

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
политехнический колледж филиала федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования «Майкопский государственный
технологический университет» в поселке Яблоновском

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

по дисциплине

ОП. 10 СТАТИСТИКА

специальность

38.02.07 Банковское дело

форма обучения

очная

квалификация выпускника

специалист банковского дела

Яблоновский, 2018

УДК 311(07)
ББК 60.6
М-54

Одобрено предметной (цикловой) комиссией
экономики, бухгалтерского учета и товароведения

Протокол № 1 от «31 » августа 2018 г.

Председатель _____ М. А. Негуч

Разработчик: **Негуч М.А.** – преподаватель первой категории политехнический колледж филиала федерального государственного бюджетного учреждения высшего образования «Майкопский государственный технологический университет» в поселке Яблоновском

Содержание

1. Пояснительная записка	3
2. Практическое занятие №1.	5
3. Практическая работа № 2 -4.	6
4. Практическая работа № 5 -6.	12
5. Практическая работа № 7-8.	21
6. Практическая работа № 9.	31
7. Практическая работа № 10.	33
8. Практическая работа № 11-12.	35
9. Практическое занятие № 13-14	40
10. Практическая работа № 15.	47
Список использованной литературы.	55

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Освоение дисциплины ОП. 10 Статистика предлагает практическое осмысление ее разделов и тем на практических занятиях, которые должны способствовать формированию у обучающегося общих и профессиональных компетенций, приобретению необходимых умений, закреплению и углублению теоретических знаний.

Каждая практическая работа выполняется студентом в соответствии с методическими указаниями.

Порядок выполнения работ, необходимые источники информации, форма отчета по работе указаны в данных методических указаниях. Список используемой литературы представлен в конце рабочей тетради.

По мере выполнения работы студенты представляют результаты преподавателю на проверку.

Преподаватель исправляет, дополняет и помогает студентам выйти на нужный результат.

Практические работы по дисциплине «Статистика» оформляются студентом на листах формата А4.

Тема: Статистическое наблюдение

Практическое занятие №1.

Цель: - рассмотреть программно-методические вопросы обеспечения статистического наблюдения, инструментарий, а также самые важные принципы и правила статистического наблюдения.

Обеспечение практической работы:

- задания для выполнения работы.

В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.

В результате выполнения данной работы студент должен

уметь:

- определять цели и задачи статистического наблюдения;
- формировать объект, единицу совокупности исследования;
- проводить логистический контроль статистических данных;

владеть:

- основными методами статистического исследования;
- навыками анализа и обработки информации.

Задания для выполнения в аудитории

Задание 1. Сформулируйте объект, единицу совокупности, цель, программу для обследования факторов успеваемости студентов 1-го курса по специальности Банковское дело.

Задание 2. Проведите логический контроль правильности заполнения мигрантом отрывного талона к листу выбытия:

Пол -	мужской
Возраст -	14 лет
Национальность -	русский
Семейное положение -	женат
Место рождения -	г. Краснодар
Место работы -	ученик колледжа
Гражданство -	российское
Срок приезда -	постоянное
Цель приезда -	проживание
Место приезда -	г. Краснодар
Количество членов -	1
В том числе детей -	2

Задания для самостоятельной работы студентов

Задание 1. По данным межрайонного грузооборота продуктов питания в отчетном периоде (тыс. д.е.) проведите арифметический контроль грузооборота по районам области и внесите исправления:

Таблица – Данные межрайонного грузооборота продуктов питания

Район отправления	Район прибытия			Всего отправлено
	Майкопский	Тахтамукайский	Теучежский	
Майкопский	15	30	20	65
Тахтамукайский	33	5	15	48
Теучежский	17	21	25	53
Всего прибыло	65	51	50	166

Задание 2. Сформулируйте возможную цель и определение объекта наблюдения:

- переписи научных учреждений;
- переписи коммерческих банков;
- переписи школ.

Методические рекомендации для выполнения СРС

При выполнении задания 1 следует вспомнить о двух группах ошибок статистического наблюдения: ошибки регистраций и ошибки репрезентативности. Провести арифметический контроль, для выявления ошибок статистического исследования.

В процессе выполнения задания 2 необходимо решить программно-методические вопросы: цели, задачи, объект и единицу статистического наблюдения по предложенной теме.

Тема: Сводка и группировка статистических данных

Практическая работа № 2 -4

Цель: - научиться производить сводку, группировку и перегруппировку статистических данных.

Обеспечение практической работы:

- задания для выполнения работы.

В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.

В результате выполнения данной работы студент должен

уметь:

- выполнять простую сводку, структурную, аналитическую, комбинированную группировку и перегруппировку данных;

знать:

- принципы построения статистических группировок.

Основной частью практической работы со студентами является построение структурной и аналитической группировок на основе заранее подготовленной преподавателем матрицы исходных данных, содержащей индивидуальные данные о сравнительно небольшом числе единиц (10) совокупности и двух-трех показателей в статике.

В ходе выполнения практической работы закрепляются способы определения необходимого числа групп и ширины интервала, построения структурной и аналитической группировок.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Построение группировки начинается с определения состава группировочных признаков.

Группированным признаком называется признак, по которому проводится разбиение единиц совокупности на отдельные группы.

После того как определено основание группировки, следует решить вопрос о количестве групп, на которые надо разбить исследуемую совокупность.

Определение числа групп можно осуществить математическим путем с использованием формулы Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \cdot \lg N,$$

где n — число групп;

N — число единиц совокупности.

Когда определено число групп, то следует определить интервалы группировки.

Интервал — это значение варьирующего признака, лежащее в определенных границах. Каждый интервал имеет свою величину, верхнюю и нижнюю границы или хотя бы одну из них. *Нижней границей* интервала называется наименьшее значение признака в интервале, а *верхней границей* — наибольшее значение признака в интервале. Величина интервала представляет собой разность между верхней и нижней границами интервала.

Интервалы группировки в зависимости от их величины бывают равные и неравные.

Величина равного интервала определяется по следующей формуле:

$$h = \frac{R}{n} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n},$$

где X_{\max} , и X_{\min} - максимальное и минимальное значения признака в совокупности;
 n — число групп.

Правила округления шага интервала

Если величина интервала имеет один знак до запятой, то полученные значения целесообразно округлить до десятых.

Если рассчитанная величина интервала имеет две значащие цифры до запятой и несколько знаков после запятой, то это значение необходимо округлить до целого числа

Если рассчитанная величина интервала представляет собой трехзначное, четырехзначное и так далее число, то следует округлить до ближайшего числа, кратного 100 или 50.

Интервалы группировок могут быть закрытыми и открытыми.

Закрытыми называются интервалы, у которых имеются верхняя и нижняя границы. У *открытых* интервалов указана только одна граница: верхняя — у первого, нижняя — у последнего.

При обозначении границ может возникнуть вопрос, в какую группу включать единицы объекта, значения признака у которых совпадают с границами интервалов. Рекомендуется руководствоваться принципом:

нижняя граница - «включительно», а верхняя — «исключительно».

Произведем анализ 10 предприятий, применяя метод группировок.

1. *Построим структурную группировку.*

В качестве группировочного признака возьмем уставный капитал.

Образует четыре группы банков с равными интервалами.

Величину интервала определим по формуле

$$h = \frac{R}{n} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n},$$

Обозначим границы групп:

Группа	Граница
--------	---------

1-я

2-я

3-я

4-я

Распределив предприятия по группам, подсчитаем число предприятий в каждой из них. Техника подсчета следующая: необходимо сделать выборку предприятий по величине, например, уставного капитала и распределить их по полученным выше группам. При этом каждая вертикальная палочка будет соответствовать одной единице совокупности, т. е. одному предприятию.

Группы предприятий

Число предприятий

по величине уставного
капитала, млрд. руб.

После того как определен группировочный признак — уставный капитал, задано число групп - 4 и образованы сами группы, необходимо отобрать показатели, которые характеризуют группы, и определить их объемные показатели по каждой группе. Показатели, характеризующие предприятия, разносятся по указанным группам, и подсчитываются итоги по группам в разработочной таблице.

Затем результаты группировки заносятся в сводную таблицу.

Номер группы	Группы предприятий по величине уставного капитала	номер предприятия	Показатель	Показатель
1				
	Итого			
2				
	Итого			
3				
	Итого			
4				
	Итого			
	Всего			

Сводная таблица имеет то же количество граф, но в нее переносятся только итоговые строки. Графа номер предприятия будет называться количество предприятий.

2. *Построим аналитическую группировку.* В качестве факторного (группировочного) признака примем уставный капитал, а результативного признака — работающие активы.

Порядок действий будет аналогичен. Итоговая таблица будет иметь вид

Номер группы	Группы предприятий по величине уставного капитала	Количество предприятий	Показатель	
			всего	в среднем на 1 предприятие
1				
2				
3				
4				
	Всего			

Пример. Произвести группировку 20 предприятий по величине основных фондов, образовав 4 группы с равными интервалами.

Данные для расчета:

Предприятие	Основные фонды, млн. руб.	Валовая продукция, млн. руб.
1	135	335
2	70	172
3	125	310
4	90	251
5	68	157
6	157	398
7	163	440
8	92	246
9	88	237
10	50	119
11	129	328
12	48	110
13	156	412
14	75	166
15	62	137
16	142	380
17	115	288
18	43	103
19	161	432
20	110	270

Решение:

Зная число групп необходимо определить величину равного интервала. Величина равного интервала определяется по формуле:

$$i = \frac{X_{max} - X_{min}}{n}$$

где X_{max} , X_{min} – соответственно максимальное и минимальное значение изучаемого признака, n – число групп

Задание 2. По каждой группе и итогу в целом подсчитать:

- число предприятий;
- стоимость основных фондов, всего и на одно предприятие;
- выпуск валовой продукции на один рубль основных фондов.

Это удобнее сделать, используя следующую таблицу:

интервалы	Число предприятий	Стоимость основных фондов, млн. руб.		Валовая продукция, млн. руб.		Выпуск валовой продукции на 1 руб. основных фондов
		всего	На 1 предприятие	всего	На одно предприятие	
Итого	20					

Задача: С целью изучения зависимости между среднегодовой стоимостью основных фондов, производственных фондов и выпуском продукции необходимо произвести группировку заводов по среднегодовой стоимости основных фондов, образовав четыре группы заводов с равными интервалами

Имеются следующие отчетные данные двадцати заводов одной из отраслей промышленности.

Номер завода	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млн. руб.	Стоимость продукции, млн. руб.
1	6,9	10
2	8,9	12
3	3,0	3,5
4	5,7	4,5
5	3,7	3,4
6	5,6	8,8
7	4,5	3,5
8	7,1	9,6
9	2,0	2,6
10	10,0	13,9
11	6,5	6,8
12	7,5	9,9
13	8,3	10,8
14	5,6	8,9
15	4,5	7,0
16	6,1	8,0
17	3,0	2,5
18	6,9	9,2
19	6,5	6,9
20	4,1	4,3

По каждой группе и совокупности заводов определить:

- 1) число заводов;
- 2) среднегодовую стоимость основных фондов - всего и в среднем на один завод
- 3) стоимость выпущенной продукции - всего и в среднем на один завод;
- 4) стоимость выпущенной продукции на один рубль основных фондов (фондоотдачу).

Результаты представить в виде таблицы. Сделать краткие выводы.

Задача. Имеется группировка магазинов по величине товарооборота на 10 кв.м. торговой площади магазина:

№№ п/п	Группы магазинов по величине товарооборота на 10 кв. м. торговой площади, тыс. руб.	Количество магазинов
	А	1
1	до 10	812
2	10-40	3037
3	40-100	10597
4	100-180	13355
	А	1
5	180-300	8048
6	300-400	1205
7	400 и более	469
	Итого:	37523

Необходимо произвести перегруппировку данных, выделив группы: до 50,50-100,100-200,200-400,400 и более.

Задача. По отрасли имеются следующие данные:

№ п/п	Средняя списочная численность рабочих, чел.	Средняя годовая стоимость основных фондов, млн. руб.	Объем произведенной продукции за год, млн. руб.
1.	200	738	11200
2.	280	946	15000
3.	188	502	5000
4.	166	560	7600
5.	314	1180	18900
6.	390	2400	41600
7.	108	320	2560
8.	240	960	11520
9.	360	1940	30060
10.	250	800	12880
11.	90	240	1440
12.	512	1800	28800
13.	364	1340	1340
14.	248	100	14000
15.	220	758	12000
16.	204	512	6200
17.	192	440	7400
18.	196	480	7000
19.	168	232	1600
20.	152	360	3200
21.	192	500	6400
22.	170	460	6000
23.	220	740	11600
24.	224	700	12600
25.	134	250	1700
26.	126	280	2600
27.	500	2300	39800
28.	424	1580	24400
29.	368	580	6800
30.	274	550	8400

Проведите аналитическую группировку предприятий по объему основных фондов /образуйте 6 групп с равными интервалами/. Определите по каждой группе:

- число предприятий;
- численность рабочих в целом по группе и в среднем на одно предприятие в группе;
- объем произведенной продукции в целом по группе и в среднем на одно предприятие по группе;
- среднюю выработку продукции в расчете на одного рабочего;
- объем основных средств в целом по группе и в среднем на одно предприятие по группе.

Тема: Абсолютные и относительные показатели

Практическая работа № 5 -6

Цель: - научиться рассчитывать абсолютные и относительные показатели вариации по не сгруппированному и сгруппированному данным.

Обеспечение практической работы:

- задание для выполнения работы.

В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.

В результате выполнения данной работы студент должен

уметь:

- рассчитывать и анализировать абсолютные и относительные показатели вариации по сгруппированному и не сгруппированному данным;

знать:

- методы расчета абсолютных и относительных показателей вариации.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для того чтобы выполнить задания для самостоятельной работы следует знать, что относительные величины представляют собой результат деления одного абсолютного показателя на другой и характеризуют количественное соотношение между ними. При расчете относительных величин в числителе всегда находится сравниваемый показатель, а в знаменателе – показатель, с которым производится сравнение, т.е. принимаемый за основание или базу сравнения. В зависимости от того, какое числовое значение имеет база сравнения (основание), результат отношения может быть выражен либо в форме коэффициента (основание = 1) и процента (основание = 100), либо в форме промилле (основание = 1000) и децимилле (основание = 10000).

Абсолютным показателем является такой показатель, который отражает либо суммарное число единиц, либо суммарное свойство объекта.

Относительным показателем является показатель, полученный путем сравнения, сопоставления абсолютных или относительных показателей в пространстве (между объектами), во времени (по одному и тому же объекту) или сравнения показателей разных свойств изучаемого объекта

Виды относительных статистических показателей:

Относительный показатель динамики (ОПД):

$$ОПД = \frac{\text{Текущий показатель}}{\text{Предшествующий или базисный показатель}} \cdot 100\%.$$

Относительный показатель плана (ОПП):

$$ОПП = \frac{\text{Показатель, планируемый на } (i + 1) \text{ период}}{\text{Показатель, достигнутый в } i - \text{ом периоде}} \cdot 100\%.$$

Относительный показатель реализации плана (ОПРП):

$$ОПРП = \frac{\text{Показатель, достигнутый в } (i + 1) \text{ периоде}}{\text{Показатель, планированный на } (i + 1) \text{ период}} \cdot 100\%.$$

Между относительными показателями плана, реализации плана и динамики существует следующая взаимосвязь:

$$ОПП \cdot ОПРП = ОПД.$$

Относительный показатель структуры (ОПС):

$$ОПС = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности в целом}}.$$

Относительный показатель координации (ОПК)

$$ОПК = \frac{\text{Показатель, характеризующий } i - \text{ю часть совокупности}}{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности, выбранную в качестве базы сравнения}}.$$

Относительный показатель интенсивности (ОПИ):

$$ОПИ = \frac{\text{Показатель, характеризующий явление } A}{\text{Показатель, характеризующий среду распространения явления } A}$$

Относительный показатель сравнения (ОПСр)

$$ОПСр = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект } A}{\text{Показатель, характеризующий объект } B}.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача №1. Производство сахара-песка в РФ в 2016 – 2018 гг. характеризуется следующими данными:

Год	2016	2017	2017	2018
Объем производства, тыс. т.	4745	6808	6077	6567

Рассчитать относительные показатели динамики с переменной и постоянной базами сравнения, проверить их взаимосвязь.

Решение:

Относительный показатель динамики рассчитывается по формуле:

$$ОПД = \frac{\text{Текущий показатель}}{\text{Предшествующий или базисный показатель}} \cdot 100\%.$$

Рассчитаем относительные показатели динамики с переменной базой сравнения (цепные):

$$\text{ОПД}_{2017} = \frac{6808}{4745} \cdot 100\% = 143,5\%.$$

Следовательно, производство сахара-песка в РФ в 2017 году, по сравнению с 2016 годом, увеличилось на 43,5%.

$$\text{ОПД}_{2017} = \frac{6077}{6808} \cdot 100\% = 89,3\%.$$

Следовательно, производство сахара-песка в РФ в 2017 году, по сравнению с 2017 годом, снизилось на 10,7%.

$$\text{ОПД}_{2018} = \frac{6567}{6077} \cdot 100\% = 108,0\%.$$

Следовательно, производство сахара-песка в РФ в 2018 году, по сравнению с 2017 годом, увеличилось на 8%.

Рассчитаем относительные показатели динамики с постоянной базой сравнения (базисные):

$$\text{ОПД}_{2017} = \frac{6808}{4745} \cdot 100\% = 143,5\%.$$

Следовательно, производство сахара-песка в РФ в 2017 году, по сравнению с 2016 годом, увеличилось на 43,5%.

$$\text{ОПД}_{2017} = \frac{6077}{4745} \cdot 100\% = 128,1\%.$$

Следовательно, производство сахара-песка в РФ в 2017 году, по сравнению с 2016 годом, увеличилось на 28,1%.

$$\text{ОПД}_{2018} = \frac{6567}{4745} \cdot 100\% = 138,4\%.$$

Следовательно, за весь рассматриваемый период производство сахара-песка в РФ увеличилось на 38,4%.

Проверим взаимосвязь между относительными показателями динамики с переменной и постоянной базами сравнения. Произведение всех показателей с переменной базой сравнения равно показателю с постоянной базой сравнения за весь рассматриваемый период, т.е. произведение ОПД_{2017} , ОПД_{2017} , ОПД_{2018} (с переменной базой сравнения) должно равняться ОПД_{2018} (с постоянной базой сравнения). Переведем рассчитанные показатели их из процентов в коэффициенты (путем деления на 100%):

$$143,5\% : 100\% = 1,435,$$

$$89,3\% : 100\% = 0,893,$$

$$108,0\% : 100\% = 1,080,$$

$$138,4\% : 100\% = 1,384.$$

$$1,435 \cdot 0,893 \cdot 1,080 = 1,384 \text{ или } 138,4\%$$

Верно.

Задача №2. Имеются следующие данные об объеме выполненных работ по двум фирмам, млн. руб.:

Фирмы	Базисный период	Отчетный период	
		по плану	фактически
№1	224	230,0	234,2
№2	157	164,9	168,2

По каждой фирме определить:

- относительные показатели плана;
- относительные показатели реализации плана;
- относительные показатели динамики.

Раскрыть взаимосвязь между исчисленными показателями. Сделать выводы.

Решение:

а) рассчитаем относительные показатели плана по следующей формуле:

$$ОПП = \frac{\text{Показатель, планируемый на } (i+1) \text{ период}}{\text{Показатель, достигнутый в } i \text{ - ом периоде}}$$

$$ОПП_1 = \frac{230}{224} \cdot 100\% = 102,7\%$$

Следовательно, фирма планирует увеличить объем выполненных работ на 2,7%.

Самостоятельно рассчитайте относительный показатель плана по фирме №2:

$$ОПП_2 =$$

б) рассчитаем относительные показатели реализации плана по следующей формуле:

$$ОПРП = \frac{\text{Показатель, достигнутый в } (i+1) \text{ периоде}}{\text{Показатель, планированный на } (i+1) \text{ период}}$$

$$ОПРП_1 = \frac{234,2}{230} \cdot 100\% = 101,8\%$$

Следовательно, план реализован на 101,8%.

Самостоятельно рассчитайте относительный показатель реализации плана по фирме №2:

$$ОПРП_2 =$$

в) для расчета относительных показателей динамики воспользуемся формулой, выражающей взаимосвязь между относительными показателями плана, реализации плана и динамики:

$$ОПП \cdot ОПРП = ОПД$$

Переведем рассчитанные показатели их из процентов в коэффициенты:

$$102,7\% : 100\% = 1,027,$$

$$101,8\% : 100\% = 1,018,$$

$$ОПД_1 = ОПП_1 \cdot ОПРП_1 = (1,027 \cdot 1,018) \cdot 100\% = 104,55\%$$

Следовательно, объем выполненных работ фирмой №1 в отчетном периоде по сравнению с базисным вырос на 4,55%.

Перевыполнение плана составило 1,85% (104,55% – 102,7%).

Самостоятельно рассчитайте относительный показатель динамики по фирме №2 и сделайте вывод:

$$ОПД_2 =$$

Задача №3. Данные по области о составе площадей, занятых плодово-ягодными насаждениями (на конец года, тыс. гектаров):

Виды насаждений	Фермерские хозяйства	Личные хозяйства
Плодовые	9,1	25,7
Ягодные	2,1	4,0
ИТОГО	11,2	29,7

Найти:

- 1) долю каждого вида насаждений (от общей площади насаждений) по хозяйствам;
- 2) относительные величины координации по каждому виду насаждений.

Решение:

1) Для определения доли каждого вида насаждений по хозяйствам рассчитаем относительные показатели структуры. *Относительный показатель структуры (ОПС)* представляет собой соотношение структурных частей изучаемого объекта и их целого и вычисляется по формуле:

$$ОПС = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности в целом}}.$$

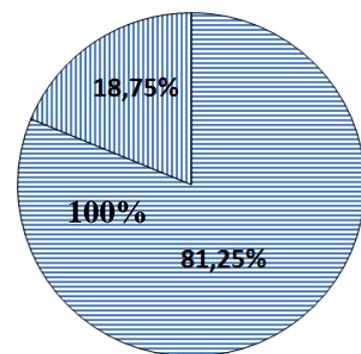
Фермерские хозяйства:

$$ОПС_1 = \frac{9,1}{11,2} \cdot 100\% = 81,25\%, \text{ т.е. доля плодовых насаждений}$$

составляет 81,25% от общей площади насаждений.

$$ОПС_2 = \frac{2,1}{11,2} \cdot 100\% = 18,75\%, \text{ т.е. доля ягодных}$$

насаждений составляет 18,75% от общей площади насаждений.



Самостоятельно рассчитайте относительные показатели структуры по личным хозяйствам и сделайте вывод:

Личные хозяйства:

$$ОПС_1 =$$

$$ОПС_2 =$$

2) *Относительные показатели координации (ОПК)* характеризуют соотношение отдельных частей целого между собой и вычисляются по формуле:

$$ОПК = \frac{\text{Показатель, характеризующий } i\text{-ю часть совокупности}}{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности, выбранную в качестве базы сравнения}}.$$

Фермерские хозяйства:

$$ОПК = \frac{2,1}{9,1} \cdot 100\% = 23,1\%, \text{ т.е. ягодные насаждения составляют 23,2\% от плодовых.}$$

Самостоятельно рассчитайте относительный показатель координации по личным хозяйствам и сделайте вывод:

Личные хозяйства:

$$ОПК =$$

Задача №4. Численность врачей в РФ характеризуется следующими данными (на конец года, тыс. чел.):

Показатель	2000 год	2017 год
Всего врачей	654	675
в том числе:		
терапевтов	153	160
педиатров	76	72

Проведите анализ изменения обеспеченности населения врачами, если известно, что численность постоянного населения на конец 2000 года составляла 147,6 млн. чел., в том числе в возрасте до 14 лет – 33,2 млн. чел., а на конец 2017 года – соответственно 144,0 и 26,8 млн. чел.

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся формулой нахождения относительного показателя интенсивности:

$$ОПИ = \frac{\text{Показатель, характеризующий явление } A}{\text{Показатель, характеризующий среду распространения явления } A}$$

В данном случае показателем, характеризующим явление, будут являться врачи, а средой распространения – население.

2000 год:

- общая численность: 147,6 млн. чел.;
- детское население (которое лечат педиатры): 33,2 млн. чел.;
- взрослое население (которое лечат терапевты):
147,6 – 33,2 = 114,4 млн. чел.

Рассчитаем обеспеченность населения врачами:

$$ОПИ = \frac{654 \text{ тыс. чел.}}{147,6 \text{ млн. чел.}} = 4,43 \text{ вр./тыс. чел.}$$

Следовательно, на каждую тысячу человек приходится 4,43 врача.

Рассчитаем обеспеченность детского населения педиатрами:

$$ОПИ = \frac{76 \text{ тыс. чел.}}{33,2 \text{ млн. чел.}} = 2,29 \text{ вр./тыс. чел.}$$

Следовательно, на каждую тысячу детей приходится 2,29 врача-педиатра.

Рассчитаем обеспеченность взрослого населения терапевтами:

$$ОПИ = \frac{153 \text{ тыс. чел.}}{114,4 \text{ млн. чел.}} = 1,34 \text{ вр./тыс. чел.}$$

Следовательно, на каждую тысячу взрослых приходится 1,34 врача-терапевта.

Самостоятельно рассчитайте относительные показатели интенсивности за 2017 год и сделайте выводы:

2017 год:

Сравнивая полученные данные двух вышерассмотренных периодов, можно сделать вывод о том, что

Задача. По результатам летней экзаменационной сессии одного курса студентов получено данное распределение оценок по баллам:

Балл оценки знаний студентов (xi)	2	3	4	5	Итого
Количество оценок, полученных студентами (fi)	6	75	120	99	300
xi * fi	12	225	480	495	1212

Найдите: Средний балл оценки знаний студентов. Модальный балл успеваемости и медианное значение балла.

Сделайте выводы о характере данного распределения

Средний балл оценки знаний студентов можно рассчитать по формуле средней арифметической взвешенной.

$$\bar{x}_i = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum f_i} = (2*6+3*75+4*120+5*99)/300=4,04 \text{ (балла).}$$

Рассчитаем моду и медиану. Моду можно найти по наибольшей частоте, а наибольшая частота у нас 120, т.е.

Мода = 4.

А медиану можно найти по накопленной частоте, когда впервые накопленная частота превысит середину совокупности, т.е. превысит 150.

Для балла «2» накопленная частота равна частоте и равна 6 и это меньше середины совокупности. Для балла «3» накопленная частота равна 81 (75+6) и это меньше середины совокупности. Для балла «4» накопленная частота равна 201 (81+120) и это больше середины совокупности. Т.е. Медиана равна 4.

Можно сделать вывод, что в данной задаче распределение симметричное

Задача. Распределение торговых фирм по размеру месячного товарооборота характеризуется следующими данными:

№п/п	Товарооборот, млн. руб.	Число фирм
1	до 5	20
2	5-10	26
3	10-15	20
4	15-20	14
5	20-25	10
6	25 и более	10
Итого	-	100

ОПРЕДЕЛИТЕ:

- средний размер месячного товарооборота на одну фирму;
- модальное и медианное значение месячного товарооборота;
- сделайте выводы о характере данного распределения.

РЕШЕНИЕ:

- Рассчитаем средний размер товарооборота на одну фирму.

В данном ряду варианты усредняемого признака (товарооборот) представлены не одним числом, а в виде интервала «от – до». Причём первый и последний – интервалы открытые.

В таких рядах условно принимается, величина интервала первой группы равна величине интервала последующей, а величина интервала последней группы равна величине интервала предыдущей. Таким образом, товарооборот первой группы от 0 до 5 млн. руб., товарооборот последней – от 25 до 30 млн. руб. Исчисление средней по сгруппированным данным производится по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i * f_i}{\sum f_i}$$

Чтобы применить эту формулу, необходимо варианты признака выразить одним числом (дискретным). За такое дискретное число принимается средняя арифметическая простая из верхнего и нижнего значения интервала. Так для первой группы дискретная величина x будет равна: $(0 + 5) / 2 = 2,5$. Дальнейший расчёт производится обычным методом определения средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{1240}{100} = 12,4 \text{ млн. руб.}$$

Исходные и расчётные данные представим в таблице:

Товарооборот, млн. руб.	Число фирм, f	Середина интервала, x	xf	Сумма накопленных частот
0-5	20	2,5	50	20
5-10	26	7,5	195	46
10-15	20	12,5	250	66
15-20	14	17,5	245	-
20-25	10	22,5	225	-
25-30	10	27,5	275	-
Итого	100	-	1240	-

б) Определим модальное и медианное значение месячного товарооборота. В интервальных рядах распределения с равными интервалами мода определяется по формуле:

$$M_o = x_{M_o} + i_{M_o} * \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})}$$

x_{M_o} – начальное значение интервала, содержащего моду;

i_{M_o} – величина модального интервала,

f_{M_o} – частота модального интервала,

$f_{(M_o-1)}$ – частота интервала, предшествующего модальному,

$f_{(M_o+1)}$ – частота интервала, следующего за модальным.

Наибольшее число фирм (26) имеют величину товарооборота от 5 до 10 млн. руб. Следовательно, этот интервал является модальным интервалом ряда распределения. Введём следующие обозначения:

$X_{M_0}=5, i_{M_0}=5, f_{M_0}=26, f_{(M_0-1)}=20, f_{(M_0+1)}=20.$

Подставим эти значения в формулу моды и произведём вычисления:

$$M_0 = 5 + 5 * \frac{26 - 20}{(26 - 20) + (26 - 20)} = 7,5 \text{ млн.руб.}$$

Следовательно, наибольшее число фирм имеет товарооборот 7,5 млн. руб.

Медиана интервального вариационного ряда распределения определяется по формуле:

$$Me = x_{Me} + i_{Me} * \frac{0,5 \sum f - S_{Me-1}}{f_{Me}}$$

где X_{Me} – начальное значение интервала, содержащего медиану;

i_{Me} – величина медианного интервала;

Σf – сумма частот ряда;

$S_{(Me-1)}$ – сумма накопленных частот, предшествующих медианному интервалу;

f_{Me} – частота медианного интервала.

Определим, прежде всего, медианный интервал. Сумма накопленных частот, превышающая половину всех значений (66), соответствует интервалу 10 – 15. Это и есть медианный интервал, в котором находится медиана. Определим её значение по приведённой выше формуле, если:

$X_{Me}=10, i_{Me}=5, \Sigma f=100, S_{(Me-1)}=46, f_{Me}=20:$

$$Me = 10 + 5 * \frac{0,5 * 100 - 46}{20} = 11 \text{ млн.руб.}$$

Таким образом, половина фирм имеет товарооборот менее 11 млн. руб., а остальные фирмы – более 11 млн. руб.

в) В симметричных рядах распределения значения моды и медианы совпадают со средней величиной, а в умеренно ассиметричных они соотносятся таким образом:

$$3 * (\bar{x} - Me) \approx \bar{x} - M_0$$

Соотношение характеристик центра распределения товарооборота свидетельствует об умеренной ассиметрии:

$$3(12,4-11) \approx 12,4-7,5$$

Тема: Средние величины в статистике. Показатели вариации Практическая работа № 7-8

Цель:

- научиться рассчитывать степенные и структурные средние показатели по не сгруппированным и сгруппированным данным;
- раскрыть сущность вариации, к показателям которым относятся: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

Обеспечение практической работы:

- задание для выполнения работы.

В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.

В результате выполнения данной работы студент должен

уметь:

- рассчитывать средние показатели предприятия по данным ряда распределения и сгруппированным данным, показателей вариации в абсолютных и относительных величинах;
- вычислять средние арифметические взвешенные и простые по интервальным рядам.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Прежде чем приступить к практическим занятиям, необходимо понять сущность средней величины, являющейся обобщающейся характеристикой совокупности однотипных явлений по изучаемому признаку, необходимо учесть, что средняя величина должна вычисляться с учетом экономического содержания определяемого показателя.

Средняя арифметическая простая (невзвешенная) равна сумме отдельных значений признака, деленной на число этих значений.

Отдельные значения признака называются вариантами и обозначаются через x ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$), число единиц в совокупности обозначаются через n ,

среднее значение признака – через \bar{x} . Следовательно, средняя арифметическая простая равна:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n}$$

Пример. Имеются следующие данные о производстве рабочими продукции А за смену:

Табельный номер рабочего	Выпущено изделий за смену, шт	Табельный номер рабочего	Выпущено изделий за смену, шт
1	16,0	1	17,0
2	17,0	2	18,0
3	18,0	3	20,0
4	17,0	4	21,0
5	16,0	5	18,0

В данном примере варьируется признак – выпуск продукции за смену. Численные значения признака (16,17 и т.д.) называют *вариантами*. Определим выработку продукции рабочими данной группы:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{16,0+17,0+18,0+...+18}{10} = \frac{178}{10} = 17,8 \text{ шт.}$$

Номер предприятия	Выпуск продукции	Номер предприятия	Выпуск продукции
1	2,8	13	3,4
2	9,4	14	1,3
3	1,9	15	3,4
4	2,5	16	5,0
5	3,5	17	4,9
6	3,2	18	3,6
7	2,3	19	6,0
8	2,5	20	3,2
9	8,6	21	2,9
10	1,5	22	5,6
11	3,2	23	5,4
12	4,2		

Исчислите средний размер продукции на один завод.

Средняя арифметическая взвешенная вычисляется по следующей формуле:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} = \frac{\sum x f}{\sum f},$$

где x – величина признака (варианта),
 f – частоты (веса).

Полученная формула называется средней арифметической взвешенной. Из нее видно, что средняя зависит не только от значений признака, но и от их частот, т.е. от состава совокупности, от ее структуры. Изменим в условии задачи состав рабочих и исчислим среднюю в измененной структуре.

Пример. По цеху имеются данные о заработной плате рабочих:

Месячная заработная плата (x), руб.	Число рабочих f	x*f
1100	2	2200
1300	4	5200
1600	8	12800
1900	20	38000
2200	16	35200
	50	93400

Средняя заработная плата одного рабочего составит:

$$\bar{x} = \frac{\sum x f}{\sum f} = \frac{9340}{50} = 1868 \text{ руб.}$$

Частотами (весами) могут быть относительные величины, взятые в процентах или коэффициентах. Метод расчета средней и конечный результат от этого не изменяется.

Пример. Представим данные о численности рабочих в относительных величинах:

Месячная заработная плата (x), руб.	Число рабочих в процентах к итогу (f)	X*f	Число рабочих в коэффициентах (f')	X*f'
1100	4	4400	0,04	4,4
1300	8	10400	0,08	10,4
1600	16	25600	0,16	25,6
1900	40	76000	0,40	76,0
2200	32	70400	0,32	70,4
	100,0	186800	1,00	186,8

Средняя заработная плата рабочего, взвешенная по процентным соотношениям, будет равна средней, полученной при решении типового примера 1:

$$\bar{x} = \frac{1100 \cdot 4 + 1300 \cdot 8 + 1600 \cdot 16 + 1900 \cdot 40 + 2200 \cdot 32}{100} = \frac{186800}{100} = 1868 \text{ руб.}$$

Если весами являются частоты, выраженные в коэффициентах, то вычисления упрощаются. Так как сумма коэффициентов всегда равна единице, то расчет средней сводится к определению суммы произведений вариант на частоты.

Вспомним, структурных средних вариационного ряда распределения относят моду и медиану. Средняя величина характеризует типичный уровень признака в совокупности.

Мода (Mo) — значение признака, наиболее часто встречающееся в исследуемой совокупности, т.е. это одна из вариант признака, которая в ряду распределения имеет наибольшую частоту (частость).

В дискретном ряду мода определяется визуально по максимальной частоте или частости.

В интервальном ряду по наибольшей частоте определяется модальный интервал, а конкретное значение моды в интервале вычисляется по формуле:

$$M_o = x_0 + i \frac{(f_{M_o} - f_{M_o-1})}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})},$$

где x_0 и i — соответственно нижняя граница и величина модального интервала;

$f_{M_o}, f_{M_o-1}, f_{M_o+1}$ — частоты (частости) модального, предмодального и послемодального интервалов.

Медиана (Me) — значение признака (варианта), приходящееся на середину ранжированной (упорядоченной) совокупности, т.е. это вариант, который делит ряд распределения на две равные по объему части.

Медиана, как и мода, не зависит от крайних значений вариантов, поэтому применяется для характеристики центра в ряду распределения с неопределенными границами.

Для определения медианы в ранжированном ряду необходимо вначале найти **номер медианы**:

$$N = \frac{n+1}{2}.$$

В дискретном ряду распределения медиана находится непосредственно по накопленной частоте, соответствующей номеру медианы.

В случае интервального вариационного ряда распределения конкретное значение медианы вычисляется по формуле

$$Me = x_0 + i \frac{1/2 \sum_{j=1}^m f_j - S_{Me-1}}{f_{Me}}$$

где X_0 и i — соответственно нижняя граница и величина медианного интервала;

f_{Me} - частота медианного интервала;

S_{Me-1} - накопленная частота предмедианного интервала.

В симметричных рядах распределения значения моды и медианы совпадают со средней величиной ($x = Me = Mo$), а в умеренно асимметричных они соотносятся таким образом:

$$3(\bar{x} - Me) \approx \bar{x} - Mo.$$

Рассмотренные обобщающие показатели центра распределения не вскрывают характера последовательного изменения частот, поэтому в анализе закономерностей распределения используются так же ранговые (порядковые) показатели: квартили и децили.

Задача 1. Имеется следующее распределение предприятий по объему основных фондов:

Группа предприятий по объему основных фондов, млн руб.	Число предприятий
1,6-2,0	2
2,0-2,4	5
2,4-2,8	12
2,8-3,2	14
3,2-3,6	8
3,6-4,0	6
4,0-4,4	3
Итого	50

Определите среднегодовой объем основных фондов в расчете на одно предприятие, применяя способ моментов.

Задача 2. Определение средней величины активов банков

Исходные данные:

Таблица 1- Распределение банков по величине активов

Величина активов, млн. руб.	Число банков
98	2
100	3
110	1
120	2
115	3
118	1
Итого	

Определить среднюю величину активов.

Задача 3. Имеется следующее распределение работников по непрерывному стажу работы на данном предприятии:

Стаж работы, лет	Численность работников	
	Мужчины	Женщины
1	12	5
2	15	6
3	28	7
4	20	9
5	20	13
6	12	18
7	8	14
8	5	8
Итого	120	80

Определите для мужчин, женщин и в целом для всех работников предприятия средний стаж работы.

Задача 4. Имеются следующие данные о размере заработной платы:

Размер зарплаты, руб.	Число сотрудников
До 12000	2
12000-14000	3
14000-16000	8
16000-18000	10
18000-20000	15
20000-22000	32
22000 и более	30
Итого	100

Определите средний размер заработной платы.

Задача 5. Имеются следующие данные о размерах затрат на один рубль произведенной продукции на предприятиях отрасли:

Затраты на один рубль произведенной продукции, коп.	Число предприятий	Произведенная продукция по группе предприятий, млн. руб.	Объем продукции в расчете на одного работника, тыс. руб.
До 60	8	60	37,5
60-65	11	75	32,5
65-70	24	160	35,1
70-75	12	78	35,0
75 и выше	5	30	33,3
Итого	60	403	-

Определите в целом по всей совокупности предприятий отрасли: средний уровень затрат в расчете на один рубль произведенной продукции.

Задания для самостоятельного решения.

Задние 1. Имеются следующие данные о заработной плате рабочих по цехам завода за два месяца:

№ цеха	Январь		Февраль	
	Средняя заработная плата, руб.	Фонд заработной платы, руб.	Средняя заработная плата, руб.	Численность рабочих, чел
1	6900	209000	7850	100
2	7050	210000	7050	115
3	6920	244500	7100	110
4	6980	236000	7050	105
5	7000	236500	6950	125
6	7100	252000	7000	130

Вычислите среднюю месячную заработную плату рабочих по заводу: 1) за январь; 2) за февраль.

Задание 2. По двум предприятиям, выпускающим одинаковые изделия, имеются за отчетный период следующие данные:

Предприятие	Себестоимость изделия, руб.	Общие затраты на производство всех изделий. тыс. руб.
1	7,0	154
2	6,5	117
Итого	-	271

Определите среднюю себестоимость одного изделия по двум предприятиям.

Задание 3. Имеются следующие данные о товарообороте продовольственных магазинов розничной торговли:

магазин	Торг 1		магазин	Торг 2	
	Фактический товарооборот тыс. руб.	Выполнение плана, \%		План товарооборота тыс. руб.	Выполнение плана, \%
1	200	100,0	4	250	110,0
2	84	105,0	5	400	90,0
3	165	110,0	6	180	120,0

Определите средний процент выполнения плана товарооборота:

а) по торгу 1;

б) по торгу 2.

Сравните полученные показатели.

Задание 4. Имеются следующие данные об оплате труда работников малых предприятий:

№ предприятия	Фонд заработной платы, руб.	Среднесписочная численность работников, чел.	Среднемесячная заработная плата, руб.	Удельный вес работников, %
1	360 000	400	9000	36
2	480 000	300	16000	64

Определите среднюю заработную плату работников предприятий, используя показатели: а) гр. 1 и 2; б) гр. 2 и 3; в) гр. 1 и 3; г) ф. 3 и 4.

Показатели вариации.

Различие индивидуальных значений признака внутри изучаемой совокупности в статистике называется **вариацией признака**.

Показатели вариации делятся на две группы: абсолютные и относительные.

К **абсолютным показателям вариации** относятся: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

К **относительным показателям вариации** относятся: коэффициенты вариации, осцилляции, относительное линейное отклонение и др. Относительные показатели вычисляются как отношение абсолютных показателей вариации к средней величине.

1. **Размах вариации** (R) представляет собой разность между максимальным (x_{max}) и минимальным (x_{min}) значением признака исследуемой совокупности:

$$R = x_{max} - x_{min}$$

2. **Среднее линейное отклонение** (\bar{d}) – это среднее из абсолютных отклонений значений признака от средней арифметической:

$$\bar{d}_{np} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n} \quad \bar{d}_{ese} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Поскольку сумма отклонений значений признака от средней величины равна нулю, приходится все отклонения брать по модулю.

3. **Дисперсия** – это среднее из квадратов отклонений индивидуальных значений признака от средней величины:

$$\sigma_{np}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \sigma_{взв}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

4. **Среднее квадратическое отклонение** находится как корень из дисперсии. Показывает (как и среднее линейное отклонение) на сколько в среднем индивидуальные значения признака отклоняются от средней арифметической:

$$\sigma_{np}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \sigma_{квр}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

5. Коэффициент вариации – это относительный показатель, исчисляемый как отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической:

$$K_v = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

ЗАДАЧА. По данным выборочного обследования произведена группировка вкладчиков по размеру вклада в Сбербанке города:

Размер вклада, руб.	До 400	400 - 600	600 - 800	800 - 1000	Свыше 1000
Число вкладчиков	32	56	120	104	88

ОПРЕДЕЛИТЕ:

- 1) размах вариации;
- 2) средний размер вклада;
- 3) среднее линейное отклонение;
- 4) дисперсию;
- 5) среднее квадратическое отклонение;
- 6) коэффициент вариации вкладов.

РЕШЕНИЕ:

Данный ряд распределения содержит открытые интервалы. В таких рядах условно принимается величина интервала первой группы равна величине интервала последующей, а величина интервала последней группы равна величине интервала предыдущей.

Величина интервала второй группы равна 200, следовательно, и величина первой группы также равна 200. Величина интервала предпоследней группы равна 200, значит и последний интервал будет иметь величину, равную 200.

Размер вклада, руб.	200 - 400	400 - 600	600 - 800	800 - 1000	1000 - 1200
Число вкладчиков	32	56	120	104	88

- 1) Определим размах вариации как разность между наибольшим и наименьшим значением признака:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 1200 - 200 = 1000$$

Размах вариации размера вклада равен 1000 рублей.

- 2) Средний размер вклада определим по формуле средней арифметической взвешенной.

Предварительно определим дискретную величину признака в каждом интервале. Для этого по формуле средней арифметической простой найдём середины интервалов.

Среднее значение первого интервала будет равно:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{200 + 400}{2} = 300$$

второго - 500 и т. д.

Занесём результаты вычислений в таблицу:

Размер вклада, руб.	Число вкладчиков, f	Середина интервала, x	xf
200-400	32	300	9600
400-600	56	500	28000
600-800	120	700	84000
800-1000	104	900	93600
1000-1200	88	1100	96800
Итого	400	-	312000

Средний размер вклада в Сбербанке города будет равен 780 рублей:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{300 * 32 + 500 * 56 + 700 * 120 + 900 * 104 + 1100 * 88}{32 + 56 + 120 + 104 + 88} \\ = \frac{312000}{400} = 780$$

3) Среднее линейное отклонение есть средняя арифметическая из абсолютных отклонений отдельных значений признака от общей средней:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f}$$

Порядок расчёта среднего линейного отклонения в интервальном ряду распределения следующий:

1. Вычисляется средняя арифметическая взвешенная, как показано в п. 2).
2. Определяются абсолютные отклонения вариантов от средней:

$$|x - \bar{x}|$$

3. Полученные отклонения умножаются на частоты:

$$|x - \bar{x}| f$$

4. Находится сумма взвешенных отклонений без учёта знака:

$$\sum |x - \bar{x}| f$$

5. Сумма взвешенных отклонений делится на сумму частот:

$$\frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f}$$

Удобно пользоваться таблицей расчётных данных:

Размер вклада, руб.	Число вкладчиков, f	Середина интервала, x	$x - \bar{x}$	$ x - \bar{x} $	$ x - \bar{x} f$
200-400	32	300	-480	480	15360
400-600	56	500	-280	280	15680
600-800	120	700	-80	80	9600
800-1000	104	900	120	120	12480
1000-1200	88	1100	320	320	28160
Итого	400	-	-	-	81280

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|f}{\sum f} = \frac{81280}{400} = 203,2$$

Среднее линейное отклонение размера вклада клиентов Сбербанка составляет 203,2 рубля.

4) Дисперсия - это средняя арифметическая квадратов отклонений каждого значения признака от средней арифметической.

Расчёт дисперсии в интервальных рядах распределения производится по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 * f}{\sum f}$$

Порядок расчёта дисперсии в этом случае следующий:

1. Определяют среднюю арифметическую взвешенную, как показано в п. 2).
2. Находят отклонения вариант от средней:

$$x - \bar{x}$$

3. Возводят в квадрат отклонения каждой варианты от средней:

$$(x - \bar{x})^2$$

4. Умножают квадраты отклонений на веса (частоты):

$$(x - \bar{x})^2 * f$$

5. Суммируют полученные произведения:

$$\sum (x - \bar{x})^2 * f$$

6. Полученная сумма делится на сумму весов (частот):

$$\frac{\sum (x - \bar{x})^2 * f}{\sum f}$$

Расчёты оформим в таблицу:

Размер вклада, руб.	Число вкладчиков, f	Середина интервала, x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 * f$
200-400	32	300	-480	230400	7372800
400-600	56	500	-280	78400	4390400
600-800	120	700	-80	6400	768000
800-1000	104	900	120	14400	1497600
1000-1200	88	1100	320	102400	9011200
Итого	400	-	-	-	23040000

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2 * f}{\sum f} = \frac{23040000}{400} = 57600$$

5) Среднее квадратическое отклонение размера вклада определяется как корень квадратный из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{57600} = 240$$

6) Коэффициент вариации - это отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической:

$$V = \frac{\sigma * 100\%}{\bar{x}} = \frac{240 * 100\%}{780} = 30,77\%$$

По величине коэффициента вариации можно судить о степени вариации признаков совокупности. Чем больше его величина, тем больше разброс значений признаков вокруг средней, тем менее однородна совокупность по своему составу и тем менее представительна средняя.

Тема: Ряды динамики

Практическая работа № 9

Цель: - научиться рассчитывать абсолютные, относительные и средние показатели рядов динамики.

Обеспечение практической работы:

- задание для выполнения работы.

В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.

В результате выполнения данной работы студент должен

уметь:

- рассчитывать показатели динамики;

знать:

- методы расчета показателей динамики.

Основной частью практической работы со студентами является закрепление методов расчета показателей на основе заранее подготовленной преподавателем исходной информации, содержащей индивидуальные данные.

При изучении данной темы необходимо обратить особое внимание на вычисление средней хронологической взвешенной моментного ряда, среднего темпа роста и прироста с использованием рядов, по которым вычислялись показатели динамики.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для выявления специфики развития изучаемых явлений за отдельные периоды времени определяют абсолютные и относительные показатели изменения ряда динамики абсолютные приросты, абсолютное значение одного процента прироста, темпа роста и прироста. Выяснение сущности— необходимое условие усвоения данной темы.

Рассматривая данные показатели, необходимо правильно выбрать базу сравнения, которая зависит от цели исследования.

При сравнении каждого уровня ряда с предыдущим получают **цепные показатели**; при сравнении каждого уровня с одним и тем же уровнем (базой) получают **базисные показатели**.

Для выражения абсолютной скорости роста (снижения) уровня ряда динамики исчисляют статистический показатель - **абсолютный прирост** (Δ). Его величина определяется как разность двух сравниваемых уровней. Она вычисляется по формуле

$$\Delta_{ц} = y_i - y_{i-1}, \text{ или } \Delta_{б} = y_i - y_0,$$

где y_i - уровень i -го года;

y_0 — уровень базисного года.

Интенсивность изменения уровней ряда динамики оценивается отношением текущего уровня к предыдущему или базисному, которое всегда представляет собой положительное число. Этот показатель называется **темп роста** (T_p). Он выражается в процентах, т. е.

$$T_p = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100, \text{ или } T_p = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100.$$

Темп роста может быть выражен и в виде **коэффициента** (K_p). В этом случае он показывает, во сколько раз данный уровень ряда больше уровня базисного года или какую его часть он составляет.

Для выражения изменения величины абсолютного прироста уровней ряда динамики в относительных величинах определяется темп прироста ($T_{пр}$), который рассчитывается как отношение абсолютного прироста к предыдущему или базисному уровню, т. е.

$$T_{пр} = \frac{\Delta}{y_{i-1}} \cdot 100 \text{ или } T_{пр} = \frac{\Delta}{y_0} \cdot 100.$$

Темп прироста может быть вычислен также путем вычитания из темпов роста 100%, т. е. $T_{пр} = T_p - 100$.

Показатель **абсолютного значения одного процента прироста** [%] определяется как результат деления абсолютного прироста на соответствующий темп прироста, выраженный в процентах, т. е.

$$|\%| = \frac{\Delta}{T_{пр}}, \text{ или } 0,01 \cdot y_{i-1}.$$

Расчет этого показателя имеет смысл только на цепной основе.

Особое внимание следует уделять методам расчета **средних показателей** рядов динамики, которые являются обобщающей характеристикой его абсолютных уровней. Методы расчета **среднего уровня** ряда динамики зависят от его вида и способов получения статистических данных.

В **интервальном ряду** динамики **сравноотстоящими уровнями** во времени расчет среднего уровня ряда (y) производится по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}.$$

Если **интервальный ряд** динамики имеет **неравноотстоящие уровни**, то средний уровень ряда вычисляется по формуле

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t},$$

где i — число периодов времени, в течение которых уровень не изменяется.

Для **моментного ряда** с **равноотстоящими уровнями** средняя хронологическая рассчитывается по формуле

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n-1},$$

где n - число уровней ряда.

Средняя хронологическая для **неравноотстоящих уровней моментного ряда** динамики вычисляется по формуле

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + (y_3 + y_4)t_3 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2\sum t_i}.$$

Определение среднего абсолютного прироста производится по формуле

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{ц}}{n-1} \quad \text{или} \quad \bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n-1}.$$

Среднегодовой темп роста вычисляется по формуле средней геометрической:

$$\bar{T}_p = \sqrt[m]{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_4 \cdot \dots \cdot K_n}, \quad \text{или} \quad \bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}},$$

где m - число коэффициентов роста.

Среднегодовой темп прироста получим, вычтя из среднего темпа роста 100%.

Практическая работа № 10

«Анализ основной тенденции ряда динамики»

Цель: - научиться выявлять и анализировать основную тенденцию в рядах динамики.

Обеспечение практической работы:

- задание для выполнения работы.

В результате выполнения данной работы студент должен

В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.

уметь:

- выявить и проанализировать основную тенденцию в рядах динамики с помощью сглаживания по уравнению прямой;

знать:

- методы анализа основной тенденции в рядах динамики.

Основной частью практической работы со студентами является закрепление приемов и методов изучения в рядах динамики основной тенденции развития явления на основе заранее подготовленной преподавателем исходной информации, содержащей индивидуальные данные.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Наиболее эффективным способом выявления основной тенденции развития является аналитическое выравнивание. При этом уровни ряда динамики выражаются в виде функции времени.

Аналитическое выравнивание может быть осуществлено по любому рациональному многочлену. Выбор функции производится на основе анализа характера закономерностей динамики данного явления.

Для выравнивания ряда динамики по прямой используется уравнение

$$y_t = a_0 + a_1 t.$$

Способ наименьших квадратов дает систему двух нормальных уравнений для нахождения параметров a_0 и a_1

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y; \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum ty, \end{cases}$$

где y — исходный уровень ряда динамики;

n — число членов ряда;

t — показатель времени, который обозначается порядковыми номерами, начиная от низшего.

Решение системы уравнений позволяет получить выражение для параметров a_0 и a_1

$$a_0 = \frac{\sum t^2 \cdot \sum y - \sum t \cdot \sum yt}{n \sum t^2 - \sum t \cdot \sum t};$$

$$a_1 = \frac{n \sum ty - \sum t \cdot \sum y}{n \sum t^2 - \sum t \cdot \sum t}.$$

В рядах динамики техника расчета параметров уравнения может быть упрощена. Для этой цели показателем времени придают такие значения, чтобы их сумма была равна нулю

При этом уравнения системы примут следующий вид:

$$n a_0 = \sum y \text{ и } a_1 \sum t^2 = \sum ty,$$

откуда

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}$$

:

$$a_1 = \frac{\sum ty}{\sum t^2}.$$

В результате получается уравнение основной тенденции. Подставляя в уравнение принятые обозначения t , вычисляют выравненные уровни ряда динамики:

По окончании расчета основной тенденции целесообразно построить график, на котором следует изобразить исходные данные и теоретические значения уровней ряда.

Основная тенденция (тренд) показывает, как воздействуют систематические факторы на уровень ряда динамики, а колеблемость уровней около тренда служит мерой воздействия остаточных факторов. Ее можно измерить по формуле

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y}_t)^2}{n}}$$

среднее квадратическое отклонение.

Относительной мерой колеблемости является коэффициент вариации, который вычисляется по формуле

$$v = \frac{\sigma_t}{\bar{y}}.$$

Тема: Статистика населения

Практическая работа № 11-12

Цель:

- научить рассчитывать показатели естественного движения и миграции населения;
- научить рассчитывать среднегодовую численность населения.

Обеспечение практической работы:

- задание для выполнения работы.

В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.

уметь:

- рассчитывать показатели естественного движения и миграции населения;
- рассчитывать среднегодовую численность населения.

знать:

- методы расчёта показателей естественного движения и миграции населения.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Статистика населения представляет собой науку, исследующую явления и процессы в количественном показателе, которые протекают в обществе, в постоянной связи с их качественными показателями.

Население — совокупность людей, которые населяют землю, живут на определенной территории континента, страны, города, района, поселения. Население является предметом исследования и демографии, которая определяет общие закономерности развития, исследуя его жизнедеятельность во всех направлениях: историческом, политическом, экономическом, социальном, юридическом, медицинском и статистическом. К тому же необходимо иметь в виду, что по мере развития знаний об объекте обнаруживаются его новые стороны, которые становятся отдельным объектом познания.

При помощи переписи населения определяется его численность на определенный момент времени. В промежутках между переписями численность населения в определенных населенных пунктах и в целом по стране рассчитывается на основе данных последней переписи и данных текущей статистики о естественном и механическом движении населения по следующей балансовой схеме:

$$S_{кг} = S_{нг} + N + П - M - В,$$

где $S_{кг}$ - численность населения на конец года;

$S_{нг}$ - численность населения на начало года;

N - численность родившихся за год;

$П$ - численность прибывших за год;

M - численность умерших за год;

$В$ - численность выбывших за год.

При определении численности населения отдельных населенных пунктов на определенную дату в статистике могут учитываться различные категории населения:

- 1) постоянное население;
- 2) наличное население.

Постоянное население – категория населения, объединяющая людей, для которых данный населенный пункт представляет место обычного проживания в данное время, независимо от их фактического местонахождения в момент учета (переписи).

Наличное население – категория населения, объединяющая людей, фактически находящихся на момент переписи в данном населенном пункте независимо от того, является ли их пребывание в этом пункте временным или постоянным.

Взаимосвязь между категориями населения:

$$\text{НН} = \text{ПН} - \text{ВО} + \text{ВП},$$

где НН - наличное население;

ПН - постоянное население;

ВО- численность временно отсутствующих;

ВП - численность временно присутствующих.

Численность населения в любом населенном пункте в течение года существенно изменяется, поэтому для расчета целого ряда показателей в статистике определяют среднюю численность населения за год (или другой отрезок времени).

Среднегодовая численность населения определяется разными способами.

1. Если данные о численности населения имеются на начало и конец периода — по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{S} = \frac{S_n + S_k}{2}.$$

2. Если имеются данные о численности населения за неравные периоды времени — по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{S} = \frac{\sum S_i t_i}{\sum t_i}.$$

3. Если данные о численности населения имеются на дату за равные интервалы времени — по формуле средней хронологической простой:

$$\bar{S} = \frac{1/2 S_1 + S_2 + \dots + S_{n-1} + 1/2 S_n}{n-1}.$$

4. Если данные о численности населения имеются на дату за неравные интервалы времени — по формуле средней хронологической взвешенной:

$$\bar{S} = \frac{\sum (S_i + S_{i+1}) t_i}{\sum t_i}.$$

5. Если данные о численности населения представлены за относительно длинный период времени:

$$\bar{S} = \frac{S_k - S_n}{\ln S_k - \ln S_n},$$

где S_n, S_k — численность населения на начало, конец изучаемого периода;

S_1, S_2, \dots, S_j — численность населения на определенную дату;

t — число дней (недель, месяцев и т.п.) в изучаемом периоде.

Для отдельных территорий или административных единиц определяется показатель плотности населения:

$$p = \frac{S}{\Pi}$$

где p - плотность населения;

S - численность населения данной территории;

Π - площадь данной территории.

Показатели естественного и механического движения населения

Естественное движение населения – изменение численности населения за счет рождений и смертей.

Абсолютные показатели естественного движения населения:

1. Число родившихся за год (N);
2. Число умерших за год (M);
3. Естественный прирост населения (ΔE) – разность между числом родившихся и умерших:

$$\Delta E = N - M$$

4. Число заключенных за год браков (B);
5. Число расторгнутых браков (число разводов) (P).

Относительные показатели механического движения населения

Вид показателя	Характеристика	Расчетная формула
1. Коэффициент прибытия	Число прибывших на 1000 человек населения в среднем за год	$K_n = \frac{\Pi}{S} \cdot 1000$
2. Коэффициент выбытия	Число выбывших на 1000 человек населения в среднем за год	$K_v = \frac{B}{S} \cdot 1000$
3. Общий коэффициент миграции	Характеризует механический прирост (убыль) населения	$K_{\text{общ. миг}} = \frac{\Pi - B}{S} \cdot 1000$ $\hat{E}_{\text{мех. пр.}} = \hat{E}_i - \hat{E}_a$
4. Коэффициент интенсивности миграционного оборота	Показывает интенсивность миграционных процессов	$K_{\text{миг. об}} = \frac{\Pi + B}{S} \cdot 1000$
5. Коэффициент эффективности миграции	Характеризует долю механического прироста в общем обороте миграции	$K_{\text{эф. миг}} = \frac{\Pi - B}{\Pi + B} \cdot 100$

ЗАДАЧА. Имеются данные по одной из областей, тыс. чел.:

Численность населения на начало года 2690

В течение года:

родилось 35,0

умерло 21,5

прибыло 29,8

выбыло 22,3

ОПРЕДЕЛИТЕ:

1. Коэффициенты естественного движения населения - рождаемости, смертности, естественного прироста (убыли), оборота, экономичности воспроизводства.
2. Коэффициент жизненности населения.
3. Коэффициенты миграции: прибытия, выбытия, механического прироста; интенсивности миграционного оборота, эффективности миграции.
4. Покажите роль естественного прироста и миграции в формировании населения области.

РЕШЕНИЕ:

1. Найдём численность населения на конец года по балансовой схеме:

$$S_K = S_H + N + \Pi - M - B,$$

где

S_H, S_K – численность населения на начало и конец года,

N, M, Π, B – число родившихся, умерших, прибывших и выбывших.

$$S_K = 2\,690 + 35 + 29,8 - 21,5 - 22,3 = 2\,711 \text{ тыс. чел.}$$

2. Для расчёта относительных показателей воспроизводства необходимо знать среднегодовую численность населения.

Так как известна численность населения на начало и конец года, среднюю численность определим по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{S} = \frac{S_H + S_K}{2}$$

$$\bar{S} = \frac{2\,690 + 2\,711}{2} = 2\,700,5 \text{ тыс. чел.}$$

3. Коэффициент рождаемости рассчитывается по формуле:

$$K_N = \frac{N}{\bar{S}} * 1000\text{‰} = \frac{35}{2\,700,5} * 1000\text{‰} = 12,96\text{‰}$$

4. Коэффициент смертности рассчитывается по формуле:

$$K_M = \frac{M}{\bar{S}} * 1000\text{‰} = \frac{21,5}{2\,700,5} * 1000\text{‰} = 7,96\text{‰}$$

5. Коэффициент естественного прироста можно определить по формуле:

$$K_{N-M} = K_N - K_M = 12,96\text{‰} - 7,96\text{‰} = 5\text{‰}$$

На каждую тысячу человек населения в течение года родилось 13 детей, умерло примерно 8 человек, естественный прирост составил 5 человек.

6. Коэффициент оборота населения рассчитывается по формуле:

$$K_{N+M} = K_N + K_M = 12,96\text{‰} + 7,96\text{‰} = 21\text{‰}$$

Число родившихся и умерших на 1000 человек населения в среднем за год равно 21.

7. Коэффициент экономичности воспроизводства показывает удельный вес естественного прироста в общем обороте населения.

Коэффициент экономичности воспроизводства населения равен:

$$K_{\text{эк}} = \frac{K_N - K_M}{K_N + K_M} = \frac{5}{21} = 0,24$$

Следовательно, в регионе доля естественного прироста в общем обороте населения составляет 24%.

8. Определим коэффициент жизненности (индекс Покровского-Пирла) или коэффициент депопуляции, представляющий собой отношение числа родившихся к числу умерших (за год) по формуле:

$$K_{\text{жизн}} = \frac{N}{M} = \frac{35}{21,5} = 1,63 \text{ родившихся на одного умершего}$$

Коэффициент жизненности больше единицы при положительном естественном приросте населения.

Рассчитаем показатели механического движения (миграции) населения.

9. Механическое движение (миграция) населения – это прибытие в данный населённый пункт и выбытие из него.

Коэффициент прибытия определяется по формуле:

$$K_{\Pi} = \frac{\Pi}{\bar{S}} * 1000\text{‰} = \frac{29,8}{2\,700,5} * 1000\text{‰} = 11,03\text{‰}$$

На каждую 1000 человек населения в среднем за год прибыло приблизительно 11 человек.

10. Коэффициент выбытия определяется по формуле:

$$K_B = \frac{B}{\bar{S}} * 1000\text{‰} = \frac{22,3}{2\,700,5} * 1000\text{‰} = 8,26\text{‰}$$

Число выбывших на каждую 1000 человек населения в среднем за год составило примерно 8 человек.

11. Коэффициент миграции (механического прироста) рассчитаем двумя способами:

$$K_{П-В} = \frac{П - В}{\bar{S}} * 1000\text{‰} = \frac{29,8 - 22,3}{2\,700,5} * 1000\text{‰} = 2,78\text{‰}$$

или

$$K_{П-В} = K_{П} - K_{В} = 11,03\text{‰} - 8,26\text{‰} = 2,77\text{‰}$$

Приток населения на данную территорию составил 3 человека на каждую 1000 человек населения.

12. Коэффициент интенсивности миграционного оборота найдём двумя способами:

$$K_{П+В} = \frac{П + В}{\bar{S}} * 1000\text{‰} = \frac{29,8 + 22,3}{2\,700,5} * 1000\text{‰} = 19,29\text{‰}$$

или

$$K_{П+В} = K_{П} + K_{В} = 11,03\text{‰} + 8,26\text{‰} = 19,29\text{‰}$$

13. Коэффициент эффективности миграции рассчитаем по формуле:

$$K_{Эф} = \frac{П - В}{П + В} * 100\% = \frac{29,8 - 22,3}{29,8 + 22,3} * 100\% = 14,4\%$$

14. Зная коэффициент естественного прироста и коэффициент миграции, можно определить коэффициент общего прироста населения по формуле:

$$K_{Общ} = K_{Н-М} + K_{П-В} = 5 + 2,78 = 7,78\text{‰}$$

что означает прирост на каждую 1000 человек.

15. Абсолютный прирост населения области равен:

$$\Delta S = S_K - S_H = 2\,711 - 2\,690 = 21 \text{ тыс. чел.}$$

в том числе

за счёт естественного прироста

$$35 - 21,5 = 13,5 \text{ тыс. чел.}$$

за счёт положительного сальдо миграции

$$29,8 - 22,3 = 7,5 \text{ тыс. чел.}$$

Население области на 64,29% ($\frac{13,5}{21} * 100$) формируется за счёт естественного прироста и на 35,71% ($\frac{7,5}{21} * 100$).

Задача. Имеются следующие данные по области:

- численность населения:

на 1.01.2001г. 1350 (SH)

на 1.01.2002г. 1580 (SK)

- Родилось в 2001г. 38 (N)

- Умерло в 2001г. 7,9 (M)

- Средняя численность женщин

в возрасте 15-49 лет 339

Определите относительные показатели движения населения.

Решение:

$$\bar{S} = \frac{1350 + 1580}{2} = 1465 \text{ тыс. чел.}$$

$$K_p = \frac{38 * 1000}{1465} \approx 25,9\%$$

$$K_{см} = \frac{7,9 * 1000}{1465} \approx 5,4\%$$

$$K_{p(15-49)} = \frac{38 * 1000}{335} \approx 113,4\%$$

$$K_{э.пр.} = \frac{38 - 7,9}{1465} * 1000 \approx 20,5\% \text{ или}$$

$$K_p - K_{см} = 25,9\% - 5,4\% = 20,9\%$$

$$K_{ж} = \frac{38}{7,9} * 100 = 481\%$$

$$K_{общ.пр.} = \frac{1580 - 1350}{1465} * 1000 = 160\%$$

$$K_{мех.пр.} = 160 - 20,5 = 139,5\%$$

Тема: Статистика рынка труда.

Практическое занятие № 13-14

Цель:

- изучить взаимосвязь показателей трудовых ресурсов;
- научить рассчитывать показатели численности и состава экономически активного населения, занятого населения, безработных.

Обеспечение практической работы:

- задание для выполнения работы.

В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.

уметь:

- рассчитывать показатели численности и состава экономически активного населения
- рассчитывать показатели занятого населения;
- рассчитывать показатели безработных.

знать:

- методы расчёта показателей трудовых ресурсов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Важнейшим элементом экономического потенциала страны являются трудовые ресурсы, составляющие основу рынка труда.

Трудовые ресурсы – это та часть населения, которая по возрастному признаку и состоянию здоровья фактически участвует или способна участвовать в общественно полезном труде.

Статистика рынка труда рассматривает взаимосвязь показателей трудовых ресурсов: показателей численности и состава экономически активного населения, занятого населения, безработных. Здесь же могут рассматриваться структурные составляющие каждой категории. Например, состав работающих по найму, уровень квалификации и другие характеристики.

При изучении персонала конкретного предприятия предполагается статистическое изучение списочной численности персонала, движения рабочей силы, использования рабочего времени. Часто для анализа составляют баланс трудовых ресурсов и баланс использования рабочего времени.

Система показателей статистики труда состоит из ряда подсистем, каждая из которых содержит абсолютные и относительные показатели, характеризующие определенную сторону явлений и процессов, происходящих в сфере труда и трудовых отношений. К основным разделам системы показателей статистики труда относятся:

- показатели состава и движения трудовых ресурсов и рабочей силы;
- показатели экономической активности населения;
- показатели численности и состава работников;
- показатели рабочего времени;
- показатели производительности труда;
- показатели статистики оплаты труда.

Естественное движение трудовых ресурсов подразумевает вступление в трудоспособный возраст и выход из него. Механическое движение трудовых ресурсов – это их миграция.

В статистике экономической активности населения рассчитывают следующие показатели:

$$1) \text{ коэффициент экономической активности} \\ K_{за} = \frac{\text{численность экономически активного населения}}{\text{общая численность населения}} \cdot 100$$

$$2) \text{ коэффициент занятости} \\ K_з = \frac{\text{численность занятых}}{\text{численность экономически активного населения}} \cdot 100;$$

$$3) \text{ коэффициент безработицы} \\ K_б = \frac{\text{численность безработных}}{\text{численность экономически активного населения}} \cdot 100;$$

4) продолжительность безработицы рассчитывается по формуле средней арифметической взвешенной и по формуле медианы.

Для определения общей численности занятых на предприятиях и в организациях необходимо иметь данные о численности занятых на каждом предприятии и в организации: данные, полученные на определенную дату (на начало и конец месяца, квартала или года, на дату проведения специального обследования).

В зависимости от поставленной цели используются различные категории численности – списочная, явочная, численность фактически работавших. Эти категории работников могут быть рассчитаны на каждый календарный день периода.

Однако учет работников на определенную дату не показателен, потому что их численность ежедневно меняется в результате приема и увольнения. Поэтому в отчетности по труду основными показателями являются показатели средней численности – среднесписочная численность (ССЧ), среднеявочная (СЯЧ), средняя численность фактически работавших (СЧФР).

Среднесписочная численность может быть рассчитана как сумма списочной численности работников за все календарные дни месяца, деленная на календарную продолжительность данного месяца. Эта же величина может быть получена делением суммы всех явок и неявок за весь месяц на число календарных дней в месяце. Списочная численность работников в праздничные и выходные дни принимается равной численности в последний рабочий день накануне:

$$ССЧ = \frac{\text{сумма списочной численности работников за все календарные дни месяца}}{\text{календарная продолжительность данного месяца}}$$

$$\begin{aligned}
\text{ССЧ} &= \frac{\text{сумма всех явок и неявок в течение месяца}}{\text{календарная продолжительность данного месяца}}, \\
\text{СЯЧ} &= \frac{\text{сумма всех явок в течение месяца}}{\text{количество рабочих дней в месяце}}, \\
\text{СЧФР} &= \frac{\text{сумма всех явок} - \text{целодневные простои в течение месяца}}{\text{количество рабочих дней в месяце}}
\end{aligned}$$

Рассмотрим примеры решения задач по теме «*Статистика рынка труда и занятости населения*».

Задача 1. Показатели численности и состава населения по статусу занятости

Имеются данные на конец года по территории, тыс. чел.:

- численность населения – 146,7;
- экономически активное население – 66,7;
- безработных, всего - 8,9, в том числе зарегистрированных в службе занятости – 1,93.

Определить: 1) уровень экономически активного населения; 2) уровень занятости; 3) уровень безработицы; 4) уровень зарегистрированных безработных; 5) коэффициент нагрузки на 1 занятого в экономике.

Решение

1) уровень экономически активного населения найдем по формуле:

$$K_{\text{эк.акт.}} = \frac{\text{экономически активное население}}{\text{все население}}$$

$$= 66,7:146,7 = 0,45 = 45\%.$$

2) уровень занятости найдем по формуле:

$$K_{\text{зан.}} = \frac{\text{занятые}}{\text{экономически активн}}$$

$$= (66,7-8,9)/66,7 = 0,87 = 87\%.$$

3) уровень безработицы найдем по формуле:

$$K_{\text{безраб}} = \frac{\text{безработные}}{\text{экономически активн}}$$

$$= 8,9:66,7 = 0,13 = 13\%.$$

4) уровень зарегистрированных безработных найдем по формуле:

$$K_{\text{безраб}} = \frac{\text{зар.безработные}}{\text{экономически активн}}$$

$$= 1,93:66,7 = 0,03 = 3\%.$$

5) коэффициент нагрузки на 1 занятого в экономике находим как отношение разности общей численности населения и экономически активного к числу занятых: $K_n = (146,7 - 66,7)/(66,7 - 8,9) = 1,38$.

Задача 2. Показатели списочной, явочной, фактической численности работников предприятия

Имеются следующие данные за ноябрь:

Числа месяца	Состояло по списку каждый день	Являлось на работу каждый день	Число целодневных простоев за период
1	90	90	
5-8	92	92	
11-13	95	94	12
14-15	94	92	
18-22	98	95	
25-29	100	99	4

Выходные и праздничные дни: 2, 3, 4, 9, 10, 16, 17, 23, 24, 30.

Определите: среднюю списочную численность, среднюю явочную численность и среднее число фактически работавших лиц в ноябре.

Решение

Среднесписочную численность работников в ноябре определим как отношение суммы списочной численности работников за все дни месяца к числу календарных дней месяца:
 $Ч_{ср\ сп} = (90+4*92+3*95+2*94+5*98+5*100):30=1921:30=64,03\approx 64$

Среднюю явочную численность за ноябрь определим как отношение суммы явочной численности работников за все дни месяца к числу календарных дней месяца:
 $Ч_{ср\ яв} = (90+4*92+3*94+2*92+5*95+5*99):30=1894:30=63,13\approx 63$

Определим среднее число фактически работавших лиц в ноябре:
 $Ч_{ср\ ф\ р} = (1894-12-4):30=1878:30=62,6\approx 63$.

Задача 3. Баланс использования рабочего времени

Имеются следующие данные по предприятию об использовании рабочего времени за октябрь (24 рабочих дня):

Постройте баланс использования рабочего времени и определите:

- 1) относительные показатели структуры максимально возможного фонда рабочего времени;
- 2) коэффициенты использования фондов рабочего времени;
- 3) коэффициенты использования рабочего времени: а) по числу дней работы на одного списочного рабочего; б) по продолжительности рабочего дня (полной и урочной); в) по числу часов, отработанных в среднем одним списочным рабочим за октябрь.

Решение

- 1) Составим баланс использования рабочего времени:

Отработано рабочими, чел-дней	1680
Целодневные простои, чел-дней	20
Неявки, чел-дней:	
в связи с очередными отпусками	50
в связи с родами	15
по болезни	25
в связи с отпусками по учебе	20
связи с выполнением государственных обязанностей	5
по разрешению администрации	35
связи с выходными и праздничными днями	630
Отработано рабочими, чел-часов	12768
Средняя установленная продолжительность рабочего дня, час	7,8

- 2) Определим среднесписочную численность работников предприятия:

$$Ч_{ср} = 2480/24 = 103$$

3) Определим общий коэффициент использования рабочего времени:
 $K_o = 1680/2480 = 0,68$ – отсюда видно, что потери рабочего времени составляют $100-68=32\%$.

4) Определим коэффициент использования рабочего времени по числу дней работы на одного списочного рабочего: $1680/103=16,3$ дня из 24-х дней октября.

5) Определим коэффициент использования рабочего времени по продолжительности рабочего

- урочно: $12 \cdot 668/1680 = 7,54$ дня;
 - вместе со сверхурочными: $12 \cdot 768/1680 = 7,6$ часов в день.

6) Определим коэффициент использования рабочего времени по числу часов, отработанных в среднем одним списочным рабочим: $12 \cdot 768/103 = 123,96$ часов в октябре.

Задача 4. Определить среднесписочную численность работников за июнь и за второй квартал при условии:

Дата	Списочная численность
с 1-го по 8-ое июня	350
с 9-го по 16-ое июня	368
с 17-го по 28-ое июня	372
с 29-го по 30-ое июня	390

Кроме того известно, что среднесписочная численность работников предприятия в апреле составила 346 человек, в мае – 356 человек.

Решение:

$$ССЧ_{\text{июнь}} = \frac{350 \cdot 8 + 368 \cdot 8 + 372 \cdot 12 + 390 \cdot 2}{30} = 366,27 \text{ чел.}$$

Итак, среднесписочная численность за июнь составила 366 человек (очевидно, что результаты таких расчетов принято округлять до целых чисел). Рассчитаем среднюю списочную численность за второй квартал:

$$ССЧ_{\text{II кв.}} = \frac{ССЧ_{\text{апр}} + ССЧ_{\text{май}} + ССЧ_{\text{июнь}}}{3} = \frac{346 + 356 + 366}{3} = 356 \text{ чел.}$$

Задача 5.

Численность населения страны составляет 200 млн. чел.

Численность занятых составляет 112 млн. человек.

Численность населения трудоспособного возраста составляет 160 млн. человек.

Фрикционно безработные составляют 6 млн. человек.

Структурно безработные составляют 2 млн. человек.

Численность циклически безработных равна 5 млн. человек.

Фактический уровень безработицы превосходит естественный на 4 %.

Потенциальный ВВП равен 2500;

Коэффициент чувствительности ВВП к динамике циклической безработицы равен 2,4

Рассчитать:

- 1) Фактический уровень безработицы
- 2) Естественный уровень безработицы
- 3) Фактический ВВП

РЕШЕНИЕ.

Рассчитаем численность безработных:

$$U = 6 + 2 + 5 = 13 \text{ млн. человек.}$$

1) Фактический уровень безработицы вычислим по формуле:

$$u = U / (E + U) \times 100\% = (12 / (112 + 12)) \times 100\% = 9,68\%$$

где u – фактический уровень безработицы,

E – численность занятых,

U – численность безработных.

2) Найдём естественный уровень безработицы по формуле:

$$u^* = ((U_{\text{фрикц}} + U_{\text{структ}}) / (E + U)) \times 100\% = ((6+2) / (112 + 12)) \times 100\% = 0,06\%$$

где u^* – естественный уровень безработицы,

$U_{\text{фрикц}}$ – численность фрикционных безработных,

$U_{\text{структ}}$ – численность структурных безработных.

3) Величину фактического ВВП найдёт с помощью формулы закона Оукена.

Формула закона Оукена имеет вид:

$$((Y - Y^*) / Y^*) \times 100\% = -\beta \times (u - u^*)$$

где Y – фактический ВВП,

Y^* – потенциальный ВВП,

u – фактический уровень безработицы,

u^* – естественный уровень безработицы,

$(u - u^*)$ – уровень циклической безработицы,

β – коэффициент Оукена.

Отсюда фактический ВВП равен:

$$Y = (2500 \times (100 - 2,4 \times (9,68 - 0,06))) / 100 = (2500 \times 76,912) / 100 = 1922,8 \text{ млрд. дол.}$$

Примеры для самостоятельного решения.

ЗАДАНИЕ 1.

Численность занятых 92 млн. чел.

Число безработных 8 млн. чел.

Чему равен уровень безработицы в стране?

Через месяц 1 млн. чел. уволился 0,5 млн чел. из числа безработных прекратили поиски работы.

Определить:

1) Число занятых?

2) Число безработных?

3) Уровень безработицы?

ЗАДАНИЕ 2.

Уровень безработицы на начало года составляет 15%.

За год численность рабочей силы уменьшилась на 5%, а численность безработных уменьшилась на 2%.

Найти уровень безработицы в конце года.

ЗАДАНИЕ 3.

Численность населения составляет 100 млн. чел., численность рабочей силы составляет 60 млн. чел., а уровень безработицы 12%.

Определить численность безработных.

ЗАДАНИЕ 4.

В стране с неизменной численностью рабочей силы в течение текущего года каждый двадцатый из занятых потерял работу, а 35% безработных ее нашли. Известно, что численность нашедших работу совпала с количеством освободившихся рабочих мест.

Определить уровень безработицы в стране.

ЗАДАНИЕ 5.

Естественный уровень безработицы в текущем году составляет 6%, а фактический – 10%.

1) Определите величину относительного отставания фактического ВВП от потенциального.

2) Если фактический объем выпуска в том же году составил 600 млрд. долл., то каковы потери ВВП, вызванные циклической безработицей?

ЗАДАНИЕ 6.

По имеющимся данным необходимо определить величину рабочей силы и различные виды безработицы (заполнить пустые ячейки). При определении потенциального ВВП и параметра Оукена необходимо учитывать, что естественная безработица относительно постоянна в краткосрочном периоде (не меняется на протяжении 1-3 лет).

Тема: Статистика уровня жизни населения Практическая работа № 15.

Цель:

- изучить совокупные доходы населения;
- изучить реальные показатели доходов;
- изучить индекс стоимости жизни.

Обеспечение практической работы:

- задание для выполнения работы.

В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.

уметь:

- рассчитывать совокупные доходы населения
- рассчитывать реальные показатели доходов;
- рассчитывать индекс стоимости жизни

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Понятие «**уровень жизни**» многогранно и характеризует материальные возможности населения в удовлетворении своих потребностей. Оно включает в себя различные социальные аспекты общественной жизни: условия труда и быта, уровень и структуру доходов и расходов населения, формы использования свободного времени, уровень развития здравоохранения, культуры, искусства и др.

Количественная характеристика этих социальных сторон жизни общества является предметом изучения статистики социального развития и уровня жизни населения.

Объектом исследований в статистике уровня жизни населения выступают домохозяйства, отдельные социально-демографические группы, все население.

Различают четыре уровня жизни населения:

- 1) достаток — пользование благами, обеспечивающими всестороннее развитие человека;
- 2) нормальный уровень — рациональное потребление по научнообоснованным нормам, обеспечивающее человеку восстановление его физических и интеллектуальных сил;
- 3) бедность — потребление благ на уровне сохранения работоспособности как нижней границы воспроизводства рабочей силы;
- 4) нищета — минимально допустимый по биологическим критериям набор благ и услуг, потребление которых лишь позволяет поддержать жизнеспособность человека.

Сообщающим показателем уровня жизни в большинстве стран принята средняя продолжительность жизни людей, рассчитанная по группам, образованным по признакам пола, возраста, социального положения, занятиям и др.

Основные задачи статистики уровня жизни населения:

- 1) совершенствование статистического наблюдения за уровнем жизни населения;
- 2) разработка системы показателей, всесторонне характеризующих уровень жизни населения;
- 3) анализ динамики показателей уровня жизни;
- 4) выявление закономерностей изменения уровня жизни;
- 5) анализ влияния факторов на изменение уровня жизни;
- 6) анализ дифференциации населения по доходам и потреблению;
- 7) оценка уровня потребления населением материальных благ и услуг; сравнение фактического уровня потребления с рациональными нормами;
- 8) характеристика потребления населением услуг образования, здравоохранения, культуры, туризма и отдыха и т.д.;
- 9) разработка обобщающих показателей уровня жизни;
- 10) проведение международных и межрегиональных сравнений показателей уровня жизни населения.

К обобщающим показателям уровня жизни населения относятся индексы.

Условные обозначения

Показатель	Условное обозначение
Индекс потребительских цен	I_p
Коэффициент эластичности	ε
Индекс развития человеческого потенциала	$I_{ЧП}$
Покупательской способности рубля	$I_{п.с.р}$
Индекс реальной заработной платы	$I_{р.з.п}$
Индекс номинальной заработной платы	$I_{н.з.п}$
Индекс конечных доходов населения	$I_{к.д}$
Индекс реальных доходов населения	$I_{р.д}$

Формулы для расчета

1. Индекс потребительских цен

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$$

2. Коэффициент эластичности применяется для изучения зависимости между результативным признаком (у) и факторным признаком (х)

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{y}{x} = \frac{\Delta y}{y} \cdot \frac{\Delta x}{x},$$

где у – результативный признак;

х – факторный признак;

Δy – изменение результативного признака;

Δx – изменение факторного признака.

3. В качестве обобщающего показателя, характеризующего уровень общественного благосостояния, используют индекс развития человеческого потенциала ($I_{чп}$).

$$I_{чп} = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{3}$$

где I_1 – индекс ожидаемой продолжительности жизни при рождении;

I_2 – индекс достигнутого уровня образования;

I_3 – индекс реального объема ВВП в расчете на душу населения.

Индекс каждого показателя рассчитывается по формуле:

$$I_i = \frac{X_i - X_{i \min}}{X_{i \max} - X_{i \min}}$$

где X_i – фактическое значение i – го показателя;

$X_{i \min}$ и $X_{i \max}$ – минимальное и максимальное значение i – го показателя.

4. Индекс цен на товары и услуги I_p :

$$I_p = \frac{1}{I_{п.с.р}}$$

где $I_{п.с.р}$ – индекс покупательной способности рубля

5. Индекс покупательской способности $I_{п.с.р.}$ определяется в виде индекса, обратного индексу цен на товары и тарифов на услуги:

$$I_{п.с.р.} = \frac{1}{I_p}$$

Индекс покупательной способности рубля применяется для измерения инфляции: показывает, во сколько раз обесценились деньги.

6. Индекс реальной заработной платы $I_{р.зп}$:

$$I_{р.зп} = \frac{I_{н.зп}}{I_p},$$

где $I_{н.зп}$ – индекс номинальной заработной платы

7. Индекс номинальной заработной платы $I_{н.зп}$:

$$I_{н.зп} = \frac{\dot{z}_1}{\dot{z}_0},$$

где \dot{z}_0, \dot{z}_1 – средняя заработная плата работников соответственно в базисном и отчетном периодах.

8. Индекс конечных доходов населения $I_{к.д.}$:

$$I_{к.д.} = \frac{КД_1}{КД_0},$$

где $КД_1, КД_0$ – конечные доходы населения в текущих ценах соответственно в отчетном и базисном периодах ($КД =$ Номинальная заработная плата + Доходы от общественных фондов потребления + Другие доходы в расчете на одного работника).

9. Индекс реальных доходов населения $I_{р.д.}$:

$$I_{р.д.} = \frac{I_{к.д.}}{I_p}$$

Примеры решения типовых задач

Задача1. Стоимость фиксированного набора потребительских товаров и услуг в Красноярском крае в январе 2012 года 9729,32 руб., в декабре 2012 года – 10477,71 руб. Рассчитать индекс потребительских цен.

Индекс потребительских цен рассчитывается по формуле:

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{10477,71}{9729,32} = 1,0769(107,69)$$

Следовательно, за отчетный период потребительские цены выросли на 7,69%.

Задача 2. Цены на предметы длительного пользования (x) в отчетном периоде увеличилась на 57% по сравнению с базисным, а расходы на приобретение предметов длительного пользования (y) – на 50%.

Коэффициент эластичности (Э) потребления предметов длительного пользования в зависимости от цен на эти товары равен:

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x} = \frac{0,50}{0,57} = 0,877(87,7)$$

То есть, при увеличении цены на товары на 1% расходы на приобретение этих товаров сокращаются на 12,3% (100-87,7).

Задача 3. Рассчитать за два года индекс реальных доходов одного работающего и индекс покупательной способности рубля. Сделать выводы.

Показатели	Период	
	2017 г.	2018 г.
Индекс потребительских цен	108,8	108,8
Индекс номинальной заработной платы	1,078	1,124

Задача 4. Имеется ряд распределения населения в Российской Федерации в 2018 году по величине среднедушевых денежных доходов.

Показатель	В % к общей численности населения
Все население: в т. ч.:	100
среднедушевыми денежными доходами в месяц, руб.:	
до 3500,0	2,8
3500,1 - 5000,0	4,6
5000,1 - 7000,0	8,1
7000,1 - 10000,0	13,5
10000,1 - 15000,0	19,8
15000,1 - 25000,0	24,8
25000,1 - 35000,0	12,1
свыше 35000,0	14,3

Определить: средний размер дохода населения, моду, медиану, децильный коэффициент дифференциации дохода; коэффициент концентрации доходов (коэффициент Джини). Проанализировать полученные результаты и сформулировать выводы.

Задача 5. Имеется ряд распределения населения Красноярского края за 2018 год по величине среднедушевых денежных доходов.

Показатель	Тысяч человек	В % к итогу
Все население: в т. ч.:	2891,9	100,0
со среднедушевым денежным доходом в месяц, рублей:		
до 2 000,0	34,6	1,2
2 000,1 – 4 000,0	204,3	7,1
4 000,1 – 6 000,0	310,2	10,7
6 000,1 – 8 000,0	326,0	11,3
8 000,1 – 10 000,0	300,5	10,4
10 000,1 – 15 000,0	581,4	20,1
15 000,1 – 25 000,0	613,9	21,2
свыше 25 000,0	521,0	18,0

Определить: средний размер дохода населения, моду, медиану, децильный коэффициент дифференциации дохода; коэффициент концентрации доходов (коэффициент Джини). Построить кривую распределения Лоренца. Проанализировать полученные результаты и сформулировать выводы.

Задача 6. Имеются данные по Красноярскому краю о потреблении продуктов питания на душу населения и среднегодовой численности населения:

Показатели	2017 год	2018 год
1. Уровень потребления в среднем на душу населения:		
А) молока и молочных продуктов, кг	245	248
Б) хлебных продуктов, кг	118	120
В) мяса и мясопродуктов в пересчете на мясо, кг	76	77
2. Среднегодовая численность населения, тыс. чел.	2890	2892

Определить уровень потребления в среднем на душу населения и сделать выводы.

Задача 7. Цены на товары и услуги в России повысились в 2018 году по сравнению с 2017 годом на 8,8%.

Показатель	2017 год	2018 год
Среднемесячная номинальная заработная плата на одного работника, руб.	18637,5	20952,2
Расходы на выплату пособий и социальную помощь, млн.руб.	1167913	1498318
Среднедушевые доходы населения, руб.	17008,6	18881,3
Численность населения, млн.чел.	141,9	142,9

Определить индекс покупательной способности рубля, индекс номинальной заработной платы на одного человека, индекс реальной заработной платы. Сделайте выводы.

Задача 8. По данным таблицы за два года по Российской Федерации определите: индекс реальных доходов одного работающего, индекс покупательной способности рубля. Сделайте выводы.

Показатели	Декабрь 2017 г.	Декабрь 2018 г.
Индекс потребительских цен	101,1	100,5
Индекс номинальной заработной платы	130,4	100,6

Задача 9. Индексы номинальной заработной платы за два года изменялись следующим образом:

Показатели	Декабрь 2017 г.	Декабрь 2018 год
Индекс покупательной способности денежной единицы	0,93	0,94
Индекс номинальной заработной платы	130,4	100,6

Определить индексы реальной заработной платы и их динамику. Сделайте выводы.

Задача 10. Динамика макроэкономических показателей РФ характеризуется данными:

Показатели	Декабрь 2017 г.	Декабрь 2018 год
Индекс потребительских цен	101,1	100,5
ВВП на душу населения, (текущие цены), тыс. руб.	316,1	381,8
Фактическое конечное потребление на душу населения, тыс. руб.	194,9	224,3

Определить размер реального ВВП на душу населения в каждом году, индекс размера ВВП на душу населения. Сделать выводы.

Задача 11. Имеются данные Росстата об обеспеченности населения врачами и больничными койками (на конец года).

Показатель	2016	2017	2017	2018
Численность врачей, тыс. человек	707	704	711	716
Численность среднего медицинского персонала, тыс. человек	1542	1511	1518	1509
Число больничных коек, тыс. шт.	1522	1398	1373	1339
Численность постоянного населения, млн. чел.	142,0	141,9	141,9	142,9

Рассчитать динамику численности врачей и среднего медицинского персонала и числа больничных коек; обеспеченность населения (в расчете на 10000 чел.) врачами, средним медицинским персоналом и больничными койками.

Список использованной литературы:

1. Земедлина, Е.А. Статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие для средних специальных учебных заведений / Е.А. Земедлина. - М.: РИОР: ИНФРА-М, 2014. - 160 с. - ЭБС «Znanium.com» - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/430329>
2. Мусина, Е.М. Статистика. Краткий курс лекций и тестовые задания [Электронный ресурс]: учебное пособие / Мусина Е.М. - М.: Форум, ИНФРА-М, 2015. - 72 с. - ЭБС «Znanium.com» - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/493558>
3. Сергеева, И.И. Статистика [Электронный ресурс]: учебник / Сергеева И.И., Чекулина Т.А., Тимофеева С.А. - М.: ФОРУМ, ИНФРА-М, 2016. - 304 с. - ЭБС «Znanium.com» - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/545008>

Интернет - ресурсы:

1. <http://www.grandars.ru/student/statistika/statistika.html> - на сайте представлены материалы, освещающие различные вопросы теории и практики статистики
2. <http://www.likebook.ru/books/view/33395/> - на сайте представлены электронные учебные пособия по статистике
3. [http:// www.cbr.ru](http://www.cbr.ru) (Центральный банк РФ)
4. <http:// www.minfin.ru> (Министерство финансов РФ)
5. <http://www.moex.com> (ММВБ)
6. <http:// www.rbc.ru> (РосБизнесКонсалтинг)
7. <http:// www.nalog.ru> (Федеральная налоговая служба)

