \frac{2\pi}{6} = 60^\circ$$

$$A = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \cos(60^\circ - 30^\circ)} = 4,84 \text{ см}$$

$$\varphi = \arctg \frac{3 \sin 30^\circ + 2 \sin 60^\circ}{3 \cos 30^\circ + 2 \cos 60^\circ} = \arctg 0,898 = 42^\circ$$

Ответ: Результирующее гармоническим колебание можно записать $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, где $A = 4,84 \text{ см}$, $\omega = 3,14 \text{ с}^{-1}$, $\varphi = 42^\circ$.

Пример 9. Логарифмический декремент затухания математического маятника равен 0,2. Найти во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний за одно полное колебание маятника.

Решение.

По формулам для затухающих колебаний имеем

$$A_1 = A_0 \exp(-\chi \frac{t}{T}) \quad A_2 = A_0 \exp(-\chi \frac{t+T}{T}) \quad (1)$$

$$\text{Решая совместно (1) получим} \quad A_1/A_2 = \exp \chi = e^\chi \quad (2)$$

По условию $\chi = 0,2$. Таким образом $A_1/A_2 = e^{0,2} = 1,22$

Ответ: Амплитуда колебаний за один период колебаний маятника уменьшится в 1,22 раза.

Пример 10. Плоская волна распространяется вдоль прямой со скоростью $g = 20 \text{ м/с}$. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1 = 12 \text{ м}$ и $x_2 = 15 \text{ м}$ от источника волн, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = 0,75\pi$. Найти длину волны λ , написать уравнение волны и найти смещение указанных точек в момент $t = 1,2 \text{ с}$, если амплитуда колебаний $A = 0,1 \text{ м}$.

Решение.

Точки, находящиеся друг от друга на произвольном расстоянии Δx , колеблются с разностью фаз, равной

$$\Delta\varphi = \Delta x \cdot 2\pi / \lambda = (x_2 - x_1) \cdot 2\pi / \lambda \quad (1)$$

$$\lambda = 2\pi (x_2 - x_1) / \Delta\varphi \quad (2)$$

Для написания уравнения плоской волны необходимо найти ω

$$\omega = 2\pi / T \quad T = \lambda / v \quad \omega = 2\pi v / \lambda \quad (3)$$

Уравнение плоской волны в общем случае:

$$y = A \cos \omega (t - x/v) \quad (4)$$

Произведем вычисления:

$$\lambda = 2\pi (15-12) / 0,75\pi = 8 \text{ м} \quad \omega = 2\pi \cdot 20 / 8 = 5\pi (\text{с}^{-1})$$

Уравнение плоской волны применительно к условиям задачи:

$$y = 0,1 \cos 5\pi (t - x / 20)$$

Найдем смещение y_1 и y_2 точек, указанных в условии задачи:

$$y_1 = 0,1 \cos 5\pi (1,2 - 12/20) = 0,1 \cos 3\pi = -0,1 \text{ м}$$

$$y_2 = 0,1 \cos 5\pi (1,2 - 15/20) = 0,1 \cos 2,25\pi = 7,1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\text{Ответ: } y = 0,1 \cos 5\pi(t - x/20); \lambda = 8 \text{ м}; y_1 = -0,1 \text{ м}; y_2 = 7,1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

Задачи для самостоятельного решения

01. Первую половину времени своего движения машина двигалась со скоростью 80 км/ч, а вторую половину времени - со скоростью 40 км/ч. Какова средняя скорость ее движения?

02. Зависимость пройденного телом пути s от времени t задается уравнением $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 0,14 \text{ м/с}^2$ и $D = 0,01 \text{ м/с}^3$. а) через какой промежуток времени после начала движения ускорение тела будет равно 1 м/с^2 ? б) чему равно среднее ускорение за этот промежуток времени?

03. При торможении колесо, вращаясь равнозамедленно, уменьшило за 1 минуту частоту вращения с 300 до 180 об/мин. Найти угловое ускорение колеса и число оборотов за это время

04. Найти силу F , действующую на тело массой $m = 0,5 \text{ кг}$ через $t = 1/6 \text{ с}$ после начала движения? Зависимость пути s от времени t задается уравнением $s = A \sin \omega t$, где $A = 5 \text{ см}$ и $\omega = \pi \text{ рад/с}$.

05. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 45° . Зависимость пройденного телом пути s от времени t задается уравнением $s = Ct^2$, где $C = 1,73 \text{ м/с}^2$. Найти коэффициент трения тела о плоскость?

06. Космическая ракета летит на Луну. В какой точке прямой, соединяющей центры Луны и Земли, ракета будет притягиваться Землей и Луной с одинаковой силой ?

07. Через какую долю периода скорость точки будет равна половине ее максимальной скорости, если начальная фаза гармонического колебания равна нулю?

08. Начальная фаза гармонического колебания равна нулю. При смещении точки на 2,4 см от положения равновесия, ее скорость равна 3 см/с, а при смещении на 2,8 см скорость точки равна 2 см/с. Найти амплитуду и период этого колебания ?

09. Для момента времени $t = T/6$ найти смещение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $x = \lambda/12$, если амплитуда колебаний $A = 5$ см.

010. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за 60с уменьшилась вдвое. Как она изменится за 3 мин?

Контрольная работа по физике №1

1. Точка движется по окружности радиусом $R = 4$ м. Уравнение ее движения $s = A + Bt^2$, где $A = 8$ м, $B = -2$ м/с². Определить момент времени t , когда нормальное ускорение a_n точки равно 9 м/с². Найти скорость ϑ , тангенциальное a_τ и полное a ускорения точки в момент времени t [1,5с; - 6м/с; - 4 м/с²; 9,84 м/с²]

2. Две материальные точки движутся прямолинейно согласно следующим законам $x_1 = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3$ и $x_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, где $A_1 = 4$ м/с, $B_1 = 8$ м/с², $C_1 = -16$ м/с³, $A_2 = 2$ м/с, $B_2 = -4$ м/с², $C_2 = 1$ м/с³. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости ϑ_1 и ϑ_2 точек в момент времени t [0,235 с; 5,1 м/с; 0,286 м/с]

3. Шар массой $m_1 = 10$ кг сталкивается с шаром массой $m_2 = 4$ кг. Скорость первого шара $\vartheta_1 = 4$ м/с, второго $\vartheta_2 = -12$ м/с. Найти общую скорость u шаров после удара в случаях: 1) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) шары движутся навстречу друг другу. Удар считать прямым, центральным, неупругим [6,28 м/с; - 0,572 м/с]

4. В лодке массой $M = 240$ кг стоит человек массой $m = 60$ кг.

Лодка плывет со скоростью $v = 2$ м/с. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью относительно лодки $u = 4$ м/с. Найти скорость лодки после прыжка человека: 1) вперед по движению лодки; 2) в сторону, противоположную движению лодки [1 м/с; 3 м/с]

5. Человек, стоящий в лодке, сделал шесть шагов вдоль нее и остановился. На какое расстояние (в шагах человека) передвинулась лодка, если масса лодки в два раза больше (меньше) массы человека? [2 шага; 4 шага]

6. Из пружинного пистолета выстрелили пулькой, масса которой $m = 5$ г. Пружина имеет жесткость $k = 1,25$ кН/м и сжата на $\Delta l = 8$ см. Определить скорость вылета пульки [40 м/с]

7. Шар массой $m_1 = 200$ г, движущийся со скоростью $v_1 = 10$ м/с, сталкивается с неподвижным шаром массой $m_2 = 800$ г. Удар прямой, центральный, абсолютно упругий. Определить скорости шаров после столкновения [- 6 м/с; 4 м/с]

8. Шар, двигавшийся горизонтально, столкнулся с неподвижным шаром и передал ему 64% своей кинетической энергии. Удар прямой, центральный, абсолютно упругий. Во сколько раз масса второго шара больше массы первого? [В 4 раза]

9. Цилиндр, расположенный горизонтально, может вращаться вокруг оси, совпадающей с осью цилиндра. Масса цилиндра $m_1 = 12$ кг. На цилиндр намотали шнур, к которому привязали гирию массой $m_2 = 1$ кг. С каким ускорением будет опускаться гирия? Какова сила натяжения шнура во время движения гири? [1,4 м/с²; 8,4 Н]

10. Через блок, выполненный в виде колеса, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 300$ г. Массу колеса $M = 200$ г считать равномерно распределенной по ободу, массой спиц пренебречь. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, и силы натяжения нити по обе стороны блока [3,27 м/с²; 1,31 Н; 1,96 Н]

11. Двум одинаковым маховикам, находящимся в покое, сообщили угловую скорость $\omega = 63$ рад/с и предоставили их самим себе. Под действием сил трения маховик остановился через

одну минуту, а второй сделал до полной остановки $N = 360$ оборотов. У какого маховика тормозящий момент был больше и во сколько раз? [У первого больше в 1,67 раз]

12. Шар скатывается с наклонной плоскости высотой $h = 90$ см. Какую линейную скорость будет иметь центр шара в тот момент, когда шар скатится с наклонной плоскости? [3,55 м/с]

13. На верхней поверхности горизонтального диска, который может вращаться вокруг вертикальной оси, проложены по окружности радиусом $r = 50$ см рельсы игрушечной железной дороги. Масса диска $M = 10$ кг, его радиус $R = 60$ см. На рельсы неподвижного диска был поставлен заводной паровозик массой $m = 1$ кг и выпущен из рук. Он начал двигаться относительно рельсов со скоростью $v = 0,8$ м/с. С какой угловой скоростью будет вращаться диск? [0,195 рад/с]

14. Платформа в виде диска вращается по инерции около вертикальной оси с частотой $n_1 = 14$ мин⁻¹. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешел в центр платформы, частота возросла до $n_2 = 25$ мин⁻¹. Масса человека $m = 70$ кг. Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки [210 кг]

15. Искусственный спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте $H = 3200$ км над поверхностью Земли. Определить линейную скорость спутника [$6,45 \cdot 10^3$ м/с]

16. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение точки $x = 5$ см, скорость $v = 20$ см/с и ускорение $a = -80$ см/с². Найти циклическую частоту и период колебаний, фазу колебаний в рассматриваемый момент времени и амплитуду колебаний [4 с⁻¹; 1,57с; $\pi/4$; $7,07 \cdot 10^{-2}$ м]

17. Точка совершает гармонические колебания, уравнение для которых $x = A \sin \omega t$, где $A = 5$ см, $\omega = 2$ с⁻¹. Найти ближайший к началу отсчета момент времени, в который потенциальная энергия точки $\Pi = 10^{-4}$ Дж, а возвращающая сила $F = +5 \cdot 10^{-3}$ Н. Определить фазу колебаний для этого момента [2,04с; 4,07рад]

18. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой, имеющих одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз складываемых колебаний [120° или 240°]

19. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям согласно уравнениям $x = A_1 \cos \omega_1 t$ и $y = A_2 \cos \omega_2 (t + \tau)$, где $A_1 = 4$ см, $\omega_1 = \pi \text{ с}^{-1}$, $A_2 = 8$ см, $\omega_2 = \pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 1$ с. Найти уравнение траектории [$2x + y = 0$]

20. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $v = 15 \text{ м/с}$. Период колебаний его точек $T = 1,2$ с. Определить разность фаз $\Delta \phi$ колебаний двух точек, лежащих на одном луче и отстоящих от источника волн на расстояниях $x_1 = 20 \text{ м}$ и $x_2 = 30 \text{ м}$ [200°]

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Молекулярная физика изучает строение и свойства вещества исходя из молекулярно-кинетических представлений, базирующихся на том, что все тела состоят из молекул, находящихся в непрерывном хаотическом движении.

Термодинамика изучает общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, и процессы перехода между этими состояниями.

Молекулярная физика и термодинамика - разделы физики, изучающие в телах макроскопические процессы, связанные с результатом совокупного действия коллективов молекул. Для исследования этих процессов применяют два качественно различных и взаимно дополняющих друг друга метода: статистический (молекулярно-кинетический) и термодинамический.

Законы поведения коллективов молекул изучаются с помощью статистического метода, основанного на свойствах макроскопической системы, определенной свойствами частиц системы, особенностями их движения и усредненными значениями динамических характеристик частиц (скорости, энергии и т. д.).

Термодинамика базируется на двух началах - фундаментальных законах установленных в результате обобщения опытных данных. Термодинамика имеет дело с термодинамической системой - совокупностью макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией, как между собой, так и с другими телами (внешней средой). Основа термодинамического метода - определение состояния термодинамической системы. Состояние системы задается термодинамическими параметрами - совокупностью физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы. Макроскопическая система находится в термодинамическом равновесии, если ее состояние с течением времени не меняется.

Молекулярно-кинетическая теория и термодинамика взаимно дополняют друг друга, образуя единое целое, но отличаюсь различными методами исследования.

2.1. Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов

В молекулярно-кинетической теории используется модель идеального газа, основные положения сформулированы ниже:

1. собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда;
2. между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия;
3. столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие.

Модель идеального газа можно использовать при изучении реальных газов, так как в условиях, близких к нормальным или при низких давлениях и высоких температурах они близки по своим свойствам к идеальному газу.

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

(уравнение Менделеева - Клапейрона) для массы газа m

$$pV = RT \, m/\mu = RT \, \nu$$

где p - давление газа, μ - молярная масса газа, R - молярная газовая постоянная, T - температура, $\nu = m/\mu$ количество вещества.

Применение уравнения состояния идеального газа к изопроцессам (опытные газовые законы)

ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС – процесс, протекающий при постоянной температуре (закон БОЙЛЯ – МАРИОТТА)

$$pV = \text{const} \quad \text{или для двух состояний газа} \quad p_1 V_1 = p_2 V_2$$

ИЗОБАРНЫЙ ПРОЦЕСС – процесс, протекающий при постоянном давлении (закон ГЕЙ - ЛЮССАКА)

$$V / T = \text{const} \quad \text{или для двух состояний газа} \quad V_1 / T_1 = V_2 / T_2$$

ИЗОХОРНЫЙ ПРОЦЕСС – процесс, протекающий при постоянном объеме (закон ШАРЛЯ)

$$p / T = \text{const} \quad \text{или для двух состояний газа} \quad p_1 / T_1 = p_2 / T_2$$

ЗАКОН ДАЛЬТОНА определяющий давление смеси газов

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$$

где $p_1 \dots p_n$ - парциальные давления n - компонентов смеси.

Парциальным давлением называется давление, которое производил бы газы смеси, если бы они одни занимали объем, равный объему смеси при той же температуре.

ЗАКОН АВОГАДРО – моли любых газов при одинаковых температуре и давлении занимают одинаковые объемы.

Молярная масса смеси газов

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n}$$

где m_n - масса n - компонента смеси; ν - количество вещества.

ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГАЗА

$$p = \frac{2}{3} n E_0 = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle g_{\text{кв}} \rangle^2}{2} = n k T$$

где n – число молекул в единице объема; $E_0 = 3kT / 2$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы; $m_0, \langle g_{\text{кв}} \rangle$ – масса и средняя квадратичная скорость молекулы; $k = R/N_A$ – постоянная Больцмана; T – температура.

$$n = N / V$$

где N – число молекул, содержащихся в системе; V – объем.

$$\langle g_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \quad m_0 = \mu / N_A$$

Пространственный перенос энергии, массы, импульса называется явлениями переноса, к числу которых относятся: теплопроводность (перенос энергии), диффузия (перенос массы) и внутреннее трение (перенос импульса).

ЗАКОН ФУРЬЕ характеризует теплопроводность или перенос энергии в форме теплоты $j_E = -\lambda dT/dx$,

где j_E – плотность теплового потока, λ – теплопроводность, dT/dx – градиент температуры.

ЗАКОН ФИКА характеризует явление диффузии для

химически однородного газа $j_m = -D dp/dx$,

где j_m – плотность потока массы, D – коэффициент диффузии, dp/dx – градиент плотности.

ЗАКОН НЬЮТОНА характеризует силу внутреннего трения между двумя слоями газа $F = \eta |d\vartheta/dx| S$,

где η – вязкость, S – площадь, $d\vartheta/dx$ – градиент скорости.

ЧИСЛО СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ – число независимых координат, полностью определяющих положение системы в пространстве. В классической механике молекулу одноатомного газа можно рассматривать как материальную точку, которой приписывают три степени свободы ($i = 3$) поступательного движения. Молекула двухатомного газа – как совокупность двух материальных точек жестко связанных недеформируемой связью, т.е. система кроме трех степеней свободы поступательного движения имеет еще две степени свободы вращательного движения. Поэтому двухатомный газ обладает пятью степенями свободы ($i = 5$). Многоатомная нелинейные молекулы имеют шесть степеней свободы ($i = 6$): три поступательных и три вращательных.

ЗАКОН БОЛЬЦМАНА О РАВНОМЕРНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЭНЕРГИИ ПО СТЕПЕНЯМ СВОБОДЫ МОЛЕКУЛ: для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится в среднем кинетическая энергия, равная $kT/2$, а на каждую колебательную степень свободы – в среднем энергия, равная kT . Колебательная степень «обладает»

вдвое большей энергией потому, что на нее приходится не только кинетическая энергия (в случае поступательного и вращательного движений), но и потенциальная, причем средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы.

СРЕДНЯЯ ЭНЕРГИЯ ОДНОЙ МОЛЕКУЛЫ $E = i kT / 2$,

где $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2 i_{\text{колеб}}$

ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ: теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение ею работы против внешних сил

$$Q = \Delta U + A$$

ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ U - энергия хаотического (теплого) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, ядер и т. д.) и энергия взаимодействия этих частиц. При переходе системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется только разностью значений внутренней энергии этих состояний и не зависит от пути перехода.

ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ ДЛЯ ПРОИЗВОЛЬНОЙ МАССЫ ГАЗА

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT = \frac{i}{2} \nu RT$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме $C_v = iR/2$

Уравнение Майера (при постоянном давлении) $C_p = C_v + R$

Связь между молярной C и удельной c теплоемкостями $C = \mu c$

ПОЛНАЯ РАБОТА ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ОБЪЕМА ГАЗА

В общем случае $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$

При изохорном процессе $A = p \Delta V = 0$

При изобарном процессе $A = p (V_2 - V_1)$

При изотермическом процессе $A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2}$

При адиабатном процессе $A = -\Delta U = -mC_v (T_1 - T_2) / \mu$
(уравнение Пуассона) $pV^\gamma = \text{const}$ $\gamma = C_p/C_v = (i + 2) / i$

Коэффициент поверхностного натяжения $\alpha = F/l = \Delta E / \Delta S$

где F - сила поверхностного натяжения; l - контур ограничивающей поверхность жидкости; ΔE - изменение свободной энергии поверхности пленки; ΔS - площади поверхности пленки.

ФОРМУЛА ЛАПЛАСА выражает давление p , создаваемое жидкостью сферической поверхностью радиусом R $p = 2\alpha / R$

Высота подъема жидкости в капилляре $h = 2\alpha \cos \theta / \rho g R$

где θ - краевой угол (0 - при полном смачивании стенок трубки жидкостью; π - при полном несмачивании); R - радиус канала трубки; ρ - плотность; g - ускорение свободного падения.

Коэффициент полезного действия машины $\eta = (Q_1 - Q_2) / Q_1$

где Q_1 - теплота, полученная рабочим телом от теплоотдатчика; Q_2 - теплота, переданная рабочим телом теплоприемнику.

Для идеального цикла Карно $\eta = (T_1 - T_2) / T_1$

Где T_1 и T_2 - температуры теплоотдатчика и теплоприемника.

Разность энтропий двух состояний $S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}$

Примеры решения задач

Пример 11. Найти изменение энтропии при превращении 10г льда при температуре -20°C в пар при 100°C .

Решение

Изменение энтропии равно $\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$ (1)

где S_1 и S_2 – энтропия в первом и во втором состояниях соответственно.

Общее изменение энтропии ΔS в данной задаче складывается из ее изменений в отдельных процессах.

1) Нагревание m льда от температуры T_1 до температуры T_2 .

$$dQ = mc_L dT \quad (2)$$

где c_L – удельная теплоемкость льда.

Решая совместно (1) и (2) находим

$$\Delta S_1 = mc_L \ln (T_2/T_1) \quad (3)$$

2) Плавление массы m льда при температуре T_2

$$\int dQ = m\lambda \quad (4)$$

где λ – удельная теплота плавления льда

Решая совместно (1) и (4) находим

$$\Delta S_2 = m\lambda / T_2 \quad (5)$$

3) Нагревание массы m воды от температуры T_2 до T_3

По аналогии с 1) получим $\Delta S_3 = mc_B \ln (T_3/T_2)$

(6)

где c_B – удельная теплоемкость воды.

4) Испарение массы m воды при температуре T_3

По аналогии с 1) получим $\Delta S_4 = m r / T_3$

(7)

где λ – удельная теплота парообразования воды.

Общее изменение энтропии равно сумме энтропий (3),(5-7)

$$\Delta S = m [c_L \ln (T_2/T_1) + \lambda / T_2 + c_B \ln (T_3/T_2) + r / T_3]$$

(8)

Проверка размерности исходной формулы (8)

$$[\text{Дж/кг}] = \text{кг} [\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К}) + \text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К}) + \text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К}) + \text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})]$$

$$\Delta S = 10^{-2} [2,1 \cdot 10^3 \ln(273/253) + 3,35 \cdot 10^5 / 273 + 4,19 \cdot 10^3 \ln(373/273) + 2,26 \cdot 10^6 / 373] = 88 \text{ Дж/кг}$$

$$\text{Ответ: } \Delta S = 88 \text{ Дж/кг}$$

Пример 12. В баллоне объемом 10л находится гелий под давлением $p_1 = 1$ МПа и при температуре $T_1 = 300$ К. Из баллона взяли $m = 10$ г гелия и температура в нем понизилась до $T_2 = 290$ К. Определить давление p_2 оставшегося в баллоне гелия.

Решение.

Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа:

$$p_2 = m_2 R T_2 / \mu V \quad (1)$$

где m_2 - масса гелия в баллоне в конечном состоянии; μ - молярная масса гелия; R - универсальная газовая постоянная.

Массу m_2 гелия выразим через массу m_1 , соответствующую начальному состоянию, и массу m гелия, взятого из баллона:

$$m_2 = m_1 - m \quad (2)$$

Массу m_1 гелия найдем также из уравнения Менделеева - Клапейрона, применив его к начальному состоянию:

$$m_1 = \mu p_1 V / RT_1 \quad (3)$$

Решая совместно (1-3) найдем

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{\mu} \frac{RT_2}{V} \quad (4)$$

Проверка размерности: $[\text{Па}] = \text{Па} - \frac{\text{кг Дж К моль}}{\text{кг моль К м}^3} = \text{Па} - \frac{\text{Н м}}{\text{м}^3}$

$$p_2 = \frac{290}{300} 10^6 - \frac{10^{-2} 8,31 290}{4 \cdot 10^{-3} 10^{-2}} = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Ответ: $p_2 = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Па.}$

Пример 13. Баллон содержит $m_1=80\text{г}$ кислорода и $m_2=320\text{г}$ аргона. Давление смеси $p = 1\text{МПа}$, температура $T=300 \text{ К}$. Принимая данные газы за идеальные, определить объем V баллона.

Решение.

По закону Дальтона, давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси $p = p_1 + p_2$ (1)

Найдем p_1 и p_2 из уравнения Менделеева - Клапейрона.

$$p_1 = m_1 RT / \mu_1 V \quad p_2 = m_2 RT / \mu_2 V$$

(2)

Решая совместно (1-2) найдем давление смеси и объем

$$p = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) \frac{R T}{V} \quad V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) \frac{R T}{p} \quad (3)$$

Проверка размерности окончательной формулы (3)

$$[\text{м}^3] = (\text{кг моль} / \text{кг}) \text{ Дж К/моль К Па} = \text{Н м м}^2 / \text{Н}$$

$$p = \left(\frac{8 \cdot 10^{-2}}{3,2 \cdot 10^{-2}} + \frac{32 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-2}} \right) \frac{8,31 \cdot 300}{10^6} = 2,62 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$$

Ответ: $p = 2,62 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$

Пример 14. Для смеси неона и водорода вычислить удельные теплоемкости c_V и c_P . Массовые доли неона и водорода составляют $\nu_1 = 80\%$ и $\nu_2 = 20\%$. Газы считать идеальными.

Решение.

Удельные теплоемкости $c_{V1,2}$ газов при постоянном объеме

$$c_{V1} = iR / 2\mu_1 \quad c_{V2} = iR / 2\mu_2 \quad (1)$$

где c_{V1} и c_{V2} - удельные теплоемкости неона и водорода соответственно; μ_1 и μ_2 - молярные массы неона и водорода.

Найдем теплоту необходимую для нагревания смеси на ΔT

$$Q = c_V (m_1 + m_2) \Delta T \quad (2)$$

$$Q = (c_{V1} m_1 + c_{V2} m_2) \Delta T \quad (3)$$

Решая (1-3) найдем удельную теплоемкость при $V = \text{const}$

$$c_V = c_{V1} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + c_{V2} \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{iR}{2\mu_1} \nu_1 + \frac{iR}{2\mu_2} \nu_2 \quad (4)$$

где массовые доли неона $\nu_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$, водорода ν_2

$$= \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

Удельные теплоемкости $c_{P1,2}$ газов при постоянном давлении

$$c_{P1} = (i+2)R / 2\mu_1 \quad c_{P2} = (i+2)R / 2\mu_2 \quad (5)$$

Рассуждая аналогично c_V , получим формулу для c_P

$$c_P = (i+2) c_{V1} / i + (i+2) c_{V2} / i \quad (6)$$

$$c_V = \frac{3 \cdot 8,31}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} 0,8 + \frac{5 \cdot 8,31}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} 0,2 = 2,58 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг·К)}$$

$$c_P = (3+2) \cdot 498,6 / 3 + (5+2) \cdot 2077,5 / 5 = 3,74 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг·К)}$$

$$\text{Ответ: } c_V = 2,58 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг·К); } c_P = 3,74 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг·К)}$$

Пример 15. При температуре 10°C и давлении $0,3 \text{ МПа}$ находятся 10 г кислорода. После изобарного нагревания газ занял объем 10 л . Найти: 1) количество теплоты, полученное газом; 2) энергию теплового движения молекул до и после нагрева.

Решение.

1) Количество теплоты полученное газом найдем по формуле

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_P (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} \frac{i+2}{2} R (T_2 - T_1) \quad (1)$$

где C_P – молярная теплоемкость, $C_P = (i+2) R / 2$

Уравнения состояния газа до и после нагревания

$$pV_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \quad pV_2 = \frac{m}{\mu}RT_2 \quad (2)$$

Для нахождения T_2 преобразуем уравнения (2)

$$T_2 = T_1 V_2 / V_1 \quad V_1 = mRT_1 / \mu p \quad (3)$$

Решая совместно (1-3) находим количество теплоты ΔQ

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} \frac{i+2}{2} \left(\frac{\mu V_2 p}{m} - RT_1 \right) \quad (4)$$

Проверка размерности расчетной формулы (4)

$$[\text{Дж}] = \frac{\text{кг моль}}{\text{кг}} \left(\frac{\text{кг м}^3 \text{Па}}{\text{моль кг}} - \frac{\text{Дж К}}{\text{моль К}} \right) = \text{моль} \left(\frac{\text{м}^3 \text{Н}}{\text{моль м}^2} - \frac{\text{Дж}}{\text{моль}} \right)$$

2) Энергия теплового движения молекул до и после нагрева

$$E_1 = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT_1 \quad E_2 = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT_2 \quad (5)$$

Проверка размерности формул (5) $[\text{Дж}] = \frac{\text{кг моль}}{\text{кг}} \frac{\text{Дж К}}{\text{моль К}}$

$$\Delta Q = \frac{10^{-2}}{3,2 \cdot 10^{-2}} \frac{5+2}{2} \left(\frac{3,2 \cdot 10^{-2} 10^{-2} 3 \cdot 10^5}{10^{-2}} - 8,31 \cdot 283 \right) = 7,9 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

$$E_1 = \frac{5}{2} \frac{10^{-2}}{3,2 \cdot 10^{-2}} 8,31 \cdot 283 = 1,84 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

$$E_2 = 1156 \cdot 1,84 \cdot 10^3 / 283 = 7,52 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

Ответ: $\Delta Q = 7,9 \cdot 10^3 \text{ Дж}$; $E_1 = 1,84 \cdot 10^3 \text{ Дж}$; $E_2 = 7,52 \cdot 10^3 \text{ Дж}$

Пример 16. Тепловая машина работает по обратному циклу Карно. Температура теплоотдатчика $T_1 = 500 \text{ К}$. Определить коэффициент полезного действия η цикла и температуру T_2 теплоприемника если за счет каждого килоджоуля теплоты полученной от теплоотдатчика машина совершает работу $A = 350 \text{ Дж}$

Решение.

Коэффициент полезного действия (кпд) тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от теплоотдатчика, превращается в механическую работу. Кпд η цикла равен

$$\eta = A / Q_1 = (T_1 - T_2) / T_1 \quad (1)$$

где Q_1 - теплота полученная от теплоотдатчика; A - совершенная работа; T_1 и T_2 температуры теплоотдатчика и охладителя.

$$T_2 = T_1 (1 - \eta) \quad (2)$$

$$\eta = 350 / 1000 = 0,35 \quad T_2 = 500 (1 - 0,35) = 325 \text{ К.}$$

Пример 17. Найти добавочное давление внутри мыльного пузыря диаметром $d = 10$ см. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь?

Решение.

Пленка мыльного пузыря имеет две сферические поверхности: внешнюю и внутреннюю. Обе поверхности оказывают давление на воздух, заключенный внутри пузыря. Так как толщина пленки чрезвычайно мала, то диаметры обеих поверхностей практически одинаковы. Поэтому добавочное давление

$$p = 2 (2\alpha / R) = 8\alpha / d \quad (1)$$

где R и d – радиус и диаметр пузыря соответственно, $d = 2R$.

Работа, которую нужно совершить, чтобы, растягивая пленку, увеличить ее поверхность на ΔS выражается формулой

$$A = \alpha \Delta S = \alpha (S - S_0) \quad (2)$$

где S - площадь двух сферических поверхностей пленки мыльного пузыря; S_0 - площадь двух поверхностей плоской пленки, затягивавшей отверстие трубки до выдувания пузыря.

Пренебрегая S_0 получаем $A \approx \alpha S = 2\pi d^2 \alpha$ (3)

Проверка размерности $[\text{Па}] = (\text{Н/м})/\text{м}$ $[\text{Дж}] = \text{м}^2 \text{ Н} / \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м}$

$$p = 8 \cdot 4 \cdot 10^{-2} / 10^{-1} = 3,2 \text{ Па} \quad A = 2 \cdot 3,14 \cdot (0,1)^2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$$

Пример 18. 2л азота находятся под давлением 0,1 МПа. Какое количество теплоты надо сообщить азоту для увеличения вдвое 1) объема при $p = \text{const}$; 2) давления при $V = \text{const}$.

Решение.

1) Количество теплоты полученное газом найдем по формуле

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T \quad (1)$$

где C_p – молярная теплоемкость при постоянном давлении

Уравнения состояния газа до и после нагревания

$$pV_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \quad pV_2 = \frac{m}{\mu}RT_2 \quad (2)$$

При $p = \text{const}$ уравнения (2) можно представить таким образом

$$p\Delta V = \frac{m}{\mu}R\Delta T \quad \frac{m}{\mu}\Delta T = \frac{p\Delta V}{R} \quad (3)$$

Решая совместно (1) и (3) находим количество теплоты ΔQ

$$\Delta Q = C_p p \frac{\Delta V}{R} = \frac{i+2}{2} R p \frac{2V_1 - V_1}{R} = \frac{i+2}{2} pV_1 \quad (4)$$

2) По аналогии с 1) количество теплоты, полученное газом

$$\Delta Q = C_V V \frac{\Delta p}{R} = \frac{i}{2} R V \frac{2p_1 - p_1}{R} = \frac{i}{2} p_1 V \quad (5)$$

$$\Delta Q = (5+2)10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} / 2 = 700 \text{ Дж} \quad \Delta Q = 5 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} / 2 = 500 \text{ Дж}$$

Ответ: при $p = \text{const}$ $\Delta Q = 700 \text{ Дж}$; при $V = \text{const}$ $\Delta Q = 500 \text{ Дж}$

Пример 19. Карбюраторный двигатель автомобиля «Волга» имеет фактический коэффициент полезного действия $\eta_{\text{ф}} = 22\%$. Найти потери на трение, теплопроводность и пр., сравнив фактический $\eta_{\text{ф}}$ с теоретически возможным кпд η . Степень сжатия 6,2. Показатель политропы $\gamma = C_p/C_V = 1,2$.

Решение.

$$\text{Теоретический кпд } \eta = 1 - \frac{1}{(V_1/V_2)^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{6,2^{1,2-1}} = 0,3 = 30\%$$

$$\Delta\eta = \eta - \eta_{\text{ф}} = 30 - 22 = 8\%$$

Ответ: Потери в движущихся частях механизма составляют 8%

Пример 20. Необходимо сжать 10л кислорода до объема 2л. Как выгоднее его сжимать: адиабатически или изотермически?

Решение.

Работу при адиабатическом сжатии можно найти по формуле

$$A_{\text{Ад}} = \frac{m}{\mu} \frac{R T}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] \quad (1)$$

$$\text{где } \gamma - \text{показатель политропы} \quad \gamma = C_p/C_V = (i + 2) / i \quad (2)$$

Работу при изотермическом сжатии можно найти по формуле

$$A_{\text{из}} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (3)$$

Решая совместно (1) и (3) найдем отношение $A_{\text{ад}} / A_{\text{из}}$

$$\frac{A_{\text{ад}}}{A_{\text{из}}} = \frac{1 - (V_1 / V_2)^{\gamma-1}}{(\gamma - 1) \ln(V_2 / V_1)} \quad (4)$$

Для кислорода (двухатомный газ $i = 5$) $\gamma = (5+2)/5 = 1,4$

$$\frac{A_{\text{ад}}}{A_{\text{из}}} = \frac{1 - (10^{-2} / 2 \cdot 10^{-3})^{1,4-1}}{(1,4 - 1) \ln(2 \cdot 10^{-3} / 10^{-2})} = 1,4$$

Ответ: Изотермически сжимать выгоднее в 1,4 раза.

Пример 21. Найти изменение энтропии при переходе 8г кислорода от объема 10л при температуре 80°C к объему 40л при температуре 300°C.

Решение.

$$\text{Изменение энтропии равно} \quad \Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \quad (1)$$

$$dQ = m C_V dT / \mu + p dV \quad pV = m R T / \mu \quad (2)$$

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{m}{\mu} \frac{C_V dT}{T} + \int_1^2 \frac{m}{\mu} \frac{R dV}{V} = \frac{m}{\mu} (C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1}) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{Для кислорода } i = 5 \quad C_V = i R / 2 = 20,8 \text{ Дж / (моль} \cdot \text{К)} \\ \Delta S = (8 \cdot 10^{-3} / 32 \cdot 10^{-3}) \cdot [20,8 \cdot \ln(573/353) + 8,31 \cdot \ln(4 \cdot 10^{-2} / 10^{-2})] = \\ = (20,8 \cdot \ln 1,62 + 8,31 \cdot \ln 4) / 4 = 5,4 \text{ Дж/К} \end{aligned}$$

Ответ: $\Delta S = 5,4 \text{ Дж/К}$

Задачи для самостоятельного решения

011. В сосуде находится 14г азота и 9г водорода при температуре 10°C и давлении 1 МПа. 1) Найти молярную массу смеси, 2) объем сосуда.

012. Какое число частиц находится в 1г парообразного йода, если степень его диссоциации равна 50%? Молярная масса йо-

да равна $J = 0,254$ кг/моль.

013. Чему равна энергия теплового движения 20г кислорода при $T = 283\text{K}$? Какая часть энергии приходится на долю поступательного движения и какая часть на долю вращательного?

014. При изобарном нагревания некоторой массы газа на 50К необходимо затратить 160кал. Если эту же массу газа изохорно охладить на 100К, то выделяется 240кал. Какое число степеней свободы имеют молекулы этого газа?

015. Во сколько раз уменьшится число столкновений в 1с молекул двухатомного газа, если объем газа адиабатически увеличить в 2 раза?

016. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, совершает за один цикл работу 37 кДж. Тепло берется от тела с температурой -10°C и передается телу с температурой 17°C . Найти: 1) к.п.д. цикла, 2) количество теплоты, отнятое у холодного тела за один цикл, 3) количество теплоты, переданное горячему телу за один цикл.

017. Найти изменение энтропии при переходе 6г водорода от объема 20л под давлением 150 кПа к объему 60л под давлением 100 кПа.

018. 10г кислорода нагреваются от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 150^\circ\text{C}$. Найти изменение энтропии, если нагревание происходит: 1) изохорически; 2) изобарически

019. Найти скорость течения по трубе несжимаемого углекислого газа, если за полчаса через поперечное сечение трубы, протекает 0,51кг газа плотностью $7,5 \text{ кг/м}^3$. Диаметр трубы 2см

020. Во сколько раз плотность воздуха в помещении зимой (7°C) больше его плотности летом (37°C). Давление одинаково

Контрольная работа по физике №2

21. В сосуде объемом 2 л находится 10 г кислорода под давлением 680 мм рт.ст. Найти: 1) среднюю квадратичную скорость молекул газа, 2) число молекул, находящихся в сосуде, 3) плотность газа [233 м/с ; $1,9 \cdot 10^{23}$; 5 кг/м^3]

22. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа, при нормальных условиях, равна 461 м/с. Какое число молекул содержится в 1 г этого газа [$1,8 \cdot 10^{22}$]
23. Водород при давлении $p_1 = 0,1$ МПа занимает объем $V = 10$ м³. После изохорного нагрева давление стало $p_2 = 0,3$ МПа. Определить изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q , сообщенную газу [5 МДж; 0; 5 МДж]
24. При изобарном ($p = 80$ кПа) нагреве объем кислорода увеличился от $V_1 = 1$ м³ до $V_2 = 3$ м³. Определить изменение ΔU внутренней энергии газа; совершенную газом работу A и сообщенную кислороду теплоту Q . [400 кДж; 160 кДж; 560 кДж]
25. Молекула аргона, летящая со скоростью 500 м/с, упруго ударяется о стенку сосуда. Направление скорости молекулы и нормаль к стенке сосуда составляют угол 60°. Найти импульс силы, полученной стенкой сосуда за время удара [$3,3 \cdot 10^{-23}$ Н·с]
26. В герметичном сосуде находится 14 г азота при температуре 27°C и давлении 0,1 МПа. После нагревания давление в сосуде повысилось в 5 раз. Найти: 1) до какой температуры был нагрет газ; 2) каков объем сосуда; 3) какое количество теплоты сообщено газу? [1500 К; $1,24 \cdot 10^{-2}$ м³; 31,2 кДж]
27. На нижнем конце трубки диаметром $d = 0,2$ см повисла шарообразная капля воды. Найти диаметр этой капли. [4,42 мм]
28. Какую энергию надо затратить, чтобы выдуть мыльный пузырь диаметром $d = 12$ см? Каково будет добавочное давление внутри этого пузыря? [3,62 мДж; 2,66 Па]
29. При какой температуре средняя кинетическая энергия теплового движения атомов гелия достаточна для того, чтобы эти атомы преодолели земное тяготение и навсегда покинули земную атмосферу? Решить задачу и для Луны [$2 \cdot 10^4$ К; 900 К]
30. Газ совершает цикл Карно. Температура теплоотдатчика в три раза выше, чем у теплоприемника. Теплоотдатчик передал $Q_1 = 41,9$ кДж теплоты. Какую работу совершил газ? [28,1 кДж]
31. При температуре 20°C и давлении 0,1 МПа в сосуде объемом 2 л находится гелий. Какое количество теплоты нужно со-

- общить газу, чтобы повысить его температуру на 100К? При новой температуре: 1) какова будет средняя квадратичная скорость и энергия теплового движения его молекул? 2) какое установится давление? [102Дж; $1,57 \cdot 10^3$ м/с, 400Дж; $1,33 \cdot 10^3$ Па]
32. Сосуд объемом 2л заполнен 6г углекислого газа (CO_2) и 5г окиси азота (NO_2). Найти давление в сосуде при 400К [415кПа]
33. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. 80% тепла, получаемого от нагревателя, передаётся холодильнику. Количество теплоты, получаемое от нагревателя 1,5 ккал. Найти: 1) к.п.д. цикла; 2) работу при полном цикле [20%; 1,26кДж]
34. В сосуде под поршнем массой 1кг и площадью поперечного сечения 10см^2 находится 1г азота. Давление азота над поршнем 10^5 Па. 1) Какое количество теплоты необходимо для нагревания азота на 10К? 2) На сколько при этом поднимется поршень? [10,4 Дж; $2,8 \cdot 10^{-2}$ м]
35. Найти массу атома водорода, гелия [$1,67 \cdot 10^{-27}$ кг; $6,65 \cdot 10^{-27}$ кг]
36. Найти изменение энтропии при плавлении 1кг льда, находящегося при 0°C [$1,23 \cdot 10^3$ Дж/К].
37. Найти изменение энтропии при изобарическом расширении 8г гелия от объема $V_1 = 10\text{л}$ до объема $V_2 = 25\text{л}$ [$1,23 \cdot 10^3$ Дж/К].
38. 10,5г азота изотермически расширяются от объема $V_1 = 2\text{л}$ до объема $V_2 = 5\text{л}$. Найти прирост энтропии [2,9 Дж/К].
39. Найти прирост энтропии при превращении 1г воды при 0°C в пар при 100°C . [7,4 Дж/К].
40. Пассажирский самолёт совершает полёт на высоте 8300 м. В кабине при помощи компрессора поддерживается постоянное давление, соответствующее высоте 2700 м. Найти разность давлений внутри и снаружи кабины. Среднюю температуру наружного воздуха считать равной 0°C [$3,63 \cdot 10^4$ Па].

3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

3.1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА.

Все тела способны электризоваться, т.е приобретать электрический заряд. Этот процесс сводится к разделению зарядов,

при котором на одном из тел появляется избыток положительного заряда, а на другом - избыток отрицательного заряда.

Общее количество зарядов обоих знаков, содержащихся в телах не изменяется: заряды перераспределяются между телами.

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЗАРЯДА: алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остается неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри системы

Электрический заряд - величина релятивистски инвариантная и не зависит от системы отсчета, движется этот заряд или покоится. В зависимости от концентрации свободных зарядов тела делятся на проводники, диэлектрики и полупроводники.

Проводники - тела, в которых электрический заряд может перемещаться по всему объему. Проводники делятся на две группы: 1) проводники первого рода (металлы) - перенесение в них свободных электронов не сопровождается химическими превращениями, 2) проводники второго рода (расплавленные соли, растворы кислот) - перенесение в них положительных и отрицательных ионов ведет к химическим изменениям.

Диэлектрики (стекло, пластмассы) - тела, в которых практически отсутствуют свободные заряды.

Полупроводники (германий, кремний) занимают промежуточное положение между проводниками и диэлектриками.

Точечным называется заряд, сосредоточенный в теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других неподвижных заряженных тел, с которыми он взаимодействует. Для них справедлив **ЗАКОН КУЛОНА**

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$$

где F - сила взаимодействия точечных зарядов q , r - расстояние между зарядами, ϵ - диэлектрическая проницаемость, $\epsilon_0 = \text{const}$.

Электростатическое поле – электрическое поле, создаваемое неподвижными точечными электрическими зарядами.

Напряженность электростатического поля $E = F / q$

Принцип суперпозиции (наложения) электростатических

полей: напряженность $\mathbf{E}$ в данной точке равна векторной сумме напряженностей полей $\mathbf{E}_i$, созданных в этой точке каждым

точечным зарядом в отдельности $\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_n$

Для электростатического поля в диэлектрике применима

ТЕОРЕМА ОСТРОГРАДСКОГО–ГАУССА $\oint_s \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$

При помощи теоремы найдем напряженность электрического поля, образованного различными заряженными телами

Напряженность поля, образованного заряженным шаром

$$E = q / 4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2$$

где q – заряд шара радиусом R , r – расстояние от центра шара.

Напряженность поля, образованного заряженной бесконечно длинной нитью

$$E = \tau / 2\pi\epsilon\epsilon_0 a,$$

где τ и a – линейная плотность заряда и расстояние от нити.

Напряженность поля в точке, находящейся на перпендикуляре, восстановленном из середины нити конечной длины на расстоянии a от нее

$$E = \tau \sin\theta / 2\pi\epsilon\epsilon_0 a,$$

где θ – угол между радиусом-вектором проведенным из рассматриваемой точки к концу нити и направлением нормали к нити.

Напряженность поля, образованного заряженной бесконечно протяженной плоскостью

$$E = \sigma / 2\epsilon\epsilon_0,$$

где σ – поверхностная плотность заряда на плоскости.

Напряженность поля для плоскости, представляющей собой диск радиусом R в точке, находящейся на перпендикуляре, восстановленном из центра диска на расстоянии a от него

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} \right)$$

Напряженность поля плоского конденсатора $E = \sigma / 2\epsilon\epsilon_0$

Напряженность электрического поля- это градиент потенциала

$$E = - d\varphi/dr$$

Таким образом наблюдается взаимосвязь между напряженностью электростатического поля, являющейся его силовой ха-

рактической, и потенциалом - энергетической характеристикой поля. Знак « - » указывает на то, что вектор напряженности E поля направлен в сторону убывания потенциала.

ПОТЕНЦИАЛ- физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки в бесконечность. Эта работа численно равна работе, совершаемой внешними силами (против сил электростатического поля) по перемещению единичного положительного заряда из бесконечности в данную точку поля.

$$\varphi = \frac{A_{\infty}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов полей всех этих зарядов

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

Потенциал уединенного проводника и его заряд $q = CU$

Емкость плоского конденсатора $C = \epsilon\epsilon_0 S / d$,

Емкость C уединенного шара $C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 r$

Емкость системы конденсаторов при параллельном соединении $C_{\text{общ}} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$

последовательном соединении $\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$

Энергия уединенного заряженного проводника (конденсатора)

$$W = qU/2, \quad W = CU^2/2, \quad W = q^2/2C$$

$$W = \frac{\epsilon\epsilon_0 S U^2}{2d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S E^2 d}{2} = \frac{\sigma^2 S d}{2\epsilon\epsilon_0},$$

где $\epsilon\epsilon_0 E^2 / 2$ - объемная плотность энергии электрического поля,

Сила притяжения пластин конденсатора $F = \sigma^2 S / 2\epsilon\epsilon_0$

3.2. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА—учение об электричестве, рассматривающее явления и процессы, обусловленные движением электрических зарядов или макроскопически заряженных тел.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК – упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов.

В природе существуют три основных разновидности токов:

ТОКИ ПРОВОДИМОСТИ - такие токи не переносят массу. Носителями являются электроны проводимости. Под действием приложенного поля свободные электрические заряды перемещаются: положительные- по полю, а отрицательные- против

КОНВЕКЦИОННЫЕ ТОКИ- токи переносят заряд и массу, т.е. упорядоченное движение электрических зарядов осуществляется перемещением в пространстве заряженного макроскопического тела. Например, ионные токи в процессе электролиза.

ТОКИ СМЕЩЕНИЯ - токи не переносят ни заряд, ни массу. Переменное магнитное поле создает электрическое поле и т.д.

Остальные разновидности токов (постоянный, переменный и т.п.) являются частными случаями основных типов токов. **ПОСТОЯННЫЙ ТОК** – ток, сила и направление которого не изменяются со временем.

СИЛА ТОКА

$$I = dq / dt = q / t$$

ПЛОТНОСТЬ ТОКА

$$j = dI / dS = I / S$$

Э.Д.С.

$$e = A / q = \oint E_{ct} dl$$

СОПРОТИВЛЕНИЕ однородного проводника $R = \rho l / S$

ПЛОТНОСТЬ ЗАРЯДА линейная и поверхностная $\tau = q / l$ $\sigma = q / S$

ПРОВОДИМОСТЬ

$$G = 1 / R = \gamma S / l$$

ПРОВОДИМОСТЬ УДЕЛЬНАЯ

$$\gamma = 1 / \rho$$

ЗАКОН ОМА ДЛЯ УЧАСТКА ЦЕПИ

$$I = \phi_1 - \phi_2 / R = U / R$$

R

ЗАКОН ОМА ДЛЯ ПОЛНОЙ ЦЕПИ

$$I = e / (R + r)$$

ЗАКОН ОМА в дифференциальной форме

$$j = \gamma E = E / \rho$$

ОБОБЩЕННЫЙ ЗАКОН ОМА– закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме

$$I = \phi_1 - \phi_2 \pm e / R$$

Сопротивление системы проводников при:

последовательном соединении

$$R_{общ} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

при параллельном соединении $\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots \frac{1}{R_n}$

Работа тока на участке цепи $A = IUt = I^2 Rt = U^2 t / R$

Мощность тока на участке цепи $P = IU = I^2 R = U^2 / R$,

где последние две формулы- для участка не содержащего э.д.с

Полная мощность выделяемая в цепи $P = e I$

Удельная тепловая мощность $\varpi = \rho j^2$

ЗАКОН ДЖОУЛЯ-ЛЕНЦА

$$Q = I^2 R t$$

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме $\varpi = jE = \gamma E^2$

Коэффициент полезного действия $\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}} 100\% = \frac{W_{\text{пол}}}{W_{\text{затр}}} 100\%$

ПЕРВЫЙ ЗАКОН ФАРАДЕЯ

$$m = K I t = K q,$$

где m - масса вещества, выделившегося при электролизе;

q - количество электричества, прошедшего через электролит;

K - электрохимический эквивалент.

ВТОРОЙ ЗАКОН ФАРАДЕЯ

$$K = A / FZ,$$

где A - молярная масса, Z - валентность, F - постоянная Фарадея

ЗАКОН ОМА В ГАЗАХ

$$j = \sigma E,$$

где σ - удельная проводимость в газах, E - напряженность поля

Плотность тока насыщения при термоэлектронной эмиссии

$$j_{\text{и}} = B T^2 \exp (-A / kT),$$

где A – работа выхода, k – постоянная Больцмана, B - эмиссионная постоянная, T - абсолютная температура катода.

Удельное сопротивление металлов $\rho = \rho_0 (1 + \alpha T)$,

где ρ_0 - удельное сопротивление при 273К, α - температурный коэффициент сопротивления, T - температура металла.

Температурная зависимость сопротивления $R=R_0(1+\alpha T) \approx \alpha R_0 T$

Потенциал ионизации U_i - наименьшая ускоряющая разность потенциалов электрона необходимая для ионизации молекулы.

Энергия ионизации W_i – энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов

$$W_i = eU_i$$

3.3. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

Обобщенный закон Ома позволяет рассчитывать практиче-

ски любые сложные цепи. Однако непосредственный расчет разветвленных цепей, содержащих несколько замкнутых контуров, проще и легче проводить с помощью правил Кирхгофа.

Узел-любая точка разветвления цепи в которой сходится не менее трех проводников с током. Ток, входящий в узел, считается положительным, а ток выходящий из узла-отрицательным

ПЕРВОЕ ПРАВИЛО КИРХГОФА: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю. Для узла изображенного на рис.15 первое правило Кирхгофа таково

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0 \quad \text{Рис.15}$$

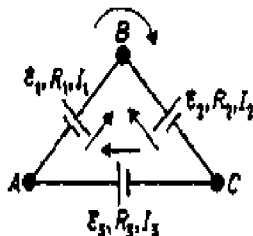


Первое правило Кирхгофа вытекает из закона сохранения электрического заряда. В случае установившегося постоянного тока ни в одной точке проводника не должны накапливаться электрические заряды. Иначе токи не будут постоянными.

ВТОРОЕ ПРАВИЛО КИРХГОФА:

в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивления R_i соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме эдс e_k , в этом контуре

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k e_k$$



Для контура, состоящего из трех участков (рис.16) направление обхода по часовой стрелке примем за положительное. Токи совпадающие по направлению обхода - положительные.

$$I_1 R_1 = \varphi_A - \varphi_B + e_1$$

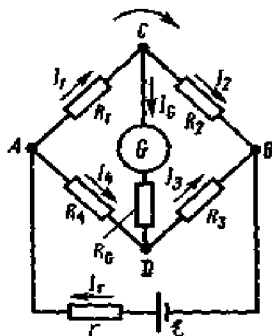
$$-I_2 R_2 = \varphi_B - \varphi_C - e_2$$

$$I_3 R_3 = \varphi_C - \varphi_A + e_3$$

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 = e_1 - e_2 + e_3$$

Примеры решения задач

Пример 22. В качестве примера ис-



пользования правил Кирхгофа рассмотрим схему измерительного моста Уитстона. Сопротивления R_2, R_3, R_4 известны R_1-R_4 образуют плечи моста. Батерея с э.д.с. e и внутренним сопротивлением r включена между точками А и В, между точками С и D включен гальванометр с сопротивлением R_G . Найти R_1 . *Рис.17*

При расчете сложных цепей постоянного тока с применением правил Кирхгофа необходимо выполнить ряд действий:

1. Выбрать произвольное направление токов на всех участках цепи, действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получится положительным, то его направление было выбрано правильно, отрицательным - его истинное направление противоположно выбранному.

2. Выбрать направление обхода контура и строго его придерживаться. Произведение IR положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода и наоборот. Эдс, создающие ток, направленный по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против - отрицательными

3. Составить число уравнений равное количеству искомых величин (для всех сопротивлений и эдс рассматриваемой цепи) Каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент не содержащийся в предыдущих контурах, иначе получатся уравнения, являющиеся комбинацией составленных.

Решение.

Для узлов А,В,С применяя первое правило Кирхгофа получим

$$I_r - I_1 - I_4 = 0 \quad (1)$$

$$I_2 + I_3 - I_r = 0 \quad (2)$$

$$I_1 - I_2 - I_G = 0 \quad (3)$$

Для контуров ACBA, ACDA и CBDC, согласно второму правилу Кирхгофа, можно записать:

$$I_r \cdot r + I_1 R_1 + I_2 R_2 = e \quad (4)$$

$$I_1 R_1 + I_G R_G - I_4 R_4 = 0 \quad (5)$$

$$I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_G R_G = 0 \quad (6)$$

Если известны сопротивления R_2, R_3, R_4 и э.д.с., то, решая

полученные шесть уравнений, можно найти неизвестные токи.

Изменяя сопротивления R_1, R_2, R_3, R_4 можно добиться того, чтобы ток через гальванометр был равен нулю ($I_G = 0$).

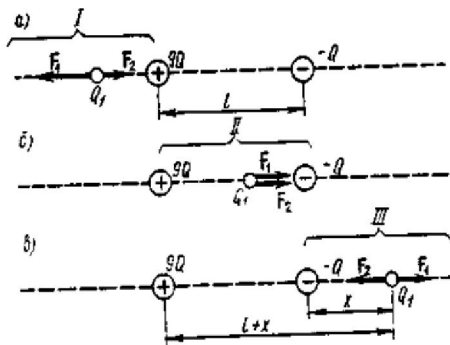
Решая совместно (1-6) найдем

$$I_1 = I_2 \quad I_3 = I_4 \quad I_1 R_1 = I_4 R_4 \quad I_2 R_2 = I_3 R_3$$

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3} \quad \text{или} \quad R_1 = \frac{R_2 R_4}{R_3}$$

Ответ: В случае равновесного моста ($I_G = 0$) при определении искомого сопротивления R_1 э.д.с. батареи, внутренние сопротивления батареи и гальванометра роли не играют.

Пример 23. Два точечных заряда $9Q$ и $-Q$ закреплены на расстоянии $l = 50\text{см}$ друг от друга. Третий заряд Q_1 может перемещаться только вдоль прямой, проходящей через заряды. Определить положение Q_1 , при котором он будет находиться в равновесии. **Рис. 18**



При каком знаке заряда Q_1 равновесие будет устойчивым?

Решение.

Заряд Q_1 находится в равновесии в том случае, если геометрическая сумма сил, действующих на него, равна нулю. На заряд Q_1 должны действовать силы, равные по модулю и противоположные по направлению. Рассмотрим, на каком из трех участков I, II, III (рис. 18) может быть выполнено это условие. Для определенности примем, что заряд Q_1 - положительный.

На участке I(а) на заряд Q_1 будут действовать две противоположно направленные силы: F_1 и F_2 . Сила F_1 действующая со стороны заряда $9Q$ в любой точке этого участка больше силы F_2 , действующей со стороны заряда $-Q$, так как больший заряд $9Q$ находится всегда ближе к заряду Q_1 , чем меньший (по модулю) заряд $-Q$. Равновесие на этом участке невозможно.

На участке II(б) силы $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$ направлены в одну сторону - к заряду $-Q$. На втором участке равновесие также невозможно.

На участке III(в) $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ направлены в противоположные стороны, также как и на участке I, но в отличие от него меньший заряд $-Q$ всегда находится ближе к заряду Q_1 , чем больший заряд $9Q$. Это значит, что можно найти такую точку на прямой, где силы $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$ будут равны по модулю, т.е. $F_1=F_2$ (1)

Примем (рис.18), что x и $l+x$ – соответственно расстояние от меньшего и большего зарядов до заряда Q_1 .

Учитывая, что $F_1=F_2$ (в) и в соответствии с законом Кулона

$$9Q Q_1 / (l+x)^2 = Q Q_1 / x^2 \quad (2)$$

После упрощения $l+x = \pm 3x$, $x_1 = l/2$, $x_2 = -l/4$ (3)

Корень x_2 не имеет физического смысла (в этой точке силы $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ хотя и равны по модулю, но в тоже время сонаправлены).

Равновесие называется устойчивым, если при смещении заряда от положения равновесия возникают силы, возвращающие его в положение равновесия. Определим знак заряда Q_1 , при котором равновесие будет устойчивым. Рассмотрим смещение заряда Q_1 в случаях: заряд положителен и отрицателен.

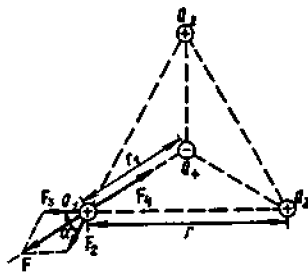
Если Q_1 положителен, то при смещении его влево обе силы $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ возрастают. Так как $\mathbf{F}_1$ возрастает медленнее, то результирующая сила, действующая на заряд Q_1 , будет направлена в ту же сторону, в которую смещен этот заряд, т. е. влево. То же происходит и при смещении Q_1 вправо. Сила $\mathbf{F}_2$ убывает быстрее, чем сила $\mathbf{F}_1$. Геометрическая сумма сил направлена вправо

В случае положительного заряда равновесие неустойчивое.

Если Q_1 отрицателен, то его смещение влево вызовет увеличение $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$, но $\mathbf{F}_1$ возрастает медленнее, чем $\mathbf{F}_2$, т.е.

$|\mathbf{F}_2| > |\mathbf{F}_1|$. Результирующая сила будет направлена вправо. Под ее действием Q_1 возвращается к положению равновесия. Следовательно при отрицательном заряде равновесие является устойчивым

Пример 24. Три точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$ нКл расположены в



вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд Q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы указанная система зарядов находилась в равновесии? **Рис.19**

Решение.

Все три заряда, расположенные по вершинам треугольника находятся в одинаковых условиях. Поэтому достаточно выяснить какой заряд следует поместить в центре треугольника чтобы какой-нибудь один из трех зарядов, например Q_1 находился в равновесии. Заряд Q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю (рис. 19)

$$\mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_4 = \mathbf{F} + \mathbf{F}_4 = 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3, \mathbf{F}_4$ - силы, с которыми соответственно действуют на заряд Q_1 заряды Q_2, Q_3, Q_4 ; $\mathbf{F}$ - равнодействующая сил $\mathbf{F}_2$ и $\mathbf{F}_3$.

Так как силы $\mathbf{F}$ и $\mathbf{F}_4$ направлены по одной прямой в противоположные стороны, то векторное равенство (1) можно заменить скалярным: $F - F_4 = 0$, откуда $F_4 = F$. Выразив в последнем равенстве F через F_2 и F_3 и учитывая, что $F_3 = F_2$, получим

$$F_4 = F_2 \sqrt{2(1 + \cos \alpha)} \quad (2)$$

Применив закон Кулона и с учетом, что $Q_2 = Q_3 = Q_1$ найдем что

$$\frac{Q_1 Q_4}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = \frac{Q_1^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)} \quad Q_4 = \frac{Q_1 r_1^2}{r^2} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)} \quad (3)$$

Из геометрических построений равностороннего треугольника

$$r_1 = r / 2 \cos (\alpha / 2) \quad (4)$$

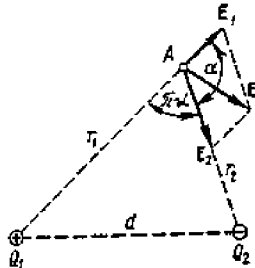
Решая совместно (3-4) получим расчетную формулу

$$Q_4 = \frac{Q_1}{4 \cos^2 (\alpha / 2)} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)}$$

$$Q_4 = 10^{-9} \sqrt{2(1 + \cos 60^\circ)} / 4 \cos^2 (60^\circ / 2) = 10^{-9} / \sqrt{3} = 5,77 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$$

Ответ: $Q_4 = 5,77 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$ при неравновесном состоянии системы.

Пример 25. Два точечных заряда $Q_1 = 1 \text{ нКл}$ и $Q_2 = -2 \text{ нКл}$ находятся в воздухе на расстоянии $d = 10 \text{ см}$ друг от друга. Оп-



ределить напряженность E и потенциал ϕ поля, создаваемого этими зарядами в точке A удаленной от заряда Q_1 на расстояние $r_1=9\text{см}$ и от заряда Q_2 на расстояние $r_2=7\text{см}$.

Рис.20

Решение.

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность E электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряженностей E_1 и E_2 полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $E = E_1 + E_2$. В воздухе ($\epsilon=1$)

$$E_1 = Q_1 / 4\pi\epsilon_0 r_1^2 \quad E_2 = Q_2 / 4\pi\epsilon_0 r_2^2 \quad (1)$$

E_1 направлен по силовой линии от заряда Q_1 , так как этот заряд положителен; E_2 направлен также по силовой линии, но к заряду Q_2 , так как этот заряд отрицателен.

Модуль вектора E найдем по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha} \quad (2)$$

где α - угол между E_1 и E_2 , который может быть найден из треугольника со сторонами r_1 , r_2 и d : $\cos\alpha = (d^2 - r_1^2 - r_2^2) / 2r_1r_2$ (3)

Решая совместно (1-3) находим расчетной формулу

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{Q_1Q_2}{r_1^2r_2^2}\cos\frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}} \quad (4)$$

Проверка размерности формулы (4) для напряженности поля

$$\left[\frac{B}{M}\right] = \frac{M}{\Phi} \sqrt{\frac{Kл^2}{M^4}} = \frac{H \cdot M^2}{Kл^2} \frac{Kл}{M^2} = \frac{H \cdot M}{Kл \cdot M} = \frac{Дж}{А \cdot с \cdot M} = \frac{В \cdot А \cdot с}{А \cdot с \cdot M}$$

Потенциал поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом Q на расстоянии r от него равен

$$\phi = Q / 4\pi\epsilon_0 r \quad (5)$$

Согласно принципу суперпозиции электрических полей потенциал ϕ результирующего поля, создаваемого зарядами Q_1 и Q_2 , равен алгебраической сумме потенциалов $\phi = \phi_1 + \phi_2$ (6)

Решая совместно (5-6) находим формулу для потенциала поля

$$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} \right) \quad (7)$$

Проверка размерности расчетной формулы (7) для потенциала

$$[B] = \frac{H \cdot m^2}{Kл^2} \cdot \frac{Kл}{m} = \frac{H \cdot m}{Kл} = \frac{Дж}{A \cdot c} = \frac{B \cdot A \cdot c}{A \cdot c}$$

Произведем вычисления в соответствии с формулами (4) и (7)

$$E = 9 \cdot 10^9 \sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{(9 \cdot 10^{-2})^4} + \frac{(2 \cdot 10^{-9})^2}{(7 \cdot 10^{-2})^4} + 2 \frac{10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{9^2 \cdot 7^2 \cdot 10^{-4}} \cos(-0,238)} =$$

$$= 3,58 \cdot 10^3 \text{ В/м} \quad \varphi = \frac{1}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \left(\frac{10^{-9}}{9 \cdot 10^{-2}} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{7 \cdot 10^{-2}} \right) = -157 \text{ В}$$

Ответ: $E = 3,58 \cdot 10^3 \text{ В/м}$; $\varphi = -157 \text{ В}$

Пример 26. Найти ускоряющую разность потенциалов U , которую должен пройти в электрическом поле электрон, чтобы его скорость $\vartheta_1 = 10^6 \text{ м/с}$ возросла в $n = 2$ раза.

Решение.

Ускоряющая разность потенциалов $A = e U \quad (1)$

Работа сил электростатического поля $A = \frac{m \vartheta_2^2}{2} - \frac{m \vartheta_1^2}{2} \quad (2)$

Решая совместно (1-2) учтем, что $n = \vartheta_2/\vartheta_1$

$$e U = \frac{m \vartheta_2^2}{2} - \frac{m \vartheta_1^2}{2} = n^2 \frac{m \vartheta_1^2}{2} - \frac{m \vartheta_1^2}{2} \quad (3)$$

Искомая разность потенциалов $U = \frac{(n^2 - 1) m \vartheta_1^2}{2 e} \quad (4)$

Проверка размерности $[B] = \frac{кг \cdot м^2}{c^2 \cdot Kл} = \frac{H \cdot м}{A \cdot c} = \frac{Дж}{A \cdot c} = \frac{B \cdot A \cdot c}{A \cdot c}$

$$U = (2^2 - 1) \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} (10^6)^2 / 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 8,53 \text{ В}$$

Пример 27. Разность потенциалов $U = 1000 \text{ В}$ подается на пластины плоского конденсатора, расстояние между которыми $d = 3 \text{ см}$. Пространство между пластинами заполняется диэлект-

риком с $\epsilon=7$. Найти: а) поверхностную плотность поляризованных зарядов; б) на сколько изменится поверхностная плотность заряда на пластинах при заполнении конденсатора диэлектриком. Задачу решить при двух условиях: заполнение конденсатора диэлектриком производится 1) при включенном источнике напряжения, 2) при отключении конденсатора от источника.

Решение.

Введем следующие обозначения: σ_0 – поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора в отсутствие диэлектрика, σ_d – поверхностная плотность заряда в присутствии диэлектрика σ_{CB} – поверхностная плотность поляризованных зарядов.

Совместное действие зарядов σ_d и σ_{CB} таково, как будто бы на границе раздела проводника и диэлектрика имеется заряд, распределенный с плотностью $\sigma' = \sigma_d + \sigma_{CB}$ (1)

σ' – поверхностная плотность зарядов, определяющих суммарное, результирующее поле в диэлектрике.

Поле в отсутствие диэлектрика $E_0 = \sigma_0 / \epsilon_0 = U_1 / d$ (2)

Результирующее поле в диэлектрике $E = \sigma_d / \epsilon_0 \epsilon = \sigma' / \epsilon_0 = U_2 / d$ (3)

Решая совместно (1-3) получим для поляризованных зарядов

$$\sigma_{CB} = \epsilon \epsilon_0 E - \epsilon_0 E = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E = \epsilon_0 (\epsilon - 1) U_2 / d \quad (4)$$

1) при включенном источнике напряжения $U = U_1 = U_2$;

$E = E_0 = U / d$

а) $\sigma_{CB} = \epsilon_0 (\epsilon - 1) U / d = 8,85 \cdot 10^{-12} (7 - 1) \cdot 10^3 / 3 \cdot 10^{-3} = 1,77 \cdot 10^{-5} \text{ Кл} \cdot \text{м}^{-2}$

б) $\sigma_d - \sigma_0 = \epsilon \epsilon_0 E - \epsilon_0 E_0 = \epsilon_0 (\epsilon - 1) U / d = \sigma_{CB} = 1,77 \cdot 10^{-5} \text{ Кл} \cdot \text{м}^{-2}$

2) при отключении конденсатора от источника $q = \text{const}$, $E = U / d$

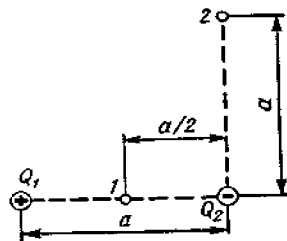
а) До заполнения $\sigma_d = \epsilon_1 \epsilon_0 U_1$ ($\epsilon_1 = 1$), после заполнения

$\sigma_d = \epsilon \epsilon_0 U_2$.

$\sigma_{CB} = \epsilon_0 (\epsilon - 1) U_2 / d = \epsilon_0 (\epsilon - 1) \epsilon_1 U_1 / \epsilon d = 8,85 \cdot 10^{-12} (7 - 1) \cdot 1 \cdot 10^3 / 7 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 2,53 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} \cdot \text{м}^{-2}$

б) $q = \text{const}$, $\sigma_{CB} = \sigma_0$, поверхностная плотность заряда неизменна

Ответ: Благодаря источнику напряжения на пластинах конденсатора появляются добавочные заряды, компенсирующие уменьшение заряда, вызванное поляризацией диэлектрика.



Пример 28. Электрическое поле создается зарядами $Q_1=4\text{мкКл}$ и $Q_2=-2\text{мкКл}$, находящимися на расстоянии $a = 0,1\text{ м}$ друг от друга. Определить работу A_{12} сил поля по перемещению заряда $Q=50\text{нКл}$ из точки 1 в точку 2. **Рис.21**

Решение.

Работа сил поля по перемещению заряда $A_{12} = Q (\varphi_1 - \varphi_2)$

(1) Потенциалы φ_1 и φ_2 точек 1 и 2 поля определим применяя принцип суперпозиции электрических полей:

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0(a/2)} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0(a/2)} = \frac{2(Q_1 + Q_2)}{4\pi\epsilon_0 a} \quad (2)$$

$$\varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0\sqrt{2} a} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{(Q_1/\sqrt{2}) + Q_2}{4\pi\epsilon_0 a} \quad (3)$$

Решая совместно (1-3) находим искомую работа сил поля

$$A_{12} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} [2(Q_1 + Q_2) - (Q_1/\sqrt{2} + Q_2)] = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} [Q_1 (2 - \frac{1}{\sqrt{2}}) + Q_2]$$

Проверка размерности $[Дж] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{Кл}}{(\text{Ф/м})\text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}^2}{\text{Кл}^2 \cdot \text{м}} = \text{Н} \cdot \text{м}$

$$A_{12} = \frac{5 \cdot 10^{-8}}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-1}} [4 \cdot 10^{-6} (2 - \frac{1}{\sqrt{2}}) - 2 \cdot 10^{-6}] = 1,43 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$$

Пример 29. Восемь заряженных водных капель радиусом 1мм и зарядом 10^{-19}Кл каждая сливаются в одну общую водную каплю. Найти потенциал большой капли.

Решение

Заряд n капель $q_0 = nq$. Этот заряд находится на большой капле

Радиус большой капли найдем из условия $4\pi nr^3 \rho/3 = 4\pi R^3 \rho/3$

В результате преобразований имеем $R = r\sqrt[3]{n}$

Потенциал большой капли $U = \frac{q_0}{C} = \frac{nq}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} = \frac{nq}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r\sqrt[3]{n}}$

$$U = 8 \cdot 10^{-19} / 4\pi \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-3} \cdot 2 = 3600 \text{ В}$$

Пример 30. Потенциометр сопротивлением $R=100\text{Ом}$ подключен к батарее эдс $e=150\text{В}$ и внутренним сопротивлением $r=50 \text{ Ом}$. Определить: 1) показание вольтметра сопротивлением $R_v=500 \text{ Ом}$, соединенного с одной из клемм потенциометра и подвижным контактом посередине потенциометра; 2) разность потенциалов между этими точками при отключении вольтметра.

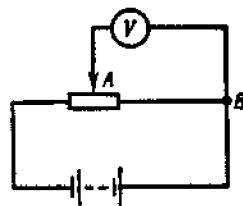


Рис. 22

Решение.

1) Показания вольтметра, подключенного к точкам А и В

$$U_1 = I_1 R_1 \quad (1)$$

где R_1 - сопротивление параллельно соединенных вольтметра и половины потенциометра; I_1 - суммарная сила тока в ветвях соединения, равная силе тока в неразветвленной части цепи.

Из закона Ома для полной цепи $I_1 = e / (R_\Sigma + r)$ (2)

Сопротивление внешней цепи $R_\Sigma = R/2 + R_1$ (3)

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_v} + \frac{1}{(R/2)} \quad R_1 = \frac{R \cdot R_v}{R + 2R_v} \quad (4)$$

Решая совместно (1-4) найдем неизвестный параметр

$$I_1 = e / (R/2 + R_1 + r) \quad (5)$$

Решение задачи в общем виде громоздко. Поэтому целесообразно промежуточные вычисления провести отдельно.

$$R_1 = \frac{R \cdot R_v}{R + 2R_v} = \frac{100 \cdot 500}{100 + 2 \cdot 500} = 45,5 \text{ Ом}$$

$$I_1 = e / (R/2 + R_1 + r) = 150 / (100/2 + 45,5 + 50) = 1,03 \text{ А}$$

$$U_1 = I_1 R_1 = 1,03 \cdot 45,5 = 46,9 \text{ В}$$

2) Разность потенциалов между точками А и В при отключенном вольтметре $U_2 = I_2 R / 2$ (6)

Сила тока при отключенном вольтметре $I_2 = e/(R + r)$ (7)

Решая совместно (6-7) получаем искомую формулу

$$U_2 = \frac{e \cdot R}{2(R + r)} = \frac{150 \cdot 100}{2 \cdot (100 + 50)} = 50 \text{ В}$$

Ответ: $R_1 = 45,5 \text{ Ом}$; $I_1 = 1,03 \text{ А}$; $U_1 = 46,9 \text{ В}$; $U_2 = 50 \text{ В}$

Задачи для самостоятельного решения

021. Внешняя цепь источника тока потребляет мощность $P=0,75\text{Вт}$. Определить силу тока и сопротивление цепи, если ЭДС $e_1=2\text{В}$ и внутреннее сопротивление $r=1\text{Ом}$. [$0,75\text{А}$; $0,6\text{Ом}$]

022. Какая наибольшая полезная мощность P_{max} может быть получена от источника тока с ЭДС $e=12\text{В}$ и внутренним сопротивлением $R=1\text{Ом}$? [36 Вт]

023. Определить количество теплоты выделяющееся в резисторе сопротивлением $R=5 \text{ Ом}$ после выключения источника тока, если сила тока в цепи убывает по закону $I=10\exp(-500t)$ [$0,5\text{Дж}$]

024. Сила тока I в проводнике меняется со временем t по закону $I = 4 + 2t$ 1) Какое количество электричества проходит через поперечное сечение проводника за время от $t_1 = 2\text{с}$ до $t_2 = 6\text{с}$?

2) При какой силе постоянного тока через поперечное сечение проводника за то же время проходит такое же количество электричества [48Кл ; 12А]

025. Какая совершается работа при перенесении точечного заряда $2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$ из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 1см от поверхности шара радиусом 1см с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10^{-9} \text{ Кл/см}^2$? [$1,13 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}$]

026. Элемент с э.д.с. $1,1\text{В}$ и внутренним сопротивлением 1Ом замкнут на внешнее сопротивление 9Ом . Найти: 1) силу тока в цепи; 2) падение потенциала во внешней цепи; 3) падение потенциала внутри элемента; 4) с каким кпд работает элемент [$0,11\text{А}$; $0,99\text{В}$; $0,11\text{В}$; $0,9$]

027. Э.д.с. элемента $1,6\text{В}$, его внутреннее сопротивление $0,5\text{Ом}$ Чему равен к.п.д. элемента при силе тока $2,4\text{А}$. [25%]

028. Чему равен потенциал шара радиусом 3см , если: 1) сообщить ему заряд 10^{-9}Кл ; 2) окружить его другим шаром радиу-

сом 4см, концентрическим с первым, заземленным [300В;75В]
029. Найти электрохимический эквивалент водорода [10^{-8} кг/Кл]
030. Какой наименьшей скоростью должен обладать электрон для того, чтобы ионизировать атом водорода. Потенциал ионизации атома водорода 13,5В. [$2,2 \cdot 10^6$ м/с]

Контрольная работа по физике №3

41. Два шарика массой $m = 1$ г каждый подвешены на нитях. Длина каждой нити $l=10$ см. Верхние концы нитей соединены вместе. Какие по величине и знаку заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол $\alpha = 60^\circ$? [$7,9 \cdot 10^{-8}$ Кл]
42. Определить силу F , действующую на заряд $q_3=1$ мКл, стоящий на $r_1=12$ см от заряда q_1 и на $r_2=10$ см от q_2 . Между зарядами $q_1=100$ нКл и $q_2 = -50$ нКл расстояние $d=10$ см [$5,1 \cdot 10^{-2}$ Н]
43. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau=1,5$ нКл/см. Точечный заряд $q=0,2$ мКл находится на продолжении оси стержня на расстоянии $d=12$ см от его конца. Определить силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда. [$2,25 \cdot 10^{-2}$ Н]
44. Длинная прямая тонкая проволока несет равномерно распределенный заряд. Вычислить линейную плотность τ заряда, если напряженность поля на расстоянии $r=0,5$ м от проволоки против ее середины $E=1$ В/см. [$5,55 \cdot 10^{-9}$ Кл/м]
45. С какой силой, приходящейся на единицу площади, отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости с одинаковой поверхностной плотностью заряда $\sigma=2$ мКл/м²? [$0,23$ Н/м²]
46. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы получить скорость $V=8$ Мм/с? [182 В]
47. Заряд равномерно распределен по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma=10$ нКл/м². Определить разность потенциалов двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, другая удалена от нее на расстояние $a=10$ см [56,6В]
48. Электрон с начальной скоростью $9=3$ Мм/с влетел в однородное электрическое поле напряженностью $E=150$ В/м. Вектор

- начальной скорости перпендикулярен линиям напряженности поля. Определить: 1) действующую силу; 2) ускорение; 3) скорость электрона через $t=0,1$ мкс. [24 аН; 26,4 Тм/с²; 4 Мм/с]
49. На концах медного провода длиной $l = 5$ м напряжение $U=1$ В. Определить плотность тока j в проводе. [$1,18 \cdot 10^7$ А/м²]
50. Определить напряженность поля на расстоянии 20 нм от одновалентного иона. Заряд иона точечный. [$3,6 \cdot 10^{10}$ В/м]
51. К батарее с ЭДС $\mathcal{E}=300$ В включены два плоских конденсатора с $C_1=2$ пФ и $C_2=3$ пФ. Определить заряд q и напряжение U на конденсаторах при последовательном и параллельном соединениях. [1) 0,36 нКл; 180 В; 120 В; 2) 0,6 нКл; 0,9 нКл; 300 В]
52. Найти сопротивление железного стержня диаметром 1 см, если масса этого стержня 1 кг. [$1,8 \cdot 10^{-3}$ Ом]
53. Конденсатор емкостью $C_1=600$ пФ зарядили до разности потенциалов $U_1=1,5$ кВ и отключили от источника напряжения. Затем параллельно присоединили незаряженный конденсатор с $C_2=400$ пФ. Определить энергию, затраченную на образование искрения, при соединении конденсаторов. [0,27 мДж]
54. Два элемента с ЭДС $\mathcal{E}_1=1,6$ В и $\mathcal{E}_2=1,2$ В и внутренними сопротивлениями $R_1=0,6$ Ом и $R_2=0,4$ Ом соединены одноименными полюсами. Определить силу тока в цепи. [0,4 А]
55. Гальванический элемент обеспечивает на внешнем сопротивлении $R_1=0,5$ Ом силу тока $I_1=0,2$ А. Если внешнее сопротивление увеличить до $R_2=0,8$ Ом, то сила тока уменьшается до $I_2=0,15$ А. Определить силу тока короткого замыкания. [0,45 А]
56. При нагружении источника тока с ЭДС $\mathcal{E}=12$ В напряжение U на его клеммах стало 8 В. Определить КПД источника [68%]
57. Резистор сопротивлением $R_1=5$ Ом, вольтметр и источник тока соединены параллельно. Вольтметр показывает напряжение $U_1=10$ В. Если заменить резистор другим резистором с сопротивлением $R_2=12$ Ом, то вольтметр покажет напряжение $U_2=12$ В. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока. Током через вольтметр пренебречь. [14 В; 20 Ом]
58. Определить заряд, прошедший через поперечное сечение провода сопротивлением $R=3$ Ом при равномерном нарастании

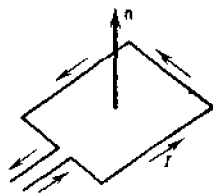
напряжения на его концах от $U_1=2\text{В}$ до $U_2=4\text{В}$ за $t=20\text{с}$ [20Кл]
 59. Шар, заряженный до потенциала 792В , имеет поверхностную плотность заряда 333нКл/м . Найти радиус шара [2,1см]
 60. При электролизе медного купороса за 1ч выделилось $0,5\text{г}$ меди. Площадь электрода 75см^2 Найти плотность тока [56А/м^2]

4. ЭЛЕКТОМАГНЕТИЗМ

4.1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

Силовое поле, окружающее токи и постоянные магниты в пространстве, называется магнитным. Важнейшая особенность магнитного поля состоит в том, что оно действует только на движущиеся в этом поле электрические заряды. Электрическое же поле действует как на неподвижные, так и на движущиеся в нем электрические заряды. Подобно тому как при исследовании электростатического поля использовались точечные заряды при исследовании магнитного поля используется замкнутый плоский контур с током (рамка с током) размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов образующих магнитное поле. Ориентация контура в пространстве характеризуется направлением нормали к контуру. В качестве положительного направления нормали принимается направление связанное с током правилом правого винта, т.е. за положительное направление нормали принимает ся направление поступательного движения винта, готовка которого вращается в направлении тока текущего в рамке (рис.23).

Рис.23



Магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля. Так как магнитное поле является силовым, то его по аналогии с электрическим изображают с помощью линий магнитной индукции-линий, касательные к которым в каждой точке пространства совпадают с направлением вектора **В**. Линии магнитной индукции всегда замкнуты, охватывая про-

водники с током. Этим они отличаются от линий напряженности электростатического поля, которые являются разомкнутым (начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных). Аналогом вектора напряженности электростатического поля $\mathbf{E}$ является вектор магнитной индукции $\mathbf{B}$.

Связь магнитной индукции $\mathbf{B}$ с напряженностью $\mathbf{H}$ поля

$$\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H},$$

где μ - относительная магнитная проницаемость среды;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн} \cdot \text{м}^{-1} = 12,57 \cdot 10^{-7} \text{ Гн} \cdot \text{м}^{-1}$ - магнитная постоянная.

По закону Био-Савара-Лапласа элемент контура $d\mathbf{l}$, по которому течет ток I , создает в некоторой точке A пространства магнитное поле напряженностью $d\mathbf{H}$ или индукцию поля $d\mathbf{B}$

$$d\mathbf{H} = \frac{I \cdot \sin\alpha}{4\pi \cdot r^2} d\mathbf{l} \qquad d\mathbf{B} = \mu\mu_0 \frac{I \cdot \sin\alpha}{4\pi \cdot r^2} d\mathbf{l}$$

где r - расстояние от элемента тока $d\mathbf{l}$ до точки A , α - угол между радиусом-вектором r и элементом тока $d\mathbf{l}$.

Применяя закон Био-Савара-Лапласа к контурам различного вида, можно найти: напряженность и магнитную индукцию

Напряженность магнитного поля в центре кругового тока

$H = I / 2R$, где R - радиус кругового контура с током.

Напряженность магнитного поля созданного бесконечно длинным прямолинейным проводником

$H = I / 2\pi \cdot a$, где a - расстояние от точки, где ищется напряженность, до проводника с током.

Напряженность магнитного поля на оси кругового тока

$$H = \frac{R^2 \cdot I}{2(R^2 + a^2)^{3/2}},$$

где R - радиус кругового контура с током и a - расстояние от точки, где ищется напряженность, до плоскости контура.

Напряженность магнитного поля внутри тороида и бесконечно длинного соленоида $H = I \cdot n$,

где n - число витков на единицу длины соленоида (тороида).

Соленоид – свернутый в спираль изолированный проводник, длина которого значительно больше его диаметра.

Напряженность магнитного поля на оси соленоида конечной длины $H = I \cdot n (\cos \beta_1 - \cos \beta_2) / 2$,
где β_1 и β_2 - углы между осью соленоида и радиусом-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концам соленоида.

4.2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Явление электромагнитной индукции заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре при всяком изменении потока магнитной индукции сквозь поверхность, охватываемого контуром, возникает индукционный ток. Значение индукционного тока не зависит от способа изменения потока магнитной индукции, а определяется лишь скоростью его изменения.

Правило Ленца: Индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызывающего этот ток.

Закон Фарадея: Э.д.с $\mathcal{E}$ электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости $\Delta\Phi/\Delta t$ изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром

$$\mathcal{E}_i = - \Delta\Phi / \Delta t$$

Изменение потока магнитной индукции может достигаться изменением силы тока в самом контуре (явление самоиндукции). При этом э. д. с. самоиндукции определяется формулой

$$E_s = - L \Delta I / \Delta t, \quad \text{где } L - \text{индуктивность контура.}$$

Закон Ампера позволяет определить единицу магнитной индукции $\mathbf{B}$ и силу F_A взаимодействия токов $F_A = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha$, где I – сила тока в проводнике; l – длина проводника; α - угол между направлениями вектора индукции $\mathbf{B}$ поля и тока I .

Сила Лоренца действует на электрический заряд q , движущийся в магнитном поле со скоростью $\mathcal{V}$ $F_L = q \cdot B \cdot \mathcal{V} \cdot \sin \alpha$, где q - величина заряда; $\mathcal{V}$ - скорость движения заряда; α - угол между направлениями вектора индукции $\mathbf{B}$ и скорости заряда.

Поток магнитной индукции сквозь контур $\Phi = BS \cos \varphi$, где S - площадь поперечного сечения контура, φ - угол между нормалью к плоскости контура и направлением поля.

Поток магнитной индукции сквозь тороид $\Phi = N \cdot I \cdot S \cdot \mu \mu_0 / l$
 где N - общее число витков тороида, l - его длина, S - площадь
 его поперечного сечения, μ - относительная магнитная прони-
 цаемость материала сердечника и μ_0 - магнитная постоянная.

4.3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

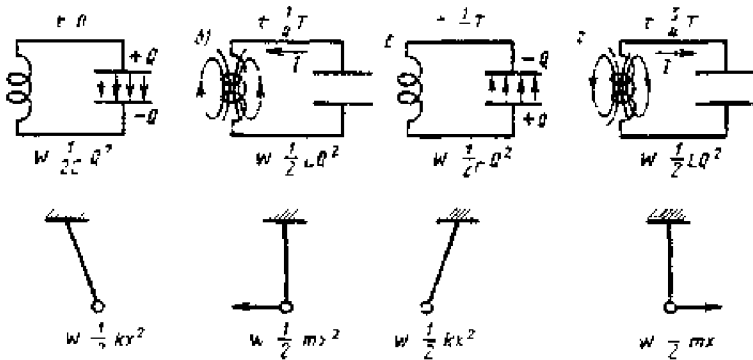


Рис.24

Электромагнитные колебания в колебательном контуре можно сопоставить с механическими колебаниями маятника (рис.24), сопровождающимися взаимными превращениями потенциальной и кинетической энергий маятника. На данном рисунке энергия электрического поля конденсатора ($Q^2 / (2C)$) аналогична потенциальной энергии упругой деформации ($kx^2/2$), энергия магнитного поля катушки ($LQ^2/2$) - кинетической энергии ($m\dot{x}^2/2$), сила тока в контуре - скорости движения маятника.

Индуктивность L играет роль массы m , а сопротивление контура - роль силы трения, действующей на маятник.

Магнитная энергия контура с током $W = L \cdot I^2 / 2$

Объемная плотность энергии магнитного поля $\varpi = H \cdot B / 2$

Магнитный момент контура с током $p = I \cdot S$

На замкнутый контур с током, на магнитную стрелку в магнитном поле действует пара сил с вращающим моментом

$$M = p \cdot B \sin \varphi = B \cdot I \cdot S \sin \varphi,$$

где φ - угол между направлением поля и нормалью к плоскости
 Два параллельных бесконечно длинных прямолинейных про-

водника с токами I_1 и I_2 взаимодействуют между собой с силой

$$F = \mu\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l / 2\pi d$$

где l - длина участка проводников, d - расстояние между ними.

Индуктивность соленоида $L = \mu\mu_0 \cdot n^2 \cdot l / S$

4.3. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МАКСВЕЛЛА

Максвелл в своей теории ввел понятие полного тока, равного сумме токов проводимости, конвекционных токов и токов смещения. Плотность полного тока $j_{\text{полн}} = j + \partial D / \partial t$

Максвелл по-новому подошел к рассмотрению замкнутости цепей переменного тока. Полный ток в них всегда замкнут, т.е. на концах проводника обрывается лишь ток проводимости, а в диэлектрике (вакууме) между концами проводника имеется ток смещения, который замыкает ток проводимости. Созданная Максвеллом макроскопическая теория электромагнитного поля позволила с единой точки зрения не только объяснить магнитные и электрические явления, но и предсказать новые, существование которых впоследствии было подтверждено.

В основе теории Максвелла лежат четыре уравнения:

1. Электрическое поле может быть и потенциальным E_Q и вихревым E_B . Напряженность суммарного поля $E = E_Q + E_B$. Циркуляция вектора E_Q равна 0 и циркуляция вектора напряженности суммарного поля характеризует первое уравнение

$$\oint_L E \, dl = - \oint_S \frac{\partial B}{\partial t} dS$$

Это уравнение показывает, что источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и меняющиеся во времени магнитные поля.

2. Обобщенная теорема о циркуляции вектора H

$$\oint_L H \, dl = \int_S \left(j + \frac{\partial D}{\partial t} \right) dS$$

Это уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

3. Теорема Остроградского-Гаусса для поля **D**

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q$$

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \int_V \rho dV$$

4. Теорема Гаусса для поля **B**

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$$

4.4. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 31. По отрезку прямого провода длиной $l=80\text{см}$ течет ток $I=50\text{А}$. Определить магнитную индукцию **B** поля, создаваемого этим током, в точке А, равноудаленной от концов отрезка провода и находящейся на расстоянии $r_0=30\text{см}$ от его середины.

Решение.

Для решения задач воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей и законом Био-Савара-Лапласа, который позволяет определять магнитную индукцию $d\mathbf{B}$, создаваемую элементом тока Idl .

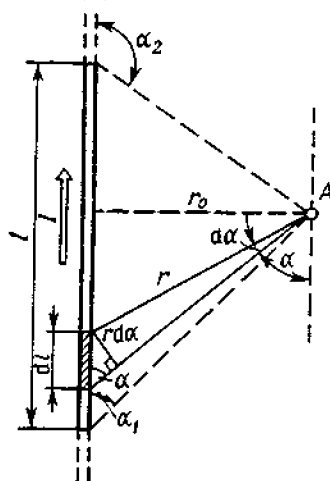


Рис.25

Вектор $d\mathbf{B}$ в точке А направлен за плоскость чертежа. Принцип суперпозиции позволяет использовать для определения **B** геометрическое суммирование (интегрирование): $\mathbf{B} = \int d\mathbf{B}$ (1)

Закон Био-Савара-Лапласа в векторной форме:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^3} [r dl] = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin\alpha}{r^2} dl \quad (2)$$

Векторы $d\mathbf{B}$ от различных элементов тока сонаправлены (рис.25) поэтому (1-2) можно переписать в скалярной форме:

$$B = \int dB \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin\alpha}{r^2} dl \quad dl = r d\alpha / \sin\alpha \quad (3)$$

В скалярном выражении закона Био-Савара-Лапласа угол α - это угол между элементом тока Idl и радиусом-вектором r .

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} I \int \frac{\sin\alpha}{r^2} dl = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\alpha}{r} \quad (4)$$

$$r = \frac{r_0}{\sin \alpha} \quad \frac{d\alpha}{r} = \frac{\sin \alpha}{r_0} d\alpha \quad B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} I \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \sin \alpha \, d\alpha \quad (5)$$

где α_1 и α_2 – пределы интегрирования.

С учетом (1-5) выполним интегрирование:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (6)$$

При симметричном расположении точки А относительно отрезка провода $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$ (рис.23). Учтем это в формуле(6)

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r_0} \cos \alpha_1 \quad \cos \alpha_1 = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}} \quad (7)$$

Решая совместно (6-7) получим расчетную формулу

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r_0} \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}} \quad (8)$$

$$\text{Проверка размерности [Тл]} = \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \frac{\text{А}}{\text{м}} \frac{\text{м}}{\sqrt{\text{м}^2}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{А}}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{м}^2}$$

$$B = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \frac{50}{0,3} \frac{0,8}{\sqrt{4(0,3)^2 + (0,8)^2}} = 2,67 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$$

Ответ: $B = 2,67 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$

Пример 32. Катушку с ничтожно малым сопротивлением и индуктивностью $L=3\text{Гн}$ присоединяют к источнику тока с э.д.с $e_1=15\text{В}$ и ничтожно малым внутренним сопротивлением. Через какой промежуток времени сила тока в катушке достигнет 50А

Решение.

$$e = e_1 + e_2 = e_1 - L \cdot \Delta I / \Delta t = I (R + r) \quad (1)$$

где e – полная э.д.с, e_1 - э.д.с источника, e_2 - э.д.с самоиндукции.

По условию задачи сопротивление катушки R и внутреннее сопротивление источника ничтожно малы $I (R + r) \sim 0$ (2)

Решая совместно (1-2) находим $e_1 = L \cdot \Delta I / \Delta t$ (3)

Скорость изменения тока $\Delta I / \Delta t = e_1 / L$ (4)

Скорость изменения тока постоянна $I = \Delta q / \Delta t = \Delta q t = \Delta I \cdot t / \Delta t$ (5)

Решая совместно (4-5) получим
$$t = I \frac{\Delta t}{\Delta I} = I \frac{L}{e_1} \quad (6)$$

Проверка размерности $[c] = A \cdot Гн / В = A \cdot B \cdot c / B \cdot A$

$t = 50 \cdot 3 / 15 = 10 \text{ с}$

Ответ: $t = 10 \text{ с}$

Пример 33. Две катушки намотаны на один общий сердечник. Индуктивность первой катушки $L_1 = 0,2 Гн$, второй – $L_2 = 0,8 Гн$. Сопротивление второй катушки $R_2 = 600 \text{ Ом}$. Какой ток I_2 потечет во второй катушке, если ток в первой катушке $I_1 = 0,3 \text{ А}$ выключить в течение $\Delta t = 10^{-3} \text{ с}$?

Решение.

Взаимная индуктивность катушек, имеющих общий сердечник

$$L_{12} = \mu \cdot \mu_0 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot S \cdot l \quad (1)$$

Индуктивность первой катушки $L_1 = \mu \cdot \mu_0 \cdot n_1^2 \cdot S \cdot l \quad (2)$

Индуктивность второй катушки $L_2 = \mu \cdot \mu_0 \cdot n_2^2 \cdot S \cdot l \quad (3)$

Умножив (2) на (3) получим $L_1 L_2 = n_1^2 n_2^2 (\mu \cdot \mu_0 \cdot S \cdot l)^2 \quad (4)$

Решаем совместно (1) и (4) $n_1 n_2 = \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{\mu \mu_0 S \cdot l} \quad L_1 L_2 = \sqrt{L_1 L_2}$

(5)

Э.д.с. самоиндукции во второй катушке $e_2 = -L_{12} \cdot \Delta I_1 / \Delta t$

(6)

Найдем среднее значение силы тока во второй катушке

$$I_2 = \frac{e_2}{R_2} = - \frac{L_{12}}{R_2} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = - \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{R} \frac{I_1}{\Delta t} \quad (7)$$

Проверка размерности $[A] = Гн \cdot A / Ом \cdot c = B \cdot c \cdot A / Ом \cdot c \cdot A$

$$I_2 = - \sqrt{0,2 \cdot 0,8} \cdot 0,3 / 6 \cdot 10^2 \cdot 10^{-3} = - 0,4 \cdot 0,3 / 0,6 = - 0,2 \text{ А}$$

Ответ: $|I_2| = 0,2 \text{ А}$

Пример 34. В магнитном поле с $B = 0,5 \text{ Тл}$ вращается стержень

длиной $l = 1\text{ м}$ и постоянной скоростью $\omega = 20\text{ с}^{-1}$. Ось вращения проходит через конец стержня и параллельна силовым линиям поля. Найти э.д.с индукции, возникающую на концах стержня.

Решение.

При каждом обороте поток индукции, пересекаемый стержнем

$$\Delta\Phi_1 = B_1 S = \pi \cdot B \cdot l^2 \quad (1)$$

По условию $\Delta t = T$ $N = nT$ $n = \omega / 2\pi$ (2)

Э.д.с индукции на стержне $e = - N \cdot \Delta\Phi / \Delta t = - \omega \cdot B \cdot l^2 / 2$ (3)

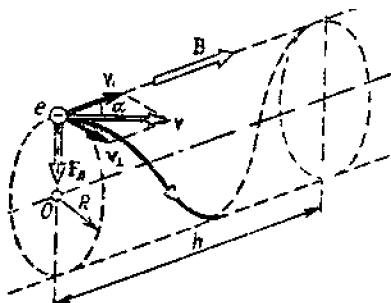
Размерность $[B] = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 / \text{с} = \text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с} = \text{Дж} / \text{А} \cdot \text{с} = \text{В} \cdot \text{А} \cdot \text{с} / \text{А} \cdot \text{с}$

$e = - 20 \cdot 0,5 \cdot 1^2 / 2 = - 0,5 \text{ В}$ Ответ: $|e| = 0,5 \text{ В}$

Пример 35. Электрон движется в однородном магнитном поле ($B=10\text{ мТл}$) по винтовой линии радиусом $R=1\text{ см}$ с шагом $h=6\text{ см}$. Определить период T обращения электрона и его скорость $\mathfrak{V}$.

Решение.

Электрон влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha \neq \pi/2$ к линиям магнитной индукции $\mathbf{B}$. Электрон будет двигаться по винтовой линии, его скорость $\mathfrak{V}$ можно разложить на составляющие: (в соответствии с рис.26) **Рис.26** горизонтальную - параллельную



вектору $\mathbf{B}$ ($\mathfrak{V}_\Gamma$) и вертикальную - перпендикулярную $\mathbf{B}$ ($\mathfrak{V}_B$). В магнитном поле горизонтальная составляющая скорости не изменяется, обеспечивая перемещение электрона вдоль силовой линии. При отсутствии $\mathbf{V}_\Gamma$ движение электрона происходило бы по окружности в плоскости, перпендикулярной магнитным силовым линиям. Скорость $\mathfrak{V}_B$ в результате действия силы Лоренца изменяется по направлению ($\mathbf{F}_L \perp \mathfrak{V}_B$) Электрон одновременно участвует в: равномерном перемещении со скоростью $\mathbf{V}_\Gamma$ и равномерном движении по окружности со скоростью $\mathfrak{V}_B$.

Период обращения электрона $T = 2\pi \cdot R / \mathfrak{V}_B$ (1)

Согласно второму закону Ньютона $F_L = m a_n$ (2)

где $a_n = \mathfrak{V}_B^2 / R$ $F_L = e \cdot B \cdot \mathfrak{V}_B$ $\mathfrak{V}_B = \mathfrak{V} \sin \alpha$

(3)

Используя (1-3) находим период T электрона и его скорость ϑ_B

$$T = 2\pi \cdot m / e \cdot B \quad \vartheta_B = e \cdot B \cdot R / m \quad (4)$$

$$\text{Проверка размерности } [c] = \frac{\text{кг}}{\text{Кл} \cdot \text{Тл}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{А} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{Н}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{с}}{\text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Дж}} \text{ с}$$

За время, равное периоду обращения T , электрон проходит вдоль силовой линии расстояние, равное шагу винтовой линии

$$h = T \cdot \vartheta_{\Gamma} \quad \vartheta_{\Gamma} = h / T \quad (5)$$

Используя (4,5) найдем горизонтальная составляющая скорости

$$\vartheta_{\Gamma} = e \cdot h \cdot B / 2\pi \cdot m \quad (6)$$

$$\text{Модуль скорости электрона } \vartheta = \sqrt{\vartheta_{\Gamma}^2 + \vartheta_B^2} = \frac{eB}{m} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2} \quad (7)$$

$$\text{Размерность } \left[\frac{\text{м}}{\text{с}}\right] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{Тл} \cdot \sqrt{\text{м}^2}}{\text{кг}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{кг}} \cdot \frac{\text{с}}{\text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н} \cdot \text{с}}$$

$$T = 2\pi \cdot m / e \cdot B = 2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} / 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2} = 3,57 \cdot 10^{-9} \text{ с}$$

$$\vartheta = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2} \sqrt{10^{-4} + (6 \cdot 10^{-2} / 2\pi)^2} / 9,1 \cdot 10^{-31} = 2,46 \cdot 10^7 \text{ кг}$$

$$\text{Ответ: } T = 3,57 \cdot 10^{-9} \text{ с} \quad \vartheta = 2,46 \cdot 10^7 \text{ кг}$$

Пример 36. На расстоянии $a = 20\text{см}$ от длинного прямоугольного вертикального провода на тонкой нити длиной $l = 1\text{м}$ и диаметром $d = 100\text{мкм}$ висит короткая магнитная стрелка, магнитный момент которой равен $p_m = 10^{-2} \text{ А} \cdot \text{м}^2$. Стрелка находится в плоскости, проходящей через провод и нить. Модуль сдвига материала $G = 5,9 \cdot 10^9 \text{ Па}$. На какой угол φ повернется стрелка, если по проводу пропустить ток силой $I = 30\text{А}$.

Решение.

$$\text{Вращающий момент, действующий на стрелку } M = pB \sin \alpha \quad (1)$$

где α - угол между нормалью и плоскостью, проходящей через провод и нить. По условию $\alpha = 90^\circ$, т.е. $\sin \alpha = 1$ $M = p \cdot B$ (2)

Вращающий момент M вызывает поворот нити на угол φ

$$\varphi = 2 l \cdot M / \pi \cdot r^4 \cdot G \quad (3)$$

Индукция магнитного поля тока $B = \mu\mu_0 H = \mu\mu_0 I / 2\pi a$
(4)

Решая совместно (2-4) находим расчетную формулу для угла φ

$$\varphi = \frac{\mu\mu_0 I p l}{\pi^2 a G r^4} \quad (5)$$

Проверка размерности $[\circ] = \frac{\text{Гн} \cdot \text{А} \cdot \text{А} \cdot \text{м}^3}{\text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{Па} \cdot \text{м}^4} = \frac{\text{В} \cdot \text{А}^2 \text{с} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^3} = \frac{\text{Дж}}{\text{Дж}}$

$$\varphi = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-1}}{\pi^2 \cdot 0,2 \cdot 5,9 \cdot 10^9 \cdot (5 \cdot 10^{-5})^4} = 0,52 \text{ рад} = 30^\circ$$

Ответ: $\varphi = 30^\circ$

Пример 37. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C, по которым в одном направлении текут токи силой $I=60\text{А}$, расположены на расстоянии $d=10\text{см}$ друг от друга. В точке A, отстоящей от оси одного проводника на расстоянии $r_1=5\text{см}$, от другого - $r_2=12\text{см}$, определить магнитную индукцию **B** поля.

Решение.

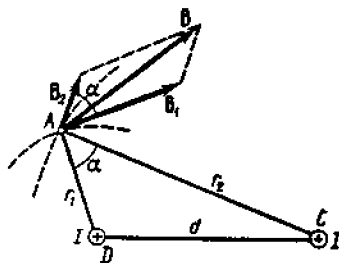


Рис. 27

Для нахождения магнитной индукции **B** в точке A воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления магнитных индукций **B₁** и **B₂** полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности, и сложим их геометрически:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$$

(1)

Модуль вектора **B** может быть найден по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha} \quad (2)$$

где α - угол между векторами **B₁** и **B₂**.

$$B_1 = \mu_0 I / (2\pi \cdot r_1) \quad B_2 = \mu_0 I / (2\pi \cdot r_2) \quad (3)$$

Решая совместно (2-3) находим $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2\cos\alpha}{r_1 \cdot r_2}}$ (4)

Из рис.27 следует, что $\alpha = \angle DAC$, тогда по теореме косинусов

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2 r_1 r_2 \cos \alpha \quad \cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2 r_1 r_2} \quad (5)$$

Проверка размерности $[Tл] = \frac{\Gamma_H \cdot A}{M \cdot \sqrt{M^2}} = \frac{B \cdot A \cdot c}{M^2 \cdot A} = \frac{H \cdot M}{M^2 \cdot c}$

Произведем вычисления числовых значений величин:

$$\cos \alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40}$$

$$B = \frac{4\pi 10^{-7} 60}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{(5 \cdot 10^{-2})^2} + \frac{1}{(12 \cdot 10^{-2})^2} + \frac{2 \cdot 23}{40 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 10^{-4}}} = 308 \text{ мкТ}$$

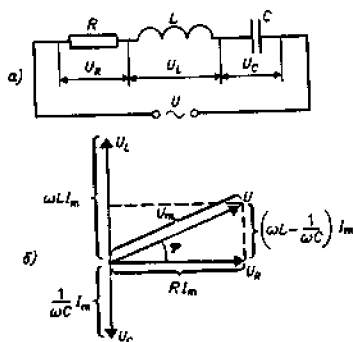
$$\text{Ответ: } B = 3,08 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

Пример 38. В последовательный колебательном контуре, содержащем конденсатор, катушку индуктивностью L , резистор сопротивлением R , разность фаз между напряжением и током равна φ . Частота переменного тока ν , амплитуда тока в цепи I_m . Найти (рис.28а) емкость C конденсатора; напряжение U источника; полное сопротивление Z цепи; падения напряжений U_R , U_L , U_C на отдельных участках цепи; резонансную частоту $\omega_{\text{рез}}$; уравнение гармонических колебаний; добротность Q контура; среднюю мощность P , выделяемую в цепи переменного тока.

Решение.

Для решения задачи используем векторную диаграмму амплитуд падений напряжений на резисторе U_R , катушке U_L , конденсаторе U_C . Амплитуда U_m приложенного напряжения равна векторной сумме амплитуд падений напряжений. Угол φ определяет разность фаз между напряжением и силой тока.

Рис.28



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

$$C = \frac{1}{\omega(\omega L - R \operatorname{tg} \varphi)} \quad (1)$$

Полное сопротивление цепи $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$ (2)

Напряжение источника $U = I \cdot Z = I_m \cdot Z / \sqrt{2}$ (3)

Уравнения для переменного тока $U = U_m \sin \omega t$ $I = I_m \sin \omega t$ (4)

Действующее значение тока $I = I_m / \sqrt{2}$ (5)

Падение напряжения на конденсаторе $U_C = I / \omega C$ (6)

Падение напряжения на индуктивности $U_L = I \omega L$ (7)

Падение напряжения на резисторе $U_R = I R$ (8)

Резонансная частота $\omega_{\text{рез}} = 1 / \sqrt{LC}$ (9)

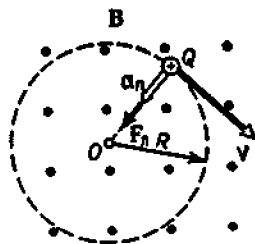
Добротность контура $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ (10)

Мощность в цепи переменного тока $P = I \cdot U \cdot \cos \varphi$ (11)

Пример 39. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,3$ Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить ее радиус R .

Решение.

Рис. 29



Движение по окружности заряженной частицы в однородном магнитном поле происходит, когда частица влетает в поле перпендикулярно линиям магнитной индукции $\mathfrak{B} \perp \mathbf{B}$. Так как сила Лоренца $\mathbf{F}_L$ перпендикулярна вектору $\mathfrak{B}$, то она сообщит протону нормальное ускорение (рис.29)

Согласно второму закону Ньютона $\mathbf{F}_L = m \cdot \mathbf{a}_n$ (1)

где m – масса протона.

Сила Лоренца $\mathbf{F}_L$ направлена перпендикулярно вектору $\mathfrak{B}$ к центру окружности ($\mathbf{a}_n$ и $\mathbf{F}_L$ сонаправлены). Используя правило левой руки определим направление магнитных силовых линий (направление вектора $\mathbf{B}$) и запишем (1) в скалярной форме В проекции на радиус

$$F_L = m \cdot a_n = m \cdot \mathfrak{B}^2 / R \quad (2)$$

В скалярной форме $F_L = Q \cdot B \cdot \mathfrak{B} \sin \alpha$ (3)

В нашем случае $\mathfrak{B} \perp \mathbf{B}$ и $\sin \alpha = 1$. Решая совместно (2-3) находим

$$Q \cdot B \cdot \vartheta = m \cdot \vartheta^2 / R \quad R = m \cdot \vartheta / (Q \cdot B) = p / (Q \cdot B) \quad (4)$$

где $p = m \cdot \vartheta$ - импульс протона, который найдем воспользовавшись связью между работой сил электростатического поля и изменением кинетической энергии протона $Q \cdot U = m \cdot \vartheta^2 / 2$ (5)

После преобразований $Q \cdot U = p^2 / (2m)$ $p = \sqrt{2mQU}$ (6)

Решая совместно уравнения (4-6) находим радиус окружности

$$R = \frac{\sqrt{2mQU}}{QB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{Q}} \quad (7)$$

Проверка размерности $[м] = \sqrt{кг \cdot Кл \cdot В} / Кл \cdot Тл = кг^{1/2} \cdot Дж^{1/2} \cdot А \cdot м \cdot м / Н \cdot А \cdot с \cdot м = кг^{1/2} \cdot м^2 / Дж^{1/2} \cdot с = кг^{1/2} \cdot м^2 \cdot с / кг^{1/2} \cdot м^{1/2} \cdot м^{1/2} \cdot с$

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{Q}} = \frac{1}{0,3} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 6 \cdot 10^2}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = 1,18 \cdot 10^{-2} м$$

Пример 40. Альфа-частица пройдя ускоряющую разность потенциалов $U=104В$ влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E=10кВ/м$) и магнитное ($B=0,1Тл$) поля. Найти ее удельный заряд, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не отклоняется от прямолинейной траектории.

Решение.

Для нахождения удельного заряда (отношение заряда частицы к ее массе) используем связь между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии частицы:

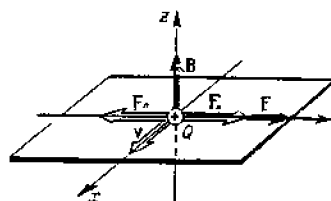


Рис.30

$$QU = m\vartheta^2 / 2 \quad Q / m = \vartheta^2 / 2U \quad (1)$$

В скрещенных электрическом и магнитном полях на движущуюся заряженную альфа - частицу действуют две силы.

- сила Лоренца $F_L = Q\mathbf{B}\vartheta$, направленная перпендикулярно вектору скорости $\mathbf{\vartheta}$ и вектору магнитной индукции $\mathbf{B}$ (рис.30).
- кулоновская сила $\mathbf{F} = Q\mathbf{E}$, сонаправленная с вектором напряженности $\mathbf{E}$ электростатического поля ($Q > 0$)

При этом вектор $\mathbf{B}$ направлен вдоль оси Oz , вектор $\mathbf{\vartheta}$ вдоль Ox .

Альфа-частица не будет испытывать отклонения, если геометрическая сумма сил $\mathbf{F}_L = \mathbf{F}$ будет равна нулю. Учитывая, что $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ и $\sin \alpha = 1$ в проекции на ось ОУ получим равенство

$$QE - QvB = 0 \quad v = E / B \quad (2)$$

Решая совместно (1-2) найдем удельный заряд альфа - частицы

$$\frac{Q}{m} = \frac{E^2}{2UB^2} \quad (3)$$

Проверка размерности $\left[\frac{\text{Кл}}{\text{кг}} \right] = \frac{B^2}{\text{м}^2 \cdot \text{В} \cdot \text{Тл}^2} = \frac{B^2 \cdot A^2 \cdot \text{м}^2}{\text{м}^2 \cdot \text{В} \cdot H^2} \frac{\text{с}}{\text{с}} =$

$$\frac{B \cdot A \cdot \text{с} \cdot \text{Кл}}{H^2 \cdot \text{с}^2} = \frac{Дж \cdot \text{Кл}}{H^2 \cdot \text{с}^2} = \frac{H \cdot \text{м} \cdot \text{Кл}}{H^2 \cdot \text{с}^2} \frac{\text{кг}}{\text{кг}} = \frac{H^2 \cdot \text{Кл}}{H^2 \cdot \text{кг}}$$

$$Q / m = (10^4)^2 / 2 \cdot 104 \cdot 10^{-2} = 4,81 \cdot 10^7 \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1}$$

$$\text{Ответ: } 4,81 \cdot 10^7 \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1}$$

4.5. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

031. По тонкому проводящему кольцу радиусом $R=10\text{см}$ течет ток $I=80\text{А}$. Найти магнитную индукцию $\mathbf{B}$ в точке А, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r=20\text{см}$ [$2\pi \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$]

032. По двум параллельным прямым проводам длиной $l=2,5\text{м}$ каждый, находящимся на расстоянии $d=20\text{см}$ друг от друга, текут токи $I=10^3\text{А}$. Вычислить силу взаимодействия токов [$2,5 \text{ Н}$]

033. Короткая катушка, содержащая $N=10^3$ витков, равномерно вращается с частотой $n=10\text{с}^{-1}$ относительно оси АВ, лежащей в плоскости катушки и перпендикулярной линиям однородного магнитного поля ($B = 4 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$). Определить мгновенное значение э.д.с индукции для тех моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол $\alpha=60^\circ$ с линиями поля. Площадь S катушки равна 100см^2 [$25,1 \text{ В}$].

034. Квадратная проволочная рамка со стороной $a=5\text{см}$ и сопротивлением $R=10^7\text{Ом}$ находится в однородном магнитном поле ($B = 4 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$). Определить заряд Q , который пройдет по рамке, если поле выключить. Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с линиями магнитной индукции [$8,67 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$].

035. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит $N=1200$ витков провода. Витки плотно прилегают друг к другу. При силе тока $I = 4$ А магнитный поток $\Phi = 6 \cdot 10^{-6}$ Вб. Определить индуктивность L соленоида и энергию W магнитного поля соленоида [$1,8 \cdot 10^{-3}$ Гн; $1,44 \cdot 10^{-2}$ Дж]
036. Соленоид, находящийся в однородном магнитном поле с индукцией $B=6,03 \cdot 10^{-2}$ Тл, поворачивается на угол 180° в течение 0,2с. Ось соленоида до и после поворота направлена вдоль поля. Найти среднее значение э.д.с, возникающей в соленоиде, состоящем из 80 витков и имеющим диаметр 8см. [0,24 В]
037. Разность потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону $U=50 \cos(10^4 \pi t)$. Емкость конденсатора $9 \cdot 10^{-7}$ Ф. Найти индуктивность контура, амплитудное значение силы тока в цепи и длину волны, соответствующая этому контуру [$1,12 \cdot 10^{-3}$ Гн; 1,42 А; $6 \cdot 10^4$ м]
038. По двум длинным прямым проводникам, находящимся на расстоянии 5см друг от друга, протекают в одном направлении токи $I_1 = I_2 = 10$ А. Определить индукцию B в точке, находящейся на расстоянии 3см от каждого проводника [$6,67 \cdot 10^{-5}$ Тл]
039. Плоский квадратный контур со стороной $a = 10$ см, по которому течет ток $I = 100$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 1$ Тл). Определить работу A , совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1) $\varphi_1 = 90^\circ$; 2) $\varphi_2 = 3^\circ$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной [1 Дж; $1,37 \cdot 10^{-3}$ Дж].
040. Определить резонансную частоту и амплитуду переменного тока частотой 50 Гц в сети с действующим напряжением 110В и последовательно включенными конденсатором $5 \cdot 10^{-5}$ Ф и катушкой индуктивности 0,2Гн ($R = 40$ м) [50 Гц ; 1,65 А]
041. Какой промежуток времени будет гореть неоновая лампа, если ее включить на одну минуту в сеть переменного тока с действующим напряжением 120 В и частотой 50 Гц? Лампа загорается и гаснет при напряжении 84 В [$1/150$ с].

042. Напряжение на концах участка цепи, по которому течет переменный ток, изменяется по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \pi/6)$. В момент времени $t = T/12$ мгновенное значение напряжения равно 10 В. Определить амплитуду напряжения [11,5 В]
043. В однородном поле индукция которого 0,8 Тл, равномерно вращается рамка с угловой скоростью 15 с^{-1} . Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет 30° с направлением силовых линий магнитного поля. Площадь рамки 150 см^2 . Найти максимальную э.д.с. индукции во вращающейся рамке [$9 \cdot 10^{-2} \text{ В}$]
044. Электрическая лампочка, сопротивление которой в нагретом состоянии 10 Ом, подключается через дроссель к 12-вольтовому аккумулятору. Индуктивность дросселя 2 Гн, сопротивление 1 Ом. Через какой промежуток времени после включения лампочка начнет светиться, если необходимым условием для этого служит напряжение на лампочке 6 В [$1,26 \cdot 10^{-2} \text{ с}$].

4.6. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ФИЗИКЕ №4

61. По двум длинным параллельным проводам текут в одинаковом направлении токи $I_1 = 10 \text{ А}$ и $I_2 = 15 \text{ А}$. Расстояние между проводами $l = 10 \text{ см}$. Определить напряженность H магнитного поля в точке, удаленной от первого провода на $r_1 = 8 \text{ см}$ и от второго на $r_2 = 6 \text{ см}$. [$44,5 \text{ А} \cdot \text{м}^{-1}$]
62. По тонкому проводнику изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной $a = 10 \text{ см}$, идет ток $I = 20 \text{ А}$. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника [$1,38 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$].
63. Обмотка соленоида содержит два слоя плотно прилегающих друг к другу витков провода диаметром $d = 0,2 \text{ мм}$. Определить магнитную индукцию B на оси соленоида, если по проводу идет ток $I = 0,5 \text{ А}$. [$6,28 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$]
64. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2} \text{ Тл}$ помещен прямой проводник длиной $l = 20 \text{ см}$ (подводящие провода находятся вне поля). Определить силу F , действующую на проводник если по нему течет ток $I = 50 \text{ А}$, а угол ϕ между направлением тока и вектором магнитной индукции равен 30° [$5 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$]
65. Протон влетел в магнитное поле перпендикулярно линиям

- индукции и описал дугу радиусом $R = 10$ см. Определить скорость ϑ протона, если магнитная индукция $B = 1$ Тл. $[9,6 \cdot 10^6 \text{ м/с}]$
66. Электрон в однородном магнитном поле движется по винтовой линии радиусом $R = 5$ см и шагом $h = 20$ см. Определить скорость ϑ электрона, если магнитная индукция $B = 10^{-2}$ Тл $[10^6 \text{ м/с}]$
67. В однородном поле по проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной $a = 10$ см, течет ток $I = 20$ А. Плоскость квадрата перпендикулярна магнитным силовым линиям поля. Определить работу, необходимую для удаления проводника за пределы поля. Магнитная индукция $B = 0,1$ Тл. $[0,02 \text{ Дж}]$
68. Рамка площадью $S = 50 \text{ см}^2$ содержащая $N = 100$ витков равномерно вращается в однородном магнитном поле ($B = 4 \cdot 10^{-2}$ Тл). Определить максимальную э.д.с индукции $\mathcal{E}_{\max}$, если ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции, а рамка вращается с частотой $n = 960$ об/мин. $[2,01 \text{ В}]$
69. Проводник длиной $l = 1$ м движется со скоростью $\vartheta = 5$ м/с перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Определить магнитную индукцию B если на концах проводника возникает разность потенциалов $U = 0,02$ В $[4 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}]$
70. Замкнутый железный сердечник длиной 50 см имеет обмотку, содержащую 1000 витков. По обмотке течет ток силой 1 А. Какой ток нужно пропустить через обмотку, чтобы при удалении сердечника индукция осталась прежней $[620 \text{ А}]$
71. Электрон движется в однородном магнитном поле со скоростью $\vartheta = 7,6 \cdot 10^6$ м/с по винтовой линии радиусом $R = 2$ см. Индукция поля $B = 2 \cdot 10^{-3}$ Тл. Найти шаг винта h $[5 \cdot 10^{-2} \text{ м}]$.
72. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 300 В, движется параллельно прямолинейному проводнику на расстоянии 4 мм от него. Какая сила будет действовать на электрон, если по проводнику пропустить ток 5 А $[4 \cdot 10^{-16} \text{ Н}]$.
73. Два круговых витка радиусом 4 см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии 0,1 м друг от друга. По виткам в одном направлении протекают токи $I_1 = I_2 = 2$ А. Найти напряженность магнитного поля на оси витков в точке,

находящейся на равном расстоянии от них. $[12,2 \text{ А} \cdot \text{м}^{-1}]$

74. Конденсатор емкостью 10^{-5} Ф периодически заряжается от батареи, э.д.с. которой равна 100В, и разряжается через катушку. Катушка имеет форму кольца диаметром 20см с 32 витками причем плоскость кольца совпадает с плоскостью магнитного меридиана. Помещенная в центре катушки горизонтальная магнитная стрелка отклоняется на угол 45° . Переключение конденсатора происходит 100 раз в секунду. Найти горизонтальную составляющую магнитного поля Земли. $[16 \text{ А} \cdot \text{м}^{-1}]$

75. Уравнение изменения силы тока в колебательном контуре со временем дано в виде $I = -0,02 \sin 400\pi t$. Индуктивность контура 1Гн. Найти: 1) период колебаний, 2) максимальную разность потенциалов на обкладках конденсатора, 3) емкость контура, 4) максимальную энергию магнитного и электрического полей $[5 \cdot 10^{-3} \text{ с}; 6,3 \cdot 10^{-7} \text{ Ф}; 25,2 \text{ В}; 2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}; 2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}]$

76. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре дано в виде $U = 50 \cos 10^4 \pi t$. Емкость конденсатора 10^{-5} Ф . Найти: 1) период колебаний; 2) индуктивность контура; 3) длину волны соответствующую этому контуру $[2 \cdot 10^{-4} \text{ м}; 10^{-2} \text{ Гн}; 6 \cdot 10^4 \text{ м}]$.

77. Требуется построить электромагнит, дающий индукцию магнитного поля в межполюсном пространстве 0,14 Тл. Длина железного сердечника 40 см, длина межполюсного пространства 1 см, диаметр сердечника 5 см. Найти: 1) какую э.д.с. надо взять для питания обмотки электромагнита, чтобы получить требуемое магнитное поле, если в распоряжении имеется медная проволока площадью поперечного сечения 1 мм^2 . 2) Какая будет при этом наименьшая толщина намотки если считать, что предельная допустимая плотность тока $3 \text{ А} \cdot \text{мм}^{-2}$ $[31 \text{ В}; 1,2 \text{ см}]$

78. В однородном магнитном поле, индукция которого равна 0,5 Тл, равномерно движется проводник длиной 10 см. По проводнику течет ток силой 2 А. Скорость движения проводника $0,2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ и направлена перпендикулярно направлению магнитного поля. Найти: 1) Работу перемещения проводника за 10с;

- 2) мощность, затрачиваемую на движение $[0,2 \text{ Дж}; 2 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}]$
79. Однородное магнитное поле индукция которого $B=5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$ направлено перпендикулярно электрическому полю, напряженность которого $E = 10 \text{ В} \cdot \text{см}^{-1}$. Пучок электронов, летящих с некоторой скоростью ϑ , влетает в пространство, где расположены эти поля, при этом скорость электронов перпендикулярна плоскости, в которой лежат векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$. Найти: 1) скорость электронов ϑ , если при одновременном действии обоих полей пучок электронов не испытывает отклонения; 2) радиус кривизны траектории электронов при условии включения только одного магнитного поля $[2 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}; 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ м}]$
80. Катушка длиной 20 см и диаметром 3 см имеет 400 витков. По катушке течет ток силой 2 А. Найти: 1) индуктивность катушки; 2) поток магнитной индукции, пронизывающий площадь ее поперечного сечения $[7,1 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}; 3,55 \cdot 10^{-6} \text{ Вб}]$

5. ОПТИКА И КВАНТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

5.1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Закон прямолинейного распространения света: свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно. Доказательством закона является наличие тени с резкими границами от непрозрачных предметов при освещении их точечными источниками света (источники, размеры которых значительно меньше освещаемого предмета и расстояния до него).

Этот закон нарушается в случае, если свет проходит сквозь очень малые отверстия, причем отклонение от прямолинейности распространения тем больше, чем меньше отверстия.

Закон независимости световых пучков: эффект, производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно остальные пучки или они устранены.

Если свет падает на границу раздела двух сред то падающий луч разделяется на два - отраженный и преломленный, направления которых задаются законами отражения и преломления. **Рис.31**



Закон отражения: отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром проведенным к границе раздела двух сред в точке падения; Другая формулировка закона отражения угол i_1' отражения равен углу i_1 падения $i_1' = i_1$

Закон преломления: луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведенный к границе раздела в точке падения лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления для данных сред $\sin i_1 / \sin i_2 = n_{21}$ Относительный показатель n_{21} преломления второй среды относительно первой равен отношению их абсолютных показателей преломления $n_{21} = n_2/n_1$. Таким образом $n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2$

Абсолютным показателем преломления среды называется величина n , равная отношению скорости с электромагнитных волн в вакууме к их фазовой скорости v в среде $n = c/v$ и $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, где ϵ и μ - электрическая и магнитная проницаемости среды.

5.2. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Оптическая длина пути световой волны $L = n \cdot l$, где l - геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n

Оптическая разность хода двух световых волн $\Delta = L_1 - L_2$

Зависимость разности фаз от оптической разности хода световых волн длиной λ $\Delta\phi = 2\pi (\Delta/\lambda)$

Расстояние между интерференционными полосами на экране, расположенным параллельно двум когерентным источникам света с длиной волны λ $\Delta x = L \cdot \lambda / d$

где L - расстояние от экрана до источников света, отстоящих друг от друга на расстоянии d (при этом $L \gg d$)

Условие максимального ослабления света при интерференции

$$\Delta = \pm (2k + 1)\lambda / 2 \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

Условие максимального усиления света $\Delta = \pm k\lambda$ ($k = 0, 1, \dots$)

Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \pm \lambda/2 = 2d \cdot n \cos i_2 \pm \lambda/2$$

где d - толщина пленки; n - показатель преломления тонкой пленки; i_1 - угол падения; i_2 - угол преломления света в пленке.

Результат интерференции света в плоскопараллельных пластинках толщиной h (в проходящем свете):

$$\text{усиление света} \quad 2n \cdot h \cos i_2 = 2k \cdot \lambda/2 \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\text{ослабление света} \quad 2n \cdot h \cos i_2 = (2k + 1) \cdot \lambda/2 \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

В проходящем свете для линзы с радиусом кривизны R

$$\text{Радиусы светлых колец Ньютона} \quad r_k = \sqrt{k \cdot R \cdot \lambda} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\text{радиусы темных колец} \quad r_k = \sqrt{(2k - 1)R\lambda/2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

В отраженном свете расположение светлых и темных колец обратно их расположению в проходящем свете.

Радиусы светлых колец Ньютона (в отраженном свете)

$$r_k = \sqrt{(2k - 1)R\lambda/2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\text{радиусы темных колец} \quad r_k = \sqrt{k \cdot R \cdot \lambda} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

Положение минимумов освещенности при дифракции от щели, на которую нормально падает пучок параллельных лучей

$$a \cdot \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

где a - ширина щели, φ - угол дифракции, λ - длина волны света

В дифракционной решетке максимумы света (светлые полосы) наблюдаются в направлениях, составляющих с нормалью к решетке угол φ

$$d \cdot \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

где φ - угол дифракции, λ - длина волны, k - порядок спектра, постоянная d , или период, решетки $d = 1/N_0$, N_0 - число щелей решетки, приходящееся на единицу длины решетки.

$$\text{Разрешающая способность решетки} \quad R = \lambda / \Delta\lambda = k \cdot N$$

где N - общее число щелей решетки; k - порядок спектра; $\Delta\lambda$ - наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки

Угловая дисперсия дифракционной решетки $D = d\varphi / d\lambda$

Линейная дисперсия дифракционной решетки $D_1 = F \cdot D$,

F-фокусное расстояние линзы проектирующей спектр на экран

Формула Вульфа – Брэггов $2d \cdot \sin \Theta = k\lambda$

где Θ - угол скольжения (между направлением параллельного пучка рентгеновского излучения, падающего на кристалл, и атомной плоскостью в кристалле); d - расстояние между атомными плоскостями кристалла.

При отражении естественного света от диэлектрического зеркала имеют место формулы Френеля:

$$I_{\perp} = 0,5I_0 \left[\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)} \right]^2 \quad I_{\parallel} = 0,5I_0 \left[\frac{\operatorname{tg}(i_1 - i_2)}{\operatorname{tg}(i_1 + i_2)} \right]^2$$

где $I_{\perp}$ - интенсивность световых колебаний в отраженном луче, совершающихся в направлении, перпендикулярном плоскости падения света, $I_{\parallel}$ - интенсивность световых колебаний в отраженном луче, совершающихся в направлении, параллельном плоскости падения света, I_0 - интенсивность падающего естественного света, i_1 - угол падения и i_2 - угол преломления.

Закон Брюстера $\operatorname{tg} i_1 = n_{21}$, если $i_1 + i_2 = 90^\circ$, то $I_{\parallel} = 0$

где i_1 - угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован; n_{21} - относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Закон Малюса: интенсивность света, прошедшего через поляризатор и анализатор $I = I_0 \cos^2 \varphi$

где I_0 - интенсивность света, прошедшего через поляризатор;

I - интенсивность света после анализатора; α - угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора.

Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

в твердых телах $\varphi = \alpha d$,

где α - постоянная вращения; d - длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

в растворах $\varphi = [a] \cdot \rho \cdot d$,

где $[a]$ - удельное вращение; ρ - массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Принцип Доплера: связь частот ν' света, воспринимаемых регистрирующим прибором и частот ν , посылаемых источником

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - \vartheta / c}{1 + \vartheta / c}}$$

где ϑ - скорость регистрирующего прибора относительно источника; c - скорость распространения света. Положительное значение ϑ соответствует удалению источника света.

При $\vartheta \ll c$ $\nu' \approx \nu (1 - \vartheta / c)$

5.3. КВАНТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Закон Стефана - Больцмана характеризует энергетическую светимость абсолютно черного тела $R_{\vartheta} = \sigma \cdot T^4$

где постоянная Стефана - Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$

Первый закон смещения Вина $C_1 = \lambda_m \cdot T$

где постоянная Вина $C_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$

Второй закон смещения Вина $(\nu \lambda)_{\max} = C_2 \cdot T^5$

$(\nu \lambda)_{\max}$ - макс спектральная плотность; $C_2 = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{К}^{-5}$

Энергия кванта света (фотона) $\varepsilon = h \cdot \nu = h \cdot c / \lambda$

Импульс и масса фотона $p_{\text{ф}} = h \cdot \nu / c$ $m = h \cdot \nu / c^2$

Формула Эйнштейна для фотоэффекта $h \cdot \nu = A + m \vartheta^2 / 2$,

где $h \cdot \nu$ - энергия фотона, вызывающая внешний фотоэффект;

A - работа выхода электрона из металла; $m \vartheta^2 / 2$ - максимальная кинетическая энергия вылетающих фотоэлектронов.

Красная граница фотоэффекта $h \cdot \nu_0 = A$ $\lambda_0 = h \cdot c / A$
где ν_0 - минимальная частота (максимальная длина волны) света при которых еще возможен фотоэффект; h - постоянная Планка

Изменение длины волны $\Delta \lambda$ рентгеновских лучей при комптоновском рассеянии на угол φ $\Delta \lambda = h \cdot (1 - \cos \varphi) / m c$

Световое давление при нормальном падении на поверхность

$$p = E(1 + \rho) / c,$$

где E – энергия, падающая на единицу поверхности за единицу времени; ρ - коэффициент отражения света.

Пучок элементарных частиц обладает свойством плоской волны, распространяющейся в направлении перемещения этих частиц. Длина волны λ , соответствующая этому пучку, определяется соотношением де Бройля $\lambda = h / m\vartheta = h / \sqrt{2W_k m}$

5.4. СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Взаимосвязь массы и энергии релятивистской частицы

$$E = mc^2 \quad E_0 = m_0 c^2 \quad E = E_0 / \sqrt{1 - \beta^2} \quad \beta = \vartheta / c$$

где E_0 и m_0 – энергия и масса покоя частицы, β - коэффициент

Изменение массы m и длины l тела от скорости его движения

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2} \quad m = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$$

Временная зависимость от скорости его движения тела

$$\tau = \tau_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$$

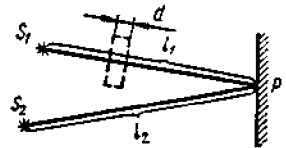
Импульс релятивистской частицы $p = m_0 \cdot c \cdot \beta / \sqrt{1 - \beta^2}$

Зависимость кинетической энергии тела от скорости

$$W_k = m_0 c^2 [(1 / \sqrt{1 - \beta^2}) - 1]$$

5.5. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 41. От двух когерентных источников S_1, S_2 с длиной волны $\lambda = 0,8 \text{ мкм}$ лучи попадают на экран. На экране наблюдается интерференционная картина. *Рис.32*



Когда на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили мыльную пленку ($n = 1,33$), интерференционная картина изменилась на противоположную. При какой наименьшей толщине $d_{\min}$ пленки это возможно?

Решение.

Изменение интерференционной картины на противоположную означает, что на тех участках экрана, где наблюдались ин-

терференционные максимумы, стали наблюдаться минимумы. Такой сдвиг интерференционной картины возможен при изменении оптической разности хода пучков световых волн на нечетное число половин длин волн $\Delta_2 - \Delta_1 = (2k + 1) \cdot \lambda / 2$ (1)

где Δ_1 - оптическая разность хода пучков световых волн до внесения пленки; Δ_2 - оптическая разность хода тех же световых пучков после внесения пленки; $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Наименьшей толщине $d_{\min}$ пленки соответствует $k=0$. При этом

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \lambda / 2 \quad (2)$$

Из рис.32 определим оптические разности хода $\Delta_1 = l_1 - l_2$

(3)

$$\Delta_2 = [(l_1 - d_{\min}) + n \cdot d_{\min}] - l_2 = (l_1 - l_2) + d_{\min} \cdot (n - 1) \quad (4)$$

Подставим выражения Δ_2 и Δ_1 в формулу (2):

Решая совместно (1-4) находим наименьшую толщину пленки

$$(l_1 - l_2) + d_{\min} \cdot (n - 1) - (l_1 - l_2) = \lambda / 2$$

$$d_{\min} \cdot (n - 1) = \lambda / 2 \quad d_{\min} = \lambda / [2 (n - 1)] \quad (5)$$

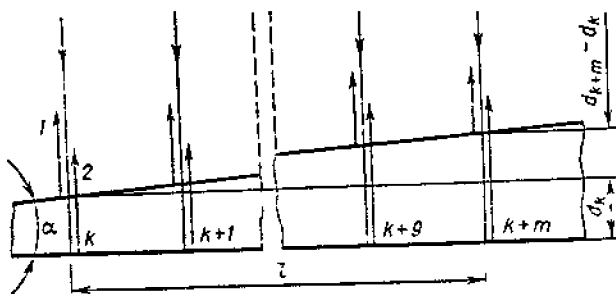
Произведем вычисления $d_{\min} = 8 \cdot 10^{-7} / [2 (1,33 - 1)] = 1,21 \cdot 10^{-7}$
м

Пример 42. На стеклянный клин с малым углом нормально к его грани падает параллельный пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. На отрезок клина длиной $l = 1$ м приходится $m = 10$, возникающих при этом интерференционных полос. Определить угол α клина.

Решение.

Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. **Рис.33**

Отраженные пучки света когерентны. Поэтому на поверхности клина будут наб



люждаться интерференционные полосы. Так как угол клина мал, то отраженные пучки 1 и 2 будут практически параллельны. Темные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода лучей кратна нечетному числу половин длин волн

$$\Delta = (2k + 1) \cdot \lambda / 2 \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad (1)$$

Разность хода Δ двух волн складывается из разности оптических длин путей этих волн ($2d \cdot n \cdot \cos i_2$) и величины $\lambda/2$.

Половины длины волны ($\lambda/2$) представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении световой волны 1 от оптически более плотной среды.

$$2d \cdot n \cdot \cos i_2 + \lambda/2 = (2k + 1) \cdot \lambda/2 \quad (2)$$

где n - показатель преломления, для стекла $n = 1,5$; d_k - толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая ее номеру k ; i_2 - угол преломления.

По условию, угол падения i_1 равен нулю, следовательно, и угол преломления i_2 равен нулю, соответственно $\cos i_2 = 1$.

$$\text{Решая совместно (1-2) получим} \quad 2n \cdot d_k = k\lambda \quad (3)$$

Пусть произвольной темной полосе k -го номера соответствует толщина d_k клина, а темной полосе $k+m$ -го номера - толщина d_{k+m} клина, а на отрезке l укладывается $m = 10$ полос.

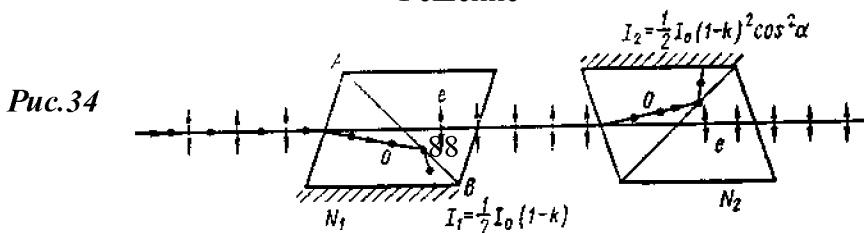
$$\sin \alpha = (d_{k+m} - d_k) / l \quad \sin \alpha \approx \alpha \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{(k+m)\lambda - k\lambda}{2n \cdot l} = \frac{m\lambda}{2n \cdot l} = \frac{10 \cdot 6 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 1,5} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ рад}$$

$$\text{Ответ: } \alpha = 2 \cdot 10^{-6} \text{ рад}$$

Пример 43. Две призмы N_1 и N_2 расположены так, что между их плоскостями пропускания угол α равен 60° . Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность I_0 естественного света: 1) при прохождении через одну призму N_1 , 2) при прохождении через обе призмы. Коэффициент поглощения света в призме $k = 0,05$. Потери на отражение света не учитывать.

Решение



1. Естественный свет, падая на грань призмы Николя (рис.34), расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный и необыкновенный. Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Плоскость колебаний необыкновенного пучка лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения). Плоскость колебаний обыкновенного пучка перпендикулярна плоскости чертежа. Обыкновенный пучок света (о) вследствие полного отражения от границы АВ отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный пучок (е) проходит через призму, уменьшая свою интенсивность вследствие поглощения. Интенсивность света, прошедшего через первую призму,

$$I_1 = I_0 (1 - k) / 2 \quad (1)$$

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность I_0 естественного света, падающего на первую призму, на интенсивность I_1 поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2I_0}{I_0(1 - k)} = \frac{2}{1 - k} \quad (2)$$

Произведем вычисления: $I_0 / I_1 = 2 / (1 - 0,05) = 2,1$

Таким образом, интенсивность уменьшается в 2,1 раза.

2. Плоскополяризованный пучок света интенсивности I_1 падает на вторую призму N_2 и тоже расщепляется на два пучка различной интенсивности: обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный пучок полностью поглощается призмой, поэтому его интенсивность не важна. Интенсивность I_2 , вышедшего из призмы N_2 необыкновенного пучка определяется законом Малюса с учетом потерь интенсивности на поглощение во второй призме

$$I_2 = I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha \quad (3)$$

где α - угол между плоскостью колебаний в поляризованном

пучке и плоскостью пропускания призмы N_2 .

Интенсивность света при его прохождении через обе призмы

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1(1-k)\cos^2\alpha} = \frac{2}{(1-k)^2\cos^2\alpha} \quad (4)$$

Произведем вычисления: $I_0 / I_2 = 2 / (1 - 0,05)^2 \cdot \cos^2 60^\circ = 8,86$

Таким образом, после прохождения света через две призмы его интенсивность уменьшится в 8,86 раза.

Ответ: уменьшится: 1) в 2,1 раза; 2) в 8,86 раза

Пример 44. На дифракционную решетку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет. Период решетки $d=2\text{мкм}$. Определить наибольший порядок дифракционного максимума, который дает эта решетка в случае красного ($\lambda_1 = 0,7\text{мкм}$) и в случае фиолетового ($\lambda_2 = 0,41\text{мкм}$) света.

Решение.

Найдем порядок k главных дифракционных максимумов:

$$d \cdot \sin\varphi = k\lambda \quad k = d \cdot \sin\varphi / \lambda \quad (1)$$

где d - период решетки; φ - угол дифракции; λ - длина волны монохроматического света. Так как $\sin\varphi$ не может быть больше 1, то число k не может быть больше d / λ , т. е. $k \leq d / \lambda$ (2)

Произведем вычисления наибольшего порядка максимумов

для красных лучей $k \leq 2 \cdot 10^{-6} / 7 \cdot 10^{-7} = 2,86$

для фиолетовых лучей $k \leq 2 \cdot 10^{-6} / 4,1 \cdot 10^{-7} = 4,88$

Если учесть, что порядок максимумов является целым числом, то для красного света $k_{\max} = 2$ и для фиолетового $k_{\max} = 4$.

Пример 45. Определить максимальную скорость $\vartheta_{\max}$ фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda_1 = 1,55 \cdot 10^{-7}\text{м}$;

2) γ -излучением с длиной волны $I_2 = 10^{-12}\text{м}$.

Решение.

В соответствии с уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$\varepsilon = A + W_{\max} \quad (1)$$

где ε - энергия фотонов, падающих на поверхность металла;

A - работа выхода; $W_{\max}$ - максимальная кинетическая энергия
Энергия фотона равна $\varepsilon = h \cdot c / \lambda$ (2)

где h - постоянная Планка; c - скорость света; λ - длина волны.

Кинетическая энергия $W_{\max}$ фотоэлектрона находится в зависимости от того, какая скорость сообщается фотоэлектрону по релятивистской формуле $W_{\max} = W_0 [(1/\sqrt{1 - \beta^2}) - 1]$ (3)

или по классической формуле $W_{\max} = m_0 \cdot g_{\max}^2 / 2$ (4)

Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия фотона много меньше энергии покоя W_0 электрона, то может быть применена классическая формула (4), если же энергия фотона ε сравнима по величине с W_0 , то вычисление по формуле (4) приводит к ошибке, в этом случае необходимо использовать релятивистскую формулу (3).

1. Вычислим энергию ε фотона ультрафиолетового излучения:

$$\varepsilon_1 = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,55 \cdot 10^{-7}} = 1,28 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \quad \varepsilon_1 = \frac{1,28 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 8 \text{ эВ}$$

Полученная энергия фотона (8 эВ) много меньше энергии покоя электрона (0,51 МэВ). Следовательно, для данного случая кинетическая энергия в формуле (1) может быть выражена по классической формуле (4): $\varepsilon_1 = A + m_0 \cdot g_{\max}^2 / 2$

(5)

$$g_{\max} = \sqrt{2(\varepsilon_1 - A) / m_0} \quad (6)$$

Проверка размерности $[m/c] = \text{Дж}^{1/2} / \text{кг}^{1/2} = \text{кг}^{1/2} \cdot \text{м}^{1/2} \cdot \text{м}^{1/2} / \text{кг}^{1/2} \cdot \text{с}$

$$g_{\max} = \sqrt{2 \cdot (1,28 - 0,75) \cdot 10^{-18} / 9,11 \cdot 10^{-31}} = 1,08 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

2. Вычислим энергию фотона γ - излучения:

$$\varepsilon_2 = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^{-12}} = 2 \cdot 10^{13} \text{ Дж} \quad \varepsilon_2 = \frac{1,99 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,24$$

МэВ

Работа выхода электрона ($A = 4,7$ эВ) пренебрежимо мала по

сравнению с энергией фотона ($\varepsilon_2 = 1,24 \text{ МэВ}$), поэтому можно принять, что максимальная кинетическая энергия электрона равна энергии фотона: $W_{\max} = \varepsilon_2 = 1,24 \text{ МэВ}$. Так как в данном случае кинетическая энергия электрона больше его энергии покоя ($0,51 \text{ МэВ}$) то для вычисления скорости электрона нужно использовать релятивистскую формулу кинетической энергии (3) Решая совместно уравнения (1), (3), с учетом $W_{\max} = \varepsilon_2$ и $\beta = 9 \cdot c$

$$9_{\max} = c \frac{\sqrt{\varepsilon_2(2W_0 + \varepsilon_2)}}{W_0 + \varepsilon_2} = 3 \cdot 10^8 \frac{\sqrt{1,24(2 \cdot 0,51 + 1,24)}}{0,51 + 1,24} = 2,85 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$\text{Ответ: } 1,08 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}; 2,85 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$$

Пример 46. Фотон при соударении с электроном был комптоновски рассеян на угол $\Theta = 90^\circ$. Энергия рассеянного фотона $\varepsilon_2 = 0,4 \text{ МэВ}$. Определить энергию фотона ε_1 до рассеяния.

Решение.

$$\text{Формула Комптона: } \Delta\lambda = h \cdot (1 - \cos\varphi) / m_0 c \quad (1)$$

$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ - изменение длины волны фотона в результате рассеяния на свободном электроном; h - постоянная Планка; m_0 - масса покоя электрона; c - скорость света; Θ - угол рассеяния фотона.

Преобразовав (2) в (3) получим искомую энергию:

$$h \cdot c / \varepsilon_2 - h \cdot c / \varepsilon_1 = h \cdot (1 - \cos\varphi) / m_0 c \quad (2)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 \cdot m_0 c^2}{m_0 c^2 - \varepsilon_2(1 - \cos\varphi)} = \frac{\varepsilon_2 W_0}{W_0 - \varepsilon_2(1 - \cos\varphi)} \quad (3)$$

где $W_0 = m_0 c^2 = 0,511 \text{ МэВ}$ – энергия покоя электрона.

Вычисления удобнее вести во внесистемных единицах.

$$\varepsilon_1 = \frac{0,4 \cdot 0,511}{0,511 - 0,4 \cdot (1 - \cos 90^\circ)} = 1,85 \text{ МэВ}$$

$$\varepsilon_1 = 1,85 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,96 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} \quad \text{Ответ: } 2,96 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$$

Пример 47. Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 663 \text{ нм}$ падает нормально на зеркальную плоскую по-

верхность. Поток излучения $\Phi = 0,6$ Вт. Определить: 1) силу давления F , испытываемую этой поверхностью; 2) число фотонов ежесекундно падающих на поверхность.

Решение.

1. Сила F светового давления p на поверхность S $F = p \cdot S$ (1)
Световое давление при нормальном падении на поверхность

$$p = E (1 + \rho) / c \quad (2)$$

где E - энергия, падающая на единицу поверхности за единицу времени; ρ - коэффициент отражения света.

Решая совместно (1-2) и с учетом, что поток излучения $\Phi = E \cdot S$

$$F = E \cdot S (1 + \rho) / c = \Phi (1 + \rho) / c \quad (3)$$

При вычислениях учтем, что для зеркальной поверхности $\rho = 1$

$$F = 0,6 (1 + 1) / 3 \cdot 10^8 = 4 \cdot 10^{-9} \text{ Н}$$

2. Произведение энергии ϵ одного фотона на число фотонов n ежесекундно падающих на поверхность, равно

$$\text{Поток (мощность) излучения} \quad \Phi = n \cdot \epsilon = n \cdot h \cdot c / \lambda \quad (4)$$

где n - число фотонов; $\epsilon = h\nu = n \cdot h \cdot c / \lambda$ - энергии одного фотона

$$n = \Phi \cdot \lambda / h \cdot c = 0,6 \cdot 6,63 \cdot 10^{-7} / 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 = 2 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}$$

$$\text{Ответ: } F = 4 \cdot 10^{-9} \text{ Н; } n = 2 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}$$

Пример 48. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения черного тела, $\lambda_0 = 5,8 \cdot 10^{-7}$ м. Определить энергетическую светимость R_Σ поверхности тела.

Решение.

$$\text{Энергетическая светимость} \quad R_\Sigma = \sigma \cdot T^4 \quad (1)$$

где σ - постоянная Стефана - Больцмана; T - температура.

Температуру T вычислим с помощью закона смещения Вина:

$$T = \lambda_0 / C_1 \quad (2)$$

где C_1 (по - другому b) - постоянная закона смещения Вина.

$$R_\Sigma = \sigma \cdot (\lambda_0 / C_1)^4 \quad (3)$$

Проверка размерности $[\text{Вт}/\text{м}^2] = \text{Вт} \cdot \text{м}^4 \cdot \text{К}^4 / \text{м}^2 \cdot \text{К}^4 \cdot \text{м}^4$

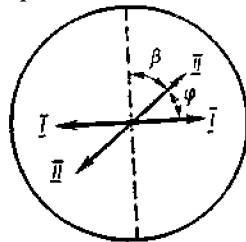
$$R_\Sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (2,9 \cdot 10^{-3} / 5,8 \cdot 10^{-7})^4 = 3,54 \cdot 10^7 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$$

Пример 49 Плоскополяризованный монохроматический пучок света падает на поляриоид и полностью им гасится. Когда на пу-

ти пучка поместили кварцевую пластину, интенсивность I пучка света после поляроида стала равна половине интенсивности пучка, падающего на поляроид. Определить минимальную толщину кварцевой пластины. Потерями света в поляроиде пренебречь. Постоянная вращения кварца $\alpha = 48,9$ град/мм.

Решение.

Полное гашение света поляроидом означает, что плоскость пропускания поляроида **Рис.35** (штриховая линия на рис.35) перпендикулярна плоскости колебаний (I-I) плоскополяризованного света, падающего на него. Введение кварцевой пластины приводит к повороту



плоскости колебаний света на угол $\varphi = \alpha l$ (1)
где l - толщина пластины.

Зная, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении его через поляроид, определим угол β , который установится между плоскостью пропускания поляроида и новым направлением (II-II) плоскости колебаний, падающего на поляроид плоскополяризованного света. Используем закон Малюса

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \beta = I_0 \cdot \cos^2 [(\pi/2) - \varphi] = I_0 \cdot \sin^2 \varphi \quad (2)$$

Решая совместно (1-2) находим искомую толщину пластины

$$\alpha l = \arcsin \sqrt{I / I_0} \quad l = (1/\alpha) \arcsin \sqrt{I / I_0} \quad (3)$$

$$l = (1 / 48,9 \cdot 10^3) \arcsin \sqrt{1/2} = 0,785 \cdot 10^{-3} / 48,9 = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

$$\text{Ответ: } l = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

Пример 50. Определить массу m , импульс p и кинетическую энергию W электрона, движущегося со скоростью $\vartheta = 0,9$ с.

Решение.

Изменение массы m тела от скорости его движения

$$m = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2} \quad (1)$$

Импульс релятивистской частицы $p = m_0 \cdot c \cdot \beta / \sqrt{1 - \beta^2}$
(2)

Зависимость кинетической энергии тела от скорости

$$W_K = m_0 c^2 [(1 / \sqrt{1 - \beta^2}) - 1] \quad (3)$$

где m - масса движущейся частицы; m_0 - масса покоящейся частицы; $\beta = v/c$ - скорость тела в долях скорости света в вакууме.

Произведем вычисления: $m = 9,11 \cdot 10^{-31} / \sqrt{1 - 0,9^2} = 2,1 \cdot 10^{-30}$ кг

$$p = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 0,9 / \sqrt{1 - 0,9^2} = 5,6 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1}$$

$$W_K = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot [(1 / \sqrt{1 - 0,9^2}) - 1] = 1,06 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$$

Ответ: $2,1 \cdot 10^{-30}$ кг; $5,6 \cdot 10^{-22}$ кг·м·с⁻¹; $1,06 \cdot 10^{-13}$ Дж

Пример 51. Определить релятивистский импульс электрона, обладающего кинетической энергией $W_K = 5$ МэВ.

Решение.

Кинетическая энергия W_K частицы: $W_K = W - W_0$
(1)

Полная энергия тела $W = m_0 c^2 / \sqrt{1 - \beta^2} = W_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$
(2)

Импульс релятивистской частицы $p = m_0 \cdot c \cdot \beta / \sqrt{1 - \beta^2}$
(3)

Решая совместно (1-3) найдем искомую формулу для импульса

$$W + W_0 = W_K + 2W_0 \quad p = \sqrt{W_K (W_K + 2W_0)} / c \quad (4)$$

Вычисления удобно провести в два приема: сначала через известные величины найти числовое значение во внесистемных единицах, а затем перейти к вычислению в единицах СИ.

$$p = \sqrt{5(5 + 2 \cdot 0,51)} / c = 5,5 / c \text{ (МэВ)} = 5,5 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} / 3 \cdot 10^8 = 2,93 \cdot 10^{-21} \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1}$$

Ответ: $p = 2,93 \cdot 10^{-21}$ кг·м·с⁻¹

Пример 52. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность I_0 естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшается в четыре раза? Поглощением света пренебречь.

Решение.

После прохождения через поляризатор луч имеет интенсив-

ность $I_1 = 0,5I_0$. После прохождения луча через анализатор его интенсивность будет $I_2 = I_1 \cdot \cos^2 \alpha = 0,5 \cdot I_0 \cdot \cos^2 \alpha$. По условию $I_2/I_1 = 0,25$. Тогда $\cos^2 \alpha = 0,25 / 0,5 = 1/2$; $\cos \alpha = \sqrt{2}/2$; $\alpha = 45^\circ$

5.6. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

045. В опыте Юнга на пути одного из интерференционных лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полосой. Луч падает на пластинку перпендикулярно. Показатель преломления пластинки 1,5. Длина волны 600 нм. Какова толщина пластинки $[6 \cdot 10^{-6} \text{ м}]$

046. В установке для наблюдения колец Ньютона пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Определить показатель преломления жидкости если в проходящем свете радиус третьего светлого кольца 3,65 мм. Радиус кривизны линзы 10 м. Длина волны света 589 нм. $[1,33]$

047. Зрительная труба гониометра с дифракционной решеткой поставлена под углом 20° к оси коллиматора. При этом в поле зрения трубы видна красная линия спектра гелия ($\lambda_1 = 668 \text{ нм}$). Чему равна постоянная дифракционной решетки, если под тем же углом видна и синяя линия ($\lambda_2 = 447 \text{ нм}$) более высокого порядка? Наибольший порядок спектра, наблюдаемый при помощи решетки, 5. Свет падает на решетку нормально $[3,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}]$

048. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный ($n = 1,5$) сосуд, и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при падении его на дно сосуда под углом $42^\circ 37'$. Найти: 1) показатель преломления жидкости; 2) под каким углом должен падать на дно сосуда с жидкостью луч света чтобы наступило полное внутреннее отражение $[1,63; 66^\circ 56']$

049. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их главными плоскостями равен α . Как поляризатор, так и анализатор отражают 8% падающего на них света. Интенсивность луча, вышедшего из анализатора, равна 9% интенсивности естественного света,

падающего на поляризатор Найти угол α $[62^\circ 32']$

050. Какую долю скорости света должна составлять скорость частицы, чтобы ее кинетическая энергия была равна энергии покоя этой частицы $[86,67 \ %]$

5.7. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5

81. На пути пучка света поставлена стеклянная пластина толщиной $d = 10^{-3}$ м так, что угол падения луча $i_1 = 30^\circ$. На сколько изменится оптическая длина пути светового пучка? $[5,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}]$

82. На мыльную пленку с показателем преломления $n = 1,33$ падает по нормали монохроматический свет с $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м. В результате интерференции отраженный свет имеет max яркость. Найти минимально возможную толщину $d_{\min}$ пленки $[1,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}]$

83. Радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_{\text{ТО2}} = 4 \cdot 10^{-4}$ м. Определить радиус R кривизны плосковыпуклой линзы, взятой для опыта, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 6,4 \cdot 10^{-7}$ м. $[0,125 \text{ м}]$

84. На пластину с щелью, ширина которой $a = 5 \cdot 10^{-5}$ м, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 7 \cdot 10^{-7}$ м. Определить угол ϕ отклонения лучей, соответствующий первому дифракционному максимуму. $[1^\circ 12']$

85. Дифракционная решетка, освещенная нормально падающим монохроматическим светом, отклоняет спектр третьего порядка на угол $\phi_1 = 30^\circ$. На какой угол ϕ_2 отклоняет решетка спектр четвертого порядка? $[41^\circ 50']$

86. Угол преломления луча в жидкости $i_2 = 35^\circ$. Определить показатель преломления n жидкости, если известно, что отраженный пучок света максимально поляризован. $[1,48]$

87. Каково уменьшение интенсивности света после прохождения через призму, если потери света составляют 10%? $[55\%]$

88. Вычислить энергию излучаемую за 60с с площади $S = 10^{-4} \text{ м}^2$ абсолютно черного тела температура которого $T = 10^3 \text{ К}$ $[340 \text{ Дж}]$

89. Диаметр вольфрамовой спирали в лампочке равен 0,3мм, длина спирали 5см. При включении лампочки в цепь напряжением 127В через лампочку течет ток силой 0,31А. Найти тем-

- температуру лампочки. Считать, что при установлении равновесия все выделяющееся в нити тепло теряется в результате лучеиспускания. Отношение энергетических светимостей вольфрама и абсолютно черного тела для этой температуры 0,31. [2500К]
90. Максимум энергии излучения абсолютно черного тела приходится на $\lambda_m = 6 \cdot 10^{-7}$ м. Определить температуру тела [4820 К]
91. Определить энергию, массу и импульс фотона с длиной волны $\lambda = 1,24 \cdot 10^{-9}$ м [1,6·10⁻¹⁶ Дж; 1,78·10⁻³³ кг; 5,35·10⁻²⁵ кг·м·с⁻¹]
92. На пластину падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 4,2 \cdot 10^{-7}$ м. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов $U = 0,95$ В. Определить работу A выхода электронов с поверхности пластины. [3,2·10⁻¹⁹ Дж].
93. На цинковую пластину падает пучок ультрафиолетового излучения ($\lambda = 2 \cdot 10^{-7}$ м). Определить максимальные: кинетическую энергию и скорость фотоэлектронов [2,2эВ; 8,8·10⁵ м·с⁻¹]
94. Определить $\vartheta_{\max}$ для фотоэлектрона, вырванного с поверхности металла γ -квантом с энергией $\epsilon = 1,53$ МэВ [2,91·10⁸ м·с⁻¹]
95. Определить угол Θ рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны при комптоновском рассеянии $\Delta\lambda = 3,63 \cdot 10^{-12}$ м. [120°]
96. Поток энергии излучаемой электрической лампой $\Phi = 600$ Вт. На расстоянии $r = 1$ м от лампы перпендикулярно падающим лучам расположено круглое плоское зеркальце диаметром $d = 2$ см. Определить силу F светового давления на зеркальце. Лампу рассматривать как точечный изотропный излучатель. [10⁻¹⁰ Н]
97. Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 6,63 \cdot 10^{-7}$ м падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление $p = 3 \cdot 10^{-7}$ Па. Определить концентрацию n фотонов в световом пучке [10¹² м⁻³]
98. При какой скорости ϑ релятивистская масса частицы в $k = 3$ раза больше массы покоя этой частицы? [2,83·10⁸ м·с⁻¹]
99. До какой энергии можно ускорить частицы в циклотроне, если относительное увеличение массы частицы не должно превышать 5%? Задачу решить для: 1) электронов, 2) протонов,

3) дейтонов [1) $2,56 \cdot 10^4$ эВ; 2) 47 МэВ; 3) 94 МэВ]

100. Электроны, вылетающие из циклотрона, обладают кинетической энергией 0,67 МэВ. Какую долю скорости света составляет скорость этих электронов [$\beta = 0,9$]

6. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА И АТОМНАЯ ФИЗИКА

6.1. ТЕОРИЯ АТОМА ВОДОРОДА ПО БОРУ

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний): в атоме существуют не изменяющиеся со временем состояния, в которых он не излучает энергии. Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. Движение электронов по стационарным орбитам не сопровождается излучением электромагнитных волн. В стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, имеет дискретные квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию $m_e \cdot v \cdot r_n = n \hbar$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) где v - скорость электрона массой m_e на n -й орбите радиуса r_n .

Второй постулат Бора (правило частот): при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией равной разности энергий стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения)

$$h\nu = E_n - E_m$$

При $E_m < E_n$ происходит излучение фотона (переход атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией - переход электрона с удаленной от ядра орбиты на ближнюю). при $E_m > E_n$ происходит поглощение фотона (переход атома в состояние с большей энергией, переход электрона на более удаленную от ядра орбиту). Набор дискретных частот $\nu = (E_n - E_m)/h$ квантовых переходов определяет линейчатый спектр атома.

Постулаты, выдвинутые Бором, позволили рассчитать спектр атома водородоподобных систем - систем, состоящих из ядра с зарядом $Z \cdot e$ и одного электрона (например, H, ионы He^+ , Li^{2+}).

Для атома водорода ($Z = 1$) радиус первой орбиты электрона при $n=1$, называемый первым боровским радиусом (r_1), равен

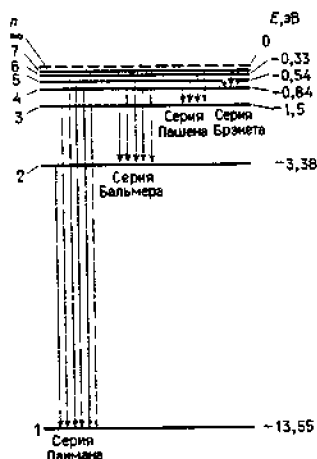
$$r_1 = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / m_e \cdot e^2 = 5,28 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

Для радиуса n -й стационарной орбиты $r_n = n^2 \cdot r_1$ ($n = 1, 2, 3 \dots$)

Энергия электрона для радиуса n - орбиты $E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m_e e^4}{8 h^2 \varepsilon_0^2}$

В формуле для энергии электрона ($n = 1, 2, 3 \dots$), а знак минус означает, что электрон находится в связанном состоянии.

Энергетические состояния атома образуют последовательность энергетических уровней, изменяющихся в зависимости от величины n . Целое число n , определяющее энергетические уровни атома, называется главным квантовым числом. Основным состоянием служит энергетическое состояние с $n=1$. Состояния с $n > 1$ являются возбужденными. Придавая n различные целочисленные значения, получим для атома водорода возможные уровни энергии, схематически представленные на рис.36. **Рис.36**



Из рис.36 видно, что энергия атома водорода с увеличением n возрастает и энергетические уровни сближаются к границе, соответствующей значению $n = \infty$. Атом водорода обладает минимальной энергией ($E_1 = -13,55$ эВ) при $n = 1$ и максимальной ($E_\infty = 0$) при $n = \infty$, т.е. $E_\infty = 0$ соответствует ионизации атома (удалению электрона из атома или отрыву от него электрона).

По теории Бора спектральные серии атома водорода соответствуют излучению, возникающему в результате перехода атома в данное состояние из возбужденных состояний, расположенных выше данного. Приведенные на рис.36 серии в спектре атома водорода описываются одной формулой, называемой обобщенной формулой Бальмера

$$\nu = Z \cdot R_v \left[\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad \frac{1}{\lambda} = Z \cdot R_\lambda \left[\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad R_v = R_\lambda \cdot c \quad n = k + 1$$

где постоянная Ридберга: $R_\lambda = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}$; $R_v = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$

Формула Мозли (частота рентгеновских характеристических лучей)

$$\nu = (Z - b)^2 \cdot R_v \left[\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right]$$

где Z – порядковый номер элемента, из которого сделан антикатод,

b – постоянная экранирования.

6.2. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

Формула де Бройля справедлива для любой частицы с импульсом p

$$\lambda = h/p \quad W = h \cdot \nu \quad p = h/\lambda = \sqrt{2m_0 W} = \sqrt{W_K (W_K + 2W_0)} / c$$

Как видим количественные соотношения, связывающие корпускулярные (энергия E , импульс p) и волновые (частота ν , длина волны λ) такие же, как для фотонов. Важно другое, гипотеза де Бройля постулирована для всех других микрочастиц, обладающих массой покоя.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга

для координаты и импульса $\Delta p_X \Delta x \geq \hbar$

где Δp_X - неопределенность проекции импульса на ось X ;

Δx - неопределенность координаты;

для энергии и времени

$$\Delta W \cdot \Delta t \geq \hbar$$

где ΔW - неопределенность энергии; Δt - время жизни квантовой системы в данном энергетическом состоянии; $\hbar = h / 2\pi$.

Уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (W - U) \cdot \psi = 0$$

где ψ - волновая функция, описывающая состояние частицы; m - масса; W и U – полная и потенциальная энергия частицы.

Вероятность обнаружения частицы в интервале от x_1 до x_2

$$\varpi = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(x)|^2 dx$$

Плотность вероятности $d\varpi(x) / dx = |\Psi(x)|^2$

где $d\varpi(x)$ - вероятность того, что частица может быть обнаружена вблизи точки с координатой x на участке dx .

Решение уравнения Шредингера для одномерного, бесконечно глубокого, прямоугольного потенциального ящика:

Собственные значения : энергии $W_n = n^2 \cdot \pi^2 \cdot \hbar^2 / 2 \cdot m \cdot l^2$

и нормированной волновой функции $\psi_n(x) = \sqrt{2/l} \sin \pi n x / l$

где n - квантовое число ($n = 1, 2, 3 \dots$); l – ширина ящика.

В области $0 \leq x \leq l$ $U = \infty$ и $\psi(x) = 0$.

6.3. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Принцип причинности В квантовой механике начальное состояние ψ_0 есть причина, а состояние ψ в последующий момент-следствие т.е. задание функции ψ_0 предопределяет ее значения для последующих моментов. Состояние системы микрочастиц однозначно вытекает из предшествующего состояния. В классической физике состояние механической системы в начальный момент времени с известным законом взаимодействия частиц есть причина, а ее состояние в последующий момент - следствие.

Принцип соответствия Бора Всякая новая, более общая теория, являющаяся развитием классической, не отвергает ее полностью, а включает в себя классическую теорию, указывая границы ее применения, причем в определенных предельных случаях новая теория переходит в старую. Так, формулы кинетики и динамики специальной теории относительности переходят при $v \ll c$ в формулы механики Ньютона. Например, хотя гипотеза де Бройля приписывает волновые свойства всем телам, но в тех случаях, когда мы имеем дело с макроскопическими телами, их волновыми свойствами можно пренебречь, т.е. применять классическую механику Ньютона.

Принцип тождественности Состояния системы частиц, получающиеся друг из друга перестановкой тождественных частиц местами, нельзя различить ни в каком эксперименте, и такие состояния должны рассматриваться как одно физическое состояние. Принцип тождественности является одним из основных различий между класси-

ческой и квантовой механикой. В классической механике можно проследить за движением отдельных частиц по траекториям и таким образом отличить частицы друг от друга. В квантовой механике тождественные частицы полностью лишены индивидуальности. Состояние таких частиц описывается с помощью волновой функции Ψ , которая позволяет определить лишь вероятность нахождения одной частицы в данной точке пространства.

Принцип Паули В каждом квантовом состоянии не может находиться более одного электрона, что приводит к образованию в сложном атоме электронных оболочек заполняющихся заданным образом.

6.4. РАДИОАКТИВНОСТЬ.

Радиоактивный распад – естественное радиоактивное превращение ядер происходящее самопроизвольно. Атомное ядро, испытывающее радиоактивный распад называется материнским, возникающее ядро – дочерним. Радиоактивные вещества испускают α , β и γ -лучи. α - лучи – поток положительно заряженных частиц (двукратно ионизированные атомы гелия); β - лучи – поток электронов; γ -лучи электромагнитные волны коротковолнового диапазона. Правилами смещения позволяют установить какое ядро возникает в результате радиоактивного распада данного материнского ядра

для α - распада
$${}_Z^AX = {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_2^4\text{He}$$

для β - распада
$${}_Z^AX = {}_{Z+1}^AY + {}_{-1}^0e$$

Эффект Мёссбауэра Явление упругого испускания (поглощения) γ -квантов атомными ядрами, связанными в твердом теле, не сопровождающееся изменением внутренней энергии тела.

Закон радиоактивного распада $N = N_0 e^{-\lambda t}$ $dN = -\lambda N dt$
где N_0 - число ядер в начальный момент ($t = 0$); N - число ядер, не распавшихся к моменту времени t ; λ - постоянная распада.

Число ядер $dN = \Delta N$ распадающихся за интервал времени $dt = \Delta t$

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 \cdot (1 - e^{-\lambda t})$$

при $\Delta t \ll T_{1/2}$ $\Delta N = \lambda \cdot N \cdot \Delta t$

Период полураспада $T_{1/2}$ – промежуток времени, в течение которого распадается половина количества радиоактивного ве-

щества, имевшегося в начальный момент времени ($t = 0$).

Зависимость периода полураспада от постоянной радиоактивного распада $T_{1/2} = (\ln 2) / \lambda = 0,693 / \lambda$

Среднее время τ жизни ядра (интервал времени, за который число не распавшихся ядер уменьшается в e раз) $\tau = 1 / \lambda$

Число N атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе

$$N = m \cdot N_A / \mu$$

где m - масса изотопа; μ - молярная масса; N_A - число Авогадро

Активность A радиоактивного изотопа $A = - dN / dt = \lambda N$

Удельная активность радиоактивного изотопа $a = A / m$

6.5. СТРОЕНИЕ АТОМНОГО ЯДРА

Атомное ядро состоит из нуклонов: протонов и нейтронов.

В ядре число нуклонов равно массовому числу A , протонов Z – порядковому номеру элемента в периодической таблице Менделеева. Следовательно, число нейтронов в ядре $N = A - Z$.

Ядра с одинаковыми Z , но разными $A(N)$ называются изотопами, с одинаковыми A , но разными $Z (N)$ называются изобарами

Масса ядра $m_{\text{я}}$ меньше массы нейтрального атома m_A на массу электронов, входящих в состав электронной оболочки атома

$$m_{\text{я}} = m_A - Z \cdot m_e$$

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}} \quad \Delta m = Zm_H + (A - Z)m_n - m_A$$

где Δm - дефект массы ядра; m_p - масса протона; m_n - масса нейтрона; m_H - масса водорода ${}^1_1\text{H}$; m_A - масса данного изотопа

Энергия связи ядра $\Delta W = \Delta m \cdot c^2 = \Delta m [\text{a.e.m.}] \cdot 931 \text{ МэВ}$

Энергия связи ядра, отнесенная к одному нуклону $W_y = \Delta W / A$

Изменение энергии при ядерной реакции можно определить

$$\Delta W = c^2 \cdot (\Sigma m_1 - \Sigma m_2)$$

где Σm_1 – сумма масс частиц до реакции и Σm_2 - сумма масс частиц после реакции. Если $\Sigma m_1 > \Sigma m_2$, то реакция идет с выделением энергии, если $\Sigma m_1 < \Sigma m_2$, то с поглощением энергии.

Спин ядра – складывается из спинов нуклонов и орбитальных

моментов импульса нуклона $L_{\text{я}} = \hbar \sqrt{I \cdot (I + 1)}$

где I – спиновое ядерное квантовое число ($I = 0; 1/2; 1; 3/2 \dots$)

6.6. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В природе существуют четыре типа фундаментальных взаимодействий: сильное, электромагнитное, слабое, гравитационное. Сильное (ядерное) взаимодействие обуславливает связь протонов и нейтронов в ядрах атомов, обеспечивая исключительную прочность этих образований, лежащую в основе стабильности вещества в земных условиях.

Электромагнитное взаимодействие характеризуется как взаимодействие, в основе которого лежит связь с электромагнитным полем. Оно характерно для всех элементарных частиц, за исключением нейтрино, антинейтрино и фотона. Электромагнитное взаимодействие ответственно за существование атомов и молекул, обуславливая взаимодействие в них положительно заряженных ядер и отрицательно заряженных электронов.

Слабое взаимодействие - наиболее медленное из всех взаимодействий протекающих в микромире. Оно ответственно за взаимодействие частиц, происходящих с участием нейтрино или антинейтрино (например, α -распад, β -распад), а также за безнейтринные процессы распада, характеризующиеся довольно большим временем жизни распадающейся частицы ($\tau \geq 10^{-10}$ с).

Гравитационное взаимодействие присуще всем без исключения частицам, однако из-за малости масс элементарных частиц оно пренебрежимо мало и для микротел несущественно.

Сильное взаимодействие примерно в 100 раз превосходит электромагнитное и в 10^{14} раз – слабое. Чем сильнее взаимодействие, тем с большей интенсивностью протекают процессы. Как сильное, так и слабое взаимодействия – короткодействующие. Радиус действия сильного взаимодействия составляет $\sim 10^{-15}$ м, слабого- не превышает 10^{-19} м. Радиус действия электромагнитного взаимодействия практически не ограничен.

Элементарные частицы принято делить на три группы

- 1) фотоны - группа состоит всего лишь из одной частицы - фотона - кванта электромагнитного излучения
- 2) лептоны (легкие частицы), участвующие только в электро-

магнитном и слабом взаимодействиях. К лептонам относятся электронное и мюонное нейтрино, электрон, мюон и τ -лептон.

3) адроны (тяжелые частицы), обладающие сильным взаимодействием наряду с электромагнитным и слабым. К адронам относятся: протон, нейтрон, пионы и каоны.

Для всех типов взаимодействия элементарных частиц выполняются законы сохранения энергии, импульса, момента импульса и электрического заряда. В соответствии с принципом зарядового сопряжения для каждой элементарной частицы должна существовать античастица (электрон – позитрон и т.д.).

6.7. КВАНТОВАЯ СТАТИСТИКА

Квантовая статистика – раздел статистической физики, исследующей системы, состоящие из большого числа квантовых частиц.

Энергия (или уровень) Ферми в металле при $T = 0 \text{ К}$

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 \cdot n)^{2/3}$$

где n - концентрация электронов в металле.

Распределение свободных электронов в металле по энергиям

при 0 К и $\varepsilon < \varepsilon_F$

$$dn(\varepsilon) = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} d\varepsilon$$

где $dn(\varepsilon)$ - концентрация электронов, энергия которых заключена в пределах от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$; m - масса электрона.

Средняя энергия квантового одномерного осциллятора

$$\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon_0 + \frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1}$$

где $\varepsilon_0 = \hbar\omega / 2$ - нулевая энергия; k - постоянная Больцмана.

Молярная внутренняя энергия системы, состоящей из невзаимодействующих квантовых осцилляторов

$$U_m = U_{0m} + 3R \cdot \Theta_E / [\exp(\Theta_E/T) - 1]$$

где $\Theta_E = \hbar\omega / k$ - характеристическая температура Эйнштейна;

$U_{0m} = 2R \cdot \Theta_E / 3$ - молярная нулевая энергия (по Эйнштейну).

Предельный закон Дебая - молярная теплоемкость кристаллического твердого тела в области низких температур ($T \ll \theta_D$)

$$C_m = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 = 234 \cdot R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3$$

Внутренняя контактная разность потенциалов $U_{12} = (\varepsilon_{F1} - \varepsilon_{F2}) / e$

где ε_{F1} и ε_{F2} - энергия Ферми соответственно для первого и второго металлов; e - заряд электрона.

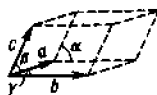
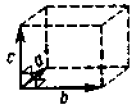
Сила тока в р-п переходе $I = I_0 [\exp(eU/kT) - 1]$

где I_0 - предельное значение силы обратного тока; U - внешнее напряжение, приложенное к р-п-переходу.

6.8. ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Кристаллической решеткой называется структура, для которой характерно регулярное расположение частиц с периодической повторяемостью в трех измерениях. Узлами называются точки, относительно которых частицы совершают колебания. Кристаллические тела делятся на две группы: монокристаллы, поликристаллы. Монокристаллы - твердые тела, частицы которых образуют единую кристаллическую решетку. Поликристаллы - тела имеющие мелкокристаллическую структуру состоящую из множества беспорядочно ориентированных малых кристаллических зерен. Анизотропность монокристаллов - зависимость физических свойств от направления. Закон постоянства

Таблица 10

Кристаллографическая система	Характеристика элементарной ячейки	Форма элементарной ячейки
Триклинная	$a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma$	
Моноклиническая	$a \neq b \neq c$, $\alpha = \beta = 90^\circ \neq \gamma$	
Ромбическая	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
Тетрагональная	$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
Ромбоэдрическая (тригональная)	$a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$	
Гексагональная	$a = b \neq c$, $\alpha = \beta = 90^\circ$ $\gamma = 120^\circ$	
Кубическая	$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	

ва углов Ломоносова- правиль- ная форма кристаллов связана с закономерным размещением час тиц образующих кристалл. Сим- метрия кристаллической решет- ки-ее свойство совме- щаться с собой при некоторых пространст венных перемеще- ниях, параллельных переносах, поворотах, отражениях или их комбинациях и др. С переносной симметрией в трехмерном пространстве связывают понятие трехмерной периодической структуры - пространственной решетки Бравэ. Всякая про- странственная решетка может быть составлена повторением в трех различных направлениях одного и того же структурного элемента - элементарной ячейки (табл.10).

6.9. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 53. Электрон в атоме водорода перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определить энергию испу- щенного при этом фотона.

Решение.

$$\text{Энергия фотона} \quad \varepsilon = h\nu \quad (1)$$

$$\text{Обобщенная формула Бальмера для водорода} \quad \nu = R_v \left[\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right]$$

(2)

где k - номер орбиты, на которую перешел электрон n - номер орбиты, с которой перешел электрон; $n=k+1$; $R_v = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$. Решая совместно (1-2) найдем энергию испущенного фотона

$$\varepsilon = h \cdot R_v \left[\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right] = E_i \cdot \left[\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad (3)$$

где $E_i = h \cdot R_v = 13,55 \text{ эВ}$ – энергия ионизации атома водорода.

Проверка размерности $[\text{Дж}] = \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{с}^{-1}$

Расчеты выполним во внесистемных единицах, и в системе СИ

$$\varepsilon = 13,55 \cdot (1/2^2 - 1/4^2) = 2,54 \text{ эВ} \quad \varepsilon = 2,54 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,06 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$\varepsilon = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3,29 \cdot 10^{15} \cdot (1/2^2 - 1/4^2) = 4,09 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

Как видим, ответы различаются примерно на 1%. Такая ошиб- ка в вычислениях допустима. В тоже время точнее вычисления производить в системе СИ. Ответ: $4,09 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$

Пример 54. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра ${}^7_3\text{Li}$

Решение.

Дефект массы $\Delta m = Zm_H + (A - Z) \cdot m_n - m_A$ (1)

Энергия связи ядра $\Delta W = \Delta m \cdot c^2 = \Delta m [\text{а.е.м.}] \cdot 931 \text{ МэВ}$ (2)

$m_n = 1,00867 \text{ а.е.м.}; m_H({}^1_1\text{H}) = 1,00783 \text{ а.е.м.}; m_A({}^7_3\text{Li}) = 7,01601$

а.е.м

$\Delta m = 3 \cdot 1,00783 + (7 - 3) \cdot 1,00867 - 7,01601 = 0,04216 \text{ а.е.м}$

Из табл.5 атомная единица массы $1 \text{ а.е.м} = 1,6605655(86) \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

$\Delta m = 0,04216 \cdot 1,660566 \cdot 10^{-27} = 7 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$

$\Delta W = 0,04216 \cdot 931 = 39,25 \text{ МэВ} = 39,25 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 6,28 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}$

Ответ: $\Delta m = 7 \cdot 10^{-29} \text{ кг}$ ($0,04216 \text{ а.е.м.}$); $\Delta W = 6,28 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}$ ($39,25 \text{ МэВ}$)

Пример 55. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U .

Найти длину волны де Бройля электрона для двух случаев:

1) $U_1 = 51 \text{ В}$; 2) $U_2 = 510 \text{ кВ}$.

Решение.

Длина волны де Бройля для электрона $\lambda = h / p$ (1)

Импульс электрона в классическом случае $p = h / \lambda = \sqrt{2m_0 W}$ (2)

в релятивистском случае $p = h / \lambda = \sqrt{W_K (W_K + 2W_0)} / c$ (3)

Решая совместно (1-3) находим длины волны де Бройля

Для классического случая (когда кинетическая энергия W частицы много меньше ее энергии) $\lambda = h / \sqrt{2m_0 W}$ (4)

Для релятивистского случая (когда кинетическая энергия

сравнима с энергией покоя частицы) $W_0 = m_0 \cdot c^2$ (5)

$\lambda = h \cdot c / \sqrt{W_K (W_K + 2W_0)}$ (6)

Для выбора расчетной формулы сравним с энергией покоя W_0 электрона кинетические энергии W электрона, прошедшего разности потенциалов $U_1 = 51 \text{ В}$ и $U_2 = 5,1 \cdot 10^5 \text{ В}$.

Кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U

$W_K = e \cdot U$ (7)

По условию задачи в первом случае $W_1 = 51 \text{ эВ} = 5,1 \cdot 10^{-5} \text{ МэВ}$,

что много меньше энергии покоя электрона $W_0 = 0,51 \text{ МэВ}$.

Следовательно, в этом случае можно применить формулу (4).

Во втором случае кинетическая энергия $W_2 = 5,1 \cdot 10^5 \text{ МэВ}$, т.е. равна энергии покоя электрона $W_0 = W_2$. В этом случае необходимо применить релятивистскую формулу (6).

Для удобства вычислений преобразуем формулы (4) и (6) с учетом оценочных вычислений $W_1 = 10^{-4} \cdot m_0 c^2$ и $W_2 = m_0 c^2$.

$$\lambda_1 = h / \sqrt{2m_0 \cdot 10^{-4} m_0 c^2} = 10^2 \cdot h / \sqrt{2} m_0 c = 10^2 \cdot \Lambda / \sqrt{2} = 1,71 \cdot 10^{-10}$$

м

$$\text{где из табл.5 } \Lambda = h / m_0 c = 6,526 \cdot 10^{-34} / 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8 = 2,43 \cdot 10^{-12}$$

м

$$\lambda_2 = h \cdot c / \sqrt{W_0(W_0 + 2W_0)} = h / \sqrt{3} m_0 c = \Lambda / \sqrt{3} = 1,4 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

Ответ: 1) $1,71 \cdot 10^{-10} \text{ м}$; 2) $1,4 \cdot 10^{-12} \text{ м}$; Λ -комптоновская длина волны

Пример 56. Кинетическая энергия электрона в атоме водорода составляет $W = 10 \text{ эВ}$. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры $l_{\min}$ атома.

Решение.

$$\text{Соотношение неопределенностей} \quad \Delta p_X \Delta x \geq \hbar \quad (1)$$

где Δp_X - неопределенность импульса; Δx - неопределенность координаты электрона; $\hbar = h / 2\pi$ - постоянная Планка.

Из соотношения неопределенностей Гейзенберга для координаты и импульса следует, что чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, а следовательно, и энергия частицы. Если атом имеет линейные размеры l , то электрон атома будет находиться в пределах области с неопределенностью $\Delta x = l/2$ (2)

$$\text{Решим совместно (1-2)} \quad (l/2) \cdot \Delta p_X \geq \hbar \quad l \geq 2 \hbar / \Delta p_X$$

(3)

Физически разумная неопределенность импульса Δp_X не должна превышать значения самого импульса p_X , т.е. $\Delta p_X \leq p_X$

(4)

$$\text{Связь импульса } p_X \text{ с кинетической энергией} \quad p_X = \sqrt{2mW} \quad (5)$$

Решая совместно (2-5) находим $l_{\min} \geq 2\hbar / \sqrt{2mW}$

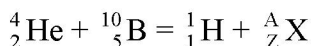
(6)

$$[m] = \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{кг}^{1/2} \cdot \text{Дж}^{1/2} = \text{Н}^{1/2} \cdot \text{м}^{1/2} \cdot \text{с} / \text{кг}^{1/2} = \text{кг}^{1/2} \cdot \text{м}^{1/2} \cdot \text{с} / \text{кг}^{1/2} \cdot \text{с}$$

$$l_{\min} \geq 2 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34} / \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Пример 57. При соударении α - частицы с ядром бора ${}^{10}_5\text{B}$ произошла ядерная реакция в результате которой образовалось два новых ядра. Одно из них - ядро атома водорода ${}^1_1\text{H}$. Определить порядковый номер, массовое число второго ядра, записать уравнение ядерной реакции и определить ее энергетический эффект

Решение.



Применим законы сохранения ${}_2^4\text{He} + {}^{10}_5\text{B} = {}^1_1\text{H} + {}^{13}_6\text{C}$

Изменение энергии при ядерной реакции $\Delta W = c^2 \cdot (\Sigma m_1 - \Sigma m_2)$

$$\Delta W = 931 \cdot [(4,0026 + 10,01294) - (1,00783 + 13,00335)] = 4,06 \text{ МэВ}$$

Ядерная реакция идет с выделением энергии.

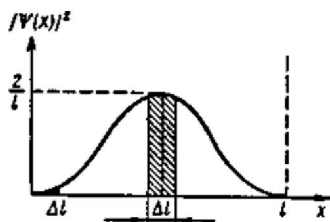
Пример 58. Волновая функция $\psi(x) = \sqrt{2/l} \sin(\pi x/l)$ описывает основное состояние частицы в бесконечно глубоком прямоугольном ящике шириной l . Вычислить вероятность нахождения частицы в малом интервале $\Delta l = 0,01l$ в случаях: 1) вблизи стенки ($0 \leq x \leq \Delta l$); 2) в средней части ящика ($l/2 - \Delta l/2 \leq x \leq l/2 + \Delta l/2$).

Решение.

Вероятность, что частица будет обнаружена в интервале от x до $x + dx$ пропорциональна этому интервалу и квадрату модуля волновой функции описывающей данное состояние

Рис.37

$$d\varpi = |\Psi(x)|^2 dx \quad (1)$$



В первом случае (вблизи стенки) искомая вероятность найдется интегрированием в пределах от 0 до $0,01l$ (рис.37):

$$\varpi = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \sin^2 \frac{\pi}{l} x \cdot dx \quad (2)$$

Знак модуля опущен, так как Ψ - функция в данном случае не является комплексной. x изменяется в интервале ($0 \leq x \leq \Delta l$) и, следовательно $\pi x / l \ll 1$, справедливо приближенное равенство

$$\sin^2 \pi x / l \approx (\pi x / l)^2 \quad (3)$$

Решая (1-3) найдем $\varpi_1 = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \left(\frac{\pi}{l} x\right)^2 \cdot dx = \frac{2\pi^2}{l^3} \int_0^{0,01l} x^2 dx \quad (4)$

После интегрирования получим $\varpi_1 = \frac{2}{3} \pi^2 \cdot 10^{-6} = 6,6 \cdot 10^{-6} \quad (5)$

Во втором случае можно обойтись без интегрирования, так как квадрат модуля волновой функции вблизи ее максимума в заданном малом интервале ($l = 0,01l$) практически не изменяется.

Искомая вероятность во втором случае $\varpi_2 = |\Psi(l/2)|^2 \Delta l \quad (6)$

$$\varpi_2 = \frac{2}{l} \left(\sin \frac{\pi}{l} \frac{l}{2}\right)^2 \Delta l = \frac{2}{l} \cdot 0,01l = 0,02 \quad (7)$$

Ответ: $\varpi_1 = 6,6 \cdot 10^{-6}$ $\varpi_2 = 0,02$

Пример 59. Определить начальную активность A_0 радиоактивного препарата магния $^{27}_{12}\text{Mg}$ массой $m = 0,2$ мкг и его активность A через $t = 6$ ч. Период полураспада магния $T_{1/2} = 10$ мин.

Решение.

Активность препарата в момент времени t $A = \lambda \cdot N_0 e^{-\lambda t} \quad (1)$

Начальная активность препарата при $t = 0$ $A_0 = \lambda \cdot N_0 \quad (2)$

Постоянная радиоактивного распада $\lambda = 0,693 / T_{1/2} \quad (3)$

Число N_0 радиоактивных ядер, содержащихся в изотопе, равно $N_0 = \nu \cdot N_A = m \cdot N_A / \mu \quad (4)$

где m - масса изотопа; μ - молярная масса.

Решая совместно (1-4) находим искомые формулы

$$A_0 = \frac{m}{\mu} \frac{0,693}{T_{1/2}} N_A \quad A = A_0 \exp\left(-\frac{0,693}{T_{1/2}} t\right)$$

$$A_0 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 0,693 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} / 27 \cdot 10^{-3} \cdot 600 = 5,15 \cdot 10^{15} \text{ Бк}$$

$$A = A_0 \cdot \exp(-0,693 \cdot 2,16 \cdot 10^4 / 600) = 5,15 \cdot 10^{15} \cdot 1,46 \cdot 10^{-11} = 7,52 \cdot 10^4 \text{ Бк}$$

Ответ: $5,15 \cdot 10^{15} \text{ Бк}$; $7,52 \cdot 10^4 \text{ Бк}$

Пример 60. Вычислить максимальную энергию ε_F , которую могут иметь свободные электроны в меди при $T = 0 \text{ К}$. На каждый атом меди приходится по одному валентному электрону.

Решение.

Энергия Ферми ε_F связана с концентрацией n электронов ф-

$$\text{лой} \quad \varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 \cdot n)^{2/3} \quad (1)$$

$$\text{Концентрация свободных электронов} \quad n = \rho \cdot N_A / \mu \quad (2)$$

где ρ - плотность меди; μ - молярная масса; N_A - число Авогадро.

$$\text{Решая совместно (1-2) получим} \quad \varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(3\pi^2 \rho \frac{N_A}{\mu} \right)^{2/3}$$

(3)

$$\text{Проверка размерности} \quad [\text{Дж}] = \frac{\text{Дж}^2 \cdot \text{с}^2 \cdot \text{кг}^{2/3} \cdot \text{моль}^{2/3}}{\text{кг} \cdot \text{кг}^{2/3} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{моль}^{2/3}} = \frac{\text{Дж}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}}$$

$$\varepsilon_F = (1,05 \cdot 10^{-34} / 2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}) \cdot (3\pi^2 \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{-23} / 64 \cdot 10^{-3})$$

$$= 1,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \quad \text{Ответ: } 1,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$$

6.10. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

51. Найти наименьшую и наибольшую длину волн спектральных линий водорода в видимой области спектра $[3,65 \cdot 10^{-7}; 6,56 \cdot 10^{-7} \text{ м}]$

52. Найти 1) наибольшую длину волны в ультрафиолетовой серии спектра водорода? 2) какую наименьшую скорость должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами электронов появилась эта линия? $[1,21 \cdot 10^{-7}; 1,9 \cdot 10^{-6} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}]$

53. Какую 1) наименьшую энергию должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов

появились все линии всех серий спектра водорода? 2) наименьшую скорость должны иметь эти электроны $[13,55 \text{ эВ}; 2,2 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}]$

54. Найти постоянную экранирования для L -серии, если известно, что при переходе электрона в атоме вольфрама с M– на L–слой испускаются рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda = 143 \text{ пм}$ $[5,5]$

55. Кинетическая энергия α - частицы, вылетающей из ядра атома радия при радиоактивном распаде, равна 4,78 МэВ. Найти: 1) скорость α - частицы; 2) полную энергию, выделяющуюся при вылете α - частицы $[1,52 \cdot 10^7 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}; 4,87 \text{ МэВ}]$

56. Найти энергию связи ядер: 1) ${}^3_1\text{H}$; 2) ${}^3_2\text{He}$. Какое из этих ядер наиболее устойчивое $[8,5 \text{ МэВ}; 7,7 \text{ МэВ}]$

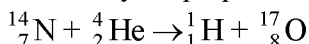
57. При бомбардировке изотопа ${}^{23}_{11}\text{Na}$ дейтонами образуется β - радиоактивный изотоп ${}^{24}_{11}\text{Na}$. Счетчик при первом измерении сделал 170 оборотов за 1 минуту, а через сутки 56 оборотов за 1 минуту. Найти период полураспада изотопа ${}^{24}_{11}\text{Na}$ $[15 \text{ час}]$

58. Найти энергию, освобождающуюся при ядерной реакции



59. Какую массу воды можно нагреть от 0°C до кипения, если использовать все тепло, выделяющееся при реакции ${}^7_3\text{Li}$ (p , α), при полном разложении 1 г лития? $[5,7 \cdot 10^5 \text{ кг}]$

60. Найти энергию, поглощенную при реакции $[1,18 \text{ МэВ}]$



6.11. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №6

101. Определить энергию ϵ фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на основной. $[12,1 \text{ эВ}]$

102. Определить первый потенциал возбуждения U_1 атома водорода. $[10,2 \text{ В}]$

103. Вычислить длину волны де Бройля для электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов $U=22,5 \text{ В}$ $[2,58 \cdot 10^{-10} \text{ м}]$

104. Вычислить длину волны де Бройля λ для протона, движущегося со скоростью $v=1,5 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ $[1,3 \cdot 10^{-10} \text{ м}]$

щегося со скоростью $v = 0,6 \text{ с} [1,76 \cdot 10^{-15} \text{ м}]$

105. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию $W_{\min}$ электрона, движущегося внутри сферической области диаметром $d = 10^{-10} \text{ м}$ $[15 \text{ эВ}]$

106. Определить относительную неопределенность $\Delta p / p$ импульса движущейся частицы, если допустить, что неопределенность ее координаты равна длине волны де Бройля. $[0,16]$

107. Электрон находится в прямоугольном потенциальном ящике с непроницаемыми стенками. Ширина ящика $l = 0,2 \text{ нм}$, энергия электрона в ящике $W = 37,8 \text{ эВ}$. Определить номер n энергетического уровня и модуль волнового вектора k $[2; 3,14 \cdot 10^{10} \text{ м}]$

108. Частица в потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность обнаружения частицы: в средней трети ящика? в крайней трети ящика? $[0,609; 0,195]$

109. Вычислить энергию связи $\Delta W_{\text{св}}$ ядра дейтерия ${}^2_1\text{H}$ и трития ${}^3_1\text{H}$. $[2,22 \text{ МэВ}; 8,47 \text{ МэВ}]$

110. Вычислить энергетический эффект ΔW реакции ${}^9_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + {}^1_0\text{n}$ $[5,71 \text{ МэВ}]$

111. Вычислить энергетический эффект ΔW реакции ${}^6_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^4_2\text{He}$ $[4,03 \text{ МэВ}]$

112. Определить число N атомов радиоактивного препарата иода ${}^{131}_{53}\text{I}$ массой $m = 0,5 \text{ мг}$, распавшихся в течение времени: 1) $t_1 = 1 \text{ мин}$; 2) $t_2 = 7 \text{ сут.}$ $[1,38 \cdot 10^{11}; 1,04 \cdot 10^{15}]$

113. Реакция разложения дейтона γ -лучами ${}^2_1\text{H} + h\nu \rightarrow {}^1_1\text{H} + {}^1_0\text{n}$. Найти массу нейтрона по следующим данным: энергия γ -лучей равна $2,66 \text{ МэВ}$, а энергия вылетающих протонов, измененная по производимой ими ионизации, равна $0,22 \text{ МэВ}$. Энергию нейтрона считать равной энергии протона $[1,00899 \text{ а.е.м}]$

114. Определить активность A радиоактивного препарата стронция ${}^{90}_{38}\text{Sr}$ массой $m = 0,1 \text{ мг}$. $[5,43 \cdot 10^5 \text{ Бк}]$

115. Урановые копи содержат смесь трех изотопов: ${}^{234}_{92}\text{U}$, ${}^{235}_{92}\text{U}$,

$^{238}_{92}\text{U}$. Содержание $^{234}_{92}\text{U}$ примерно 25%, на долю $^{235}_{92}\text{U}$ приходится 33 %, а остальную массу составляет $^{238}_{92}\text{U}$. Периоды полураспада этих изотопов соответственно равны $2,5 \cdot 10^5$ лет, $7,1 \cdot 10^8$ лет и $4,5 \cdot 10^9$ лет. Вычислить процентную долю радиоактивности, вносимую каждым изотопом в общую радиоактивность.

116. Определить частоту ν колебаний атомов серебра по теории теплоемкости Эйнштейна, если характеристическая температура серебра $\Theta_E = 165 \text{ K}$. [$3,44 \cdot 10^{12} \text{ Гц}$]

117. Определить среднюю энергию $\langle \epsilon \rangle$ линейного одномерного квантового осциллятора при $\Theta_E = 200 \text{ K}$ [$1,61 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$]

118. Определить теплоту Q , необходимую для нагревания кристалла меди массой $m = 100 \text{ г}$ от $T_1 = 10 \text{ K}$ до $T_2 = 20 \text{ K}$. Характеристическая температура Дебая для меди $\Theta_D = 320 \text{ K}$. Считать условие $T_2 \ll \Theta_D$ выполненным. [$3,48 \text{ Дж}$]

119. Металл находится при температуре 0 K . Определить относительное число электронов, энергии которых отличаются от энергии Ферми не более чем на 2%. [$0,03$]

120. Какая энергия выделится, если $^{27}_{13}\text{Al} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{30}_{14}\text{Si} + ^1_1\text{H}$

1) при реакции подвергаются превращению все ядра, находящиеся в 1 г алюминия? 2) Какую энергию надо затратить, чтобы осуществить это превращение, если известно, что при бомбардировке ядра алюминия α - частицами с энергией 8 МэВ только одна α - частица из $2 \cdot 10^6$ частиц вызывает превращение?

ПРИЛОЖЕНИЯ

I. Основные тригонометрические формулы

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}}$ $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}}$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$ $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{1}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$ $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{ctg}\alpha}$ $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$ $\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}}$ $\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}$ $\operatorname{ctg}\alpha \pm \operatorname{ctg}\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\sin\alpha \sin\beta}$	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \pm \sin\alpha \sin\beta$ $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \pm \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$ $\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg}\alpha \operatorname{ctg}\beta \pm 1}{\operatorname{ctg}\beta \pm \operatorname{ctg}\alpha}$ $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ $2\sin\alpha \sin\beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$ $2\cos\alpha \cos\beta = \cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)$ $2\sin\alpha \cos\beta = \sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)$ $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$
--	---

Значения тригонометрических функций некоторых углов

Аргумент α		$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$
0°	0	0	1	0	∞
30°	$\pi/6$	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}$
45°	$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1	1
60°	$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}/3$
90°	$\pi/2$	1	0	∞	0
180°	π	0	-1	0	$-\infty$

II. Некоторые математические формулы

Функция	Дифференцирование	Интегрирование
$x^n, n \neq -1$	$n \cdot x^{n-1}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
X^{-1}	e^x	$\ln x$
e^x	e^x	e^x
a^x	$a^x \cdot \ln a$	$\frac{a^x}{\ln a}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$x \cdot \ln x - x$
$\sin x$	$\cos x$	$-\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$	$\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$-\ln \cos x$
$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	$\ln \sin x$

$$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - a^{n-4}b^3 + a^{n-5}b^4 - a^{n-6}b^5 + \dots + b^{n-1})$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + a^{n-4}b^3 + a^{n-5}b^4 + a^{n-6}b^5 + \dots + b^{n-1})$$

$$(a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + b^{n-1}) = a^n + b^n$$

$$(a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1}) = a^n - b^n$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a+b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$$

$$(a+b+c+d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

$$(a+b-c-d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab - 2ac - 2ad - 2bc - 2bd + 2cd$$

Если дано квадратное уравнение в общем виде $ax^2 + bx + c = 0$, то

количество его решений зависит от дискриминанта $D=b^2-4ac$.
Если $D<0$, то уравнение решений не имеет.

Если $D=0$, то $x=-\frac{b}{2a}$.

Если $D>0$, то $x_{1,2}=\frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ или $x_{1,2}=\frac{-(b/2) \pm \sqrt{D/4}}{a}$

Последнюю формулу удобно употреблять при четном b .

$L=2\pi R=\pi D$ – длина окружности.

$S=4\pi R^2=\pi D^2$ – площадь поверхности сферы.

$S=\pi R^2=\frac{1}{4}\pi D^2$ – площадь круга.

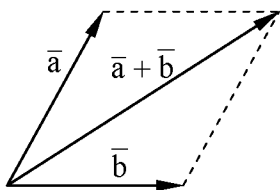
$S=2\pi Rh=\pi Dh$ – площадь боковой поверхности прямого цилиндра, высотой h .

$S=2\pi Rh+2\pi R^2=\pi Dh+\frac{1}{2}\pi D^2$ – площадь полной поверхности прямого цилиндра, высотой h .

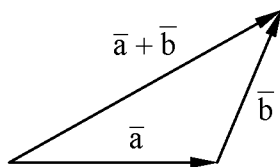
$V=\frac{4}{3}\pi R^2=\frac{1}{6}\pi D^2$ – объем шара.

$V=\pi R^2h$ – объем прямого цилиндра.

Элементы векторной алгебры

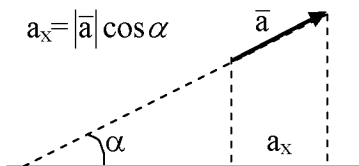


Правило параллелограмма

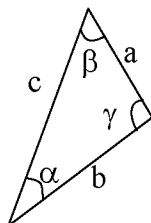


Правило треугольника

$$a_x = |\vec{a}| \cos \alpha$$



Проекция вектора на ось



Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Теорема косинусов

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

III. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,49 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,84 \cdot 10^8$ м

IV. Плотность твердых тел ρ (кг/м³)

Твердое тело	Плотность	Твердое тело	Плотность
Алюминий	$2,70 \cdot 10^3$	Медь	$8,93 \cdot 10^3$
Барий	$3,50 \cdot 10^3$	Никель	$8,90 \cdot 10^3$
Ванадий	$6,02 \cdot 10^3$	Свинец	$11,3 \cdot 10^3$
Висмут	$9,80 \cdot 10^3$	Серебро	$10,5 \cdot 10^3$
Железо	$7,88 \cdot 10^3$	Цезий	$1,90 \cdot 10^3$
Литий	$0,53 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

V. Плотность жидкостей ρ (кг/м³)

Жидкость	Плотность,	Жидкость	Плотность
Вода (при 4°C)	$1,00 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3$
Глицерин	$1,26 \cdot 10^3$	Спирт	$0,80 \cdot 10^3$
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$		

VI. Плотность газов ρ (кг/м³) (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м ³	Газ	Плотность, кг/м ³
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

VII. Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жид- кость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная пена	40	Спирт	22

VIII. Эффективный диаметр молекулы d (м)

Газ	Диаметр	Газ	Диаметр
Азот	$3,0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1,9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2,3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2,7 \cdot 10^{-10}$

IX. Диэлектрическая проницаемость ϵ

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Вода	81	Парафин	2,0
Масло	2,2	Стекло	7,0

X. Удельное сопротивление металлов ρ

Металл	Удельное со- противление, Ом·м	Металл	Удельное со- противление, Ом·м
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$

XI. Энергия ионизации E_i

Вещество	E_i , Дж	E_i , эВ
Водород	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Литий	$1,21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,4

XII. Подвижность ионов в газах j , $\text{м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$

Газ	Положительные ионы	Отрицательные ионы
Азот	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-4}$
Водород	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$
Воздух	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$

XIII. Показатель преломления n

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,47
Вода	1,33	Стекло	1,50

XIV. Работа выхода электронов A

Металл	A , Дж	A , эВ
Калий	$3,5 \cdot 10^{-19}$	2,2
Литий	$3,7 \cdot 10^{-19}$	2,3
Платина	$10 \cdot 10^{-19}$	6,3
Рубидий	$3,4 \cdot 10^{-19}$	2,1
Серебро	$7,5 \cdot 10^{-19}$	4,7
Цезий	$3,2 \cdot 10^{-19}$	2,0
Цинк	$6,4 \cdot 10^{-19}$	4,0

**XV. Относительные атомные массы A_r и
порядковые номера Z некоторых элементов**

Элемент	Символ	A_r	Z	Элемент	Символ	A_r	Z
Азот	N	14	7	Марганец	Mn	55	25
Алюминий	Al	27	13	Медь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молибден	Mo	96	42
Барий	Ba	137	56	Натрий	Na	23	11
Ванадий	V	51	23	Неон	Ne	20	10
Водород	H	1	1	Никель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелий	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Железо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сера	S	32	16
Калий	K	39	19	Серебро	Ag	108	47
Кальций	Ca	40	20	Углерод	C	12	6
Кислород	O	16	8	Уран	U	238	92
Магний	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

XVI. Массы атомов легких изотопов (а.е.м.)

Изотоп	Символ	Масса	Изотоп	Символ	Масса
Нейтрон	^1_0n	1,00867	Бериллий	^9_4Be	9,01219
Водород	^1_1H	1,00783		$^{10}_5\text{B}$	10,01294
	^2_1H	2,01410	Бор	$^{11}_5\text{B}$	11,00930
	^3_1H	3,01605		$^{12}_6\text{C}$	12,00000
Гелий	^3_2He	3,01603	Углерод	$^{13}_6\text{C}$	13,00335
	^4_2He	4,00260		$^{14}_6\text{C}$	14,00324
Литий	^6_3Li	6,01513	Азот	$^{14}_7\text{N}$	14,00307
	^7_3Li	7,01601	Кислород	$^{16}_8\text{O}$	15,99491
Бериллий	^9_4Be	9,01219		$^{17}_8\text{O}$	16,99913

XVII. Периоды полураспада радиоактивных изотопов $T_{1/2}$

Изотоп	Символ	Период полураспада
Магний	$^{27}_{12}\text{Mg}$	10 мин
Радон	$^{222}_{86}\text{Rn}$	3,8 сут
Иод	$^{131}_{53}\text{I}$	8 сут
Актиний	$^{225}_{89}\text{Ac}$	10 сут
Фосфор	$^{32}_{15}\text{P}$	14,3 сут
Полоний	$^{210}_{84}\text{Po}$	138 сут
Церий	$^{144}_{58}\text{Ce}$	285 сут
Кобальт	$^{60}_{27}\text{Co}$	5,3 лет
Стронций	$^{90}_{38}\text{Sr}$	27 лет
Радий	$^{226}_{86}\text{Ra}$	1620 лет
Уран	$^{238}_{92}\text{U}$	$4,5 \cdot 10^9$ лет

XVIII. Масса и энергия покоя некоторых частиц

<i>Частица</i>	M_0		E_0	
	Кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9,1 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
α -частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733
π -мезон	$2,41 \cdot 10^{-27}$	0,14498	$2,16 \cdot 10^{-11}$	135

XIX. Периодическая таблица Д.И. Менделеева

Период	Ряд	Группы				
		I	II	III	IV	V
1	1	H ¹ 1,00797 Водород				
2	2	Li ³ 6,939 Литий	Be ⁴ 9,0122 Бериллий	B ⁵ 10,811 Бор	C ⁶ 12,01115 Углерод	N ⁷ 14,0067 Азот
3	3	Na ¹¹ 22,9898 Натрий	Mg ¹² 24,31 Магний	Al ¹³ 26,9815 Алюминий	Si ¹⁴ 28,086 Кремний	P ¹⁵ 30,9738 Фосфор
4	4	K ¹⁹ 39,102 Калий	Ca ²⁰ 40,08 Кальций	Sc ²¹ 44,956 Скандий	Ti ²² 47,90 Титан	V ²³ 50,942 Ванадий
	5	Cu ²⁹ 63,546 Медь	Zn ³⁰ 65,37 Цинк	Ga ³¹ 69,72 Галлий	Ge ³² 72,59 Германий	As ³³ 74,92 Мышьяк
5	6	Rb ³⁷ 85,47 Рубидий	Sr ³⁸ 87,62 Стронций	Y ³⁹ 88,905 Иттрий	Zr ⁴⁰ 91,22 Цирконий	Nb ⁴¹ 92,906 Ниобий
	7	Ag ⁴⁷ 107,868 Серебро	Cd ⁴⁸ 112,40 Кадмий	In ⁴⁹ 114,82 Индий	Sn ⁵⁰ 118,69 Олово	Sb ⁵¹ 121,75 Сурьма
6	8	Cs ⁵⁵ 132,905 Цезий	Ba ⁵⁶ 137,34 Барий	La ⁵⁷ 138,91 Лантан	Hf ⁷² 178,49 Гафний	Ta ⁷³ 180,95 Тантал
	9	Au ⁷⁹ 196,967 Золото	Hg ⁸⁰ 200,59 Ртуть	Tl ⁸¹ 204,37 Таллий	Pb ⁸² 207,19 Свинец	Bi ⁸³ 208,98 Висмут
7	10	Fr ⁸⁷ (223) Франций	Ra ⁸⁸ (228) Радий	Ac ⁸⁹ (227) Актиний	Ku ¹⁰⁴ (260) Курчатовий	

* Лантаноиды

58 Ce 140,12 Церий	59 Pr 140,91 Празеодим	60 Nd 144,24 Неодим	61 Pm (145) Прометий	62 Sm 150,35 Самарий	63 Eu 151,96 Европий	64 Gd 157,25 Гадолиний
65 Tb 158,92 Тербий	66 Dy 162,50 Диспрозий	67 Ho 164,93 Гольмий	68 Er 167,26 Эрбий	69 Tm 168,93 Тулий	70 Yb 173,04 Иттербий	71 Lu 174,97 Лютеций

Продолжение таблицы XIX

элементов						
VI	VII	VIII			0	
					He 2 4,0026 Гелий	
O 8 15,9994 Кислород	F 9 18,9984 Фтор				Ne 10 20,183 Неон	
S 16 32,064 Сера	Cl 17 35,453 Хлор				Ar 18 39,948 Аргон	
24 Cr 51,996 Хром	25 Mn 54,938 Марганец	26 Fe 55,847 Железо	27 Co 58,933 Кобальт	28 Ni 58,71 Никель		
Se 34 78,96 Селен	Br 35 79,90 Бром				Kr 36 83,80 Криптон	
42 Mo 95,94 Молибден	43 Tc (99) Технеций	44 Ru 101,07 Рутений	45 Rh 102,905 Родий	46 Pd 106,4 Палладий		
Te 52 127,60 Теллур	I 53 126,904 Иод				Xe 54 131,30 Ксенон	
74 W 183,85 Вольфрам	75 Re 186,2 Рений	76 Os 190,2 Осмий	77 Ir 192,2 Иридий	78 Pt 195,09 Платина		
Po 84 (210) Полоний	At 85 (210) Астат				Rn 86 (222) Радон	

** Актиноиды

90 Th 232,038 Торий	91 Pa (231) Протактиний	92 U 238,03 Уран	93 Np (237) Нептуний	94 Pu (242) Плутоний	95 Am (243) Америций	96 Cm (247) Кюрий
97 Bk (247) Берклий	98 Cf (249) Калифорний	99 Es (254) Эйнштейний	100 Fm (253) Фермий	101 Md (256) Менделевий	102 (No) (256) (Нобелий)	103 Lr (267) Лоуренсий

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Трофимова Т.И. Курс физики: Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 2002. – 478 с.
2. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Высшая школа, 2001. – 351 с.
3. Ермаков А.П. Практикум по физике: Учебное пособие. – Воронеж: ВИВТ, изд-во Истоки, 2001. – 144 с.
4. Ермаков А.П. Практикум по физике: методическое пособие. – Воронеж: ВИВТ, изд-во «Истоки», 2001. – 28 с.
5. Единый государственный экзамен. Тестовые задания. Физика – М.: Просвещение, 2001. – 80 с.
6. Элементарный учебник физики: Учебное пособие для вузов / Под ред. Г.С. Ландсберга. – М.: Наука, 1975. – Т.1. – 655 с.
7. Элементарный учебник физики: Учебное пособие для вузов / Под ред. Г.С. Ландсберга. – М.: Наука, 1975. – Т.2. – 527 с.
8. Элементарный учебник физики: Учебное пособие для вузов / Под ред. Г.С. Ландсберга. – М.: Наука, 1975. – Т.3. – 639 с.
9. Физика: Учебное пособие для 10 классов школ с углубленным изучением физики / Под ред. А.А. Пинского. – М.: Просвещение, 2001. – 416 с.
10. Физика: Учебное пособие для 11 классов школ с углубленным изучением физики / Под ред. А.А. Пинского. – М.: Просвещение, 2002. – 432 с.
11. Физический энциклопедический словарь / Под ред. А.М. Прохорова. – М.: Советская энциклопедия, 1984. – 943 с.
12. Гольдфарб Н.И. Сборник вопросов и задач по физике: Учебное пособие для втузов. – М.: Высшая школа, 1975. – 368 с.
13. Гофман Ю.В. Законы, формулы, задачи физики: Справочник. – Киев: Наукова Думка, 1977. – 576 с.
14. Централизованное тестирование по физике. – М.: изд-во государственного педагогического университета, 2001. – 20 с.
15. Мясников С.П., Осанова Т.Н. Пособие по физике: Учебное пособие для подготовительных отделений. – М.: Высшая школа, 1976. – 328 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. МЕХАНИКА	8
1.1. Классическая механика	9
1.2. Примеры решения задач.....	15
1.3. Задачи для самостоятельного решения.....	24
1.4. Контрольная работа №1.....	25
2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА.....	28
2.1. Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов.....	29
2.2. Примеры решения задач.....	33
2.3. Задачи для самостоятельного решения	40
2.4. Контрольная работа №2.....	41
3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО.....	43
3.1. Электростатика.....	43
3.2. Электродинамика. Электрический ток.....	46
3.3. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей.....	48
3.4. Примеры решения задач.....	49
3.5. Задачи для самостоятельного решения	58
3.6. Контрольная работа №3.....	59
4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ.....	61
4.1. Магнитное поле и его характеристики.....	61
4.2. Электромагнитная индукция.....	63
4.3. Электромагнитные колебания.....	64
4.4. Основы теории Максвелла.....	65
4.4. Примеры решения задач.....	66
4.5. Задачи для самостоятельного решения.....	75
4.6. Контрольная работа №4.....	77
5. ОПТИКА И КВАНТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ	80
5.1. Геометрическая оптика.....	80
5.2. Волновая оптика.....	81
5.3. Квантовые явления.....	83
5.4. Специальная теория относительности.....	84
5.4. Примеры решения задач.....	85
5.5. Задачи для самостоятельного решения.....	94

5.6. Контрольная работа №5.....	95
6. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА И АТОМНАЯ ФИЗИКА.....	97
6.1. Теория атома водорода по Бору.....	97
6.2. Квантовая механика.	99
6.3. Основные принципы квантовой механики.....	100
6.4. Радиоактивность	101
6.5. Строение атомного ядра	102
6.6. Фундаментальные взаимодействия.....	102
6.7. Квантовая статистика.....	104
6.8. Физика твердого тела.....	105
6.9. Примеры решения задач.....	106
6.10. Задачи для самостоятельного решения.....	111
6.11. Контрольная работа №6.....	112
ПРИЛОЖЕНИЯ	114
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	124

ФИЗИКА

Методические указания

Составитель: В.А. Хрисониди

Редактор

В.А. Хрисониди

Компьютерная верстка

В.А. Хрисониди

Подписано в печать	2025	г.	Формат
Бумага офсетная		60x84/16	Офсетная печать
Печ. л.		Изд. № _____	
Усл. печ. л.		Тираж _____ экз.	
Уч.- изд. л.		Заказ № _____	

Цена _____ руб.

Филиал ФГБОУ ВО «Майкопский государственный
технологический университет» в поселке Яблоновском
385140, пос. Яблоновский, ул. Связи, 11, корп. Б