**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**
**Высшего образования**
**«Майкопский государственный технологический университет»**
**Политехнический колледж**

**УТВЕРЖДАЮ**
Зам. директора по учебной работе
_____________ В.М. Куприенко
«_15_»_____________ 2018 г.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для выполнения практических работ по математике

На тему: «Многогранники. Площадь поверхности»
« Производная и ее применение»

Майкоп – 2018

Одобрено предметной (цикловой комиссией) математики, информатики и информационных технологий

Председатель цикловой комиссии
______________ Н.А. Тумасян

Протокол №10 от 15.06 2018 г.

Составлено на основе ФГОС СПО и учебного плана МГТУ по специальности 33.02.01 Фармация

Зам. директора по учебной работе
______________ В.М. Куприенко

«15» 06 2018 г

Разработчики:

Тумасян Н.А. ______________ (подпись) - преподаватель первой категории политехнического колледжа МГТУ

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Методические рекомендации по выполнению практических работ по дисциплине ЕН.01 Математика составлены в соответствии с требованиями ФГОС СПО к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников СПО по специальности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь:**

- выполнять операции над матрицами;
- решать системы линейных уравнений;
- применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
- решать дифференциальные уравнения.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать:**

- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;
- основы дифференциального и интегрального исчисления

## Требования к оформлению практических работ

Студент должен выполнить практическую работу в соответствии с полученным заданием. Каждый студент после выполнения работы должен представить отчет о проделанной работе с анализом полученных результатов и выводом по работе.

Отчет о проделанной работе следует выполнять на отдельных листах в клетку формата А4, которые хранятся в отдельных папках. Содержание отчета указано в описании практической работы. Таблицы и рисунки следует выполнять с помощью чертежных инструментов карандашом с соблюдением ЕСКД.

Если студент не выполнил практическую работу или часть работы, то он может выполнить работу или оставшуюся часть во внеурочное время, согласованное с преподавателем.

Оценку по практической работе студент получает, с учетом срока выполнения работы, если:

- работа выполнена правильно и в полном объеме;
- сделан анализ проделанной работы и вывод по результатам работы;
- студент может пояснить выполнение любого этапа работы;
- отчет выполнен в соответствии с требованиями к выполнению работы.

Зачет по практическим работам студент получает при условии выполнения всех предусмотренных программой работ, после сдачи отчетов по работам при получении удовлетворительных отметок.

# Практическая работа 1

Тема: **Действия над комплексными числами в алгебраической и геометрической формах**

**Цель работы**: познакомить студентов с комплексными числами, научить выполнять действия с комплексными числами в алгебраической и геометрической формах.

## Краткие теоретические сведения

*Комплексным числом* называется выражение вида $a + bi$, где $a$ и $b$ – действительные числа, а $i$ – мнимая единица.

Число а называется *действительной частью* комплексного числа, а число $bi$ – мнимой частью. Знак «+» здесь надо понимать не как знак сложения, а как некий соединительный знак.

Запись комплексного числа в виде $z = a + bi$ называется *алгебраической формой* записи комплексного числа.

Два комплексных числа $a_1 + b_1 i$ и $a_2 + b_2 i$ называются *равными* только тогда , когда $a_1=a_2$ и $b_1=b_2$, т.е. когда равны их действительные части и коэффициенты при мнимой части.

Понятия «больше» и «меньше» для комплексных чисел не определяются.
Комплексное число $z = 0+0i$ называется нулём и обозначается 0; комплексное

$z = a + 0i$ отождествляется с действительным числом $a$, т.е. $a + 0i = a$; комплексное

число $z = 0 + bi$ называется *чисто мнимым* и обозначается bi, т.е. $0 + bi = bi$.

Число 0 является единственным числом, которое одновременно действительное и чисто мнимое.
Комплексные числа вида $a + bi$ и $a – bi$ называются *сопряжёнными*.
*Действия над комплексными числами в алгебраической форме*.

*Суммой* двух комплексных чисел $z_1 = a_1 + b_1i$ и $z_2 = a_2 + b_2i$ называется комплексное число $z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$. Сложение комплексных чисел обладает свойствами коммутативности и ассоциативности.

Например, $z_1 = 5 + i \cdot 4$; $z_2 = -7 - i \cdot 9$; $z = z_1 + z_2 = -2 - i \cdot 5$.

*Произведением* двух комплексных чисел $z_1 = a_1 + b_1i$ и $z_2 = a_2 + b_2i$ называется комплексное число $z_1z_2 = (a_1a_2 – b_1b_2) + (a_1b_2 + a_2b_1)i$.

Например, $z_1 = 3 + i \cdot 5$; $z_2 = 4 - i \cdot 7$; $z_1 \cdot z_2 = 47 - i$

Произведение двух сопряжённых комплексных чисел равно сумме квадратов действительной части и коэффициента его мнимой части, т.е. $(a + i \cdot b)(a - i \cdot b) = a^2 + b^2$.
Произведение комплексных чисел обладает свойствами коммутативности, ассоциативности и дистрибутивности
*Вычитание* комплексных чисел вводится как операция, обратная сложению;
Например, $z_1 = 7 - i \cdot 2$; $z_2 = 5 + i \cdot 8$; $z_1 - z_2 = 2 - i \cdot 10$.

*Деление* комплексных чисел вводится как операция, обратная умножению.
При делении на комплексное число достаточно умножить числитель и знаменатель дроби на число, сопряжённое знаменателю, т.е. на $a_1 – b_1i$.
Например,

$$\frac{10 + i \cdot 15}{1 + i \cdot 2} = \frac{(10 + i15)(1 - i2)}{(1 + i2)(1 - i2)} = \frac{10 + i15 - i20 + 30}{1 + 4} = \frac{40 - i5}{5} = 8 - i$$

Ответ: 8 – i

Возведение комплексного числа в степень производводится по формулам возведения двучлена в степень, но при этом надо учитывать, что:

$i^1 = i$, $= -1$,

$i^{4n+1} = i^1 = i$ $i^2$

$i^{4n+2} = i^2 = -1$

$i^3 = -i, = 1,$ $i^{4n+3} = i^3 = -i i^4$

$i^{4n} = 1$

Например, $i^{24} = 1$, $i^{59} = i^{4*14+3} = i^3 = -i$, $i^{42} = i^{4*10+2} = i^2 = -1$

Геометрическая интерпретация комплексного числа.Комплексные числа, как и действительные, допускают простую интерпретацию, если вместо координатной прямой использовать координатную плоскость.

Комплексное число $z = a + bi$ изображается на координатной плоскости точкой M (a, b) или вектором OM, начало которого совпадает с началом координат, а конец - с точкой M (рис.1)

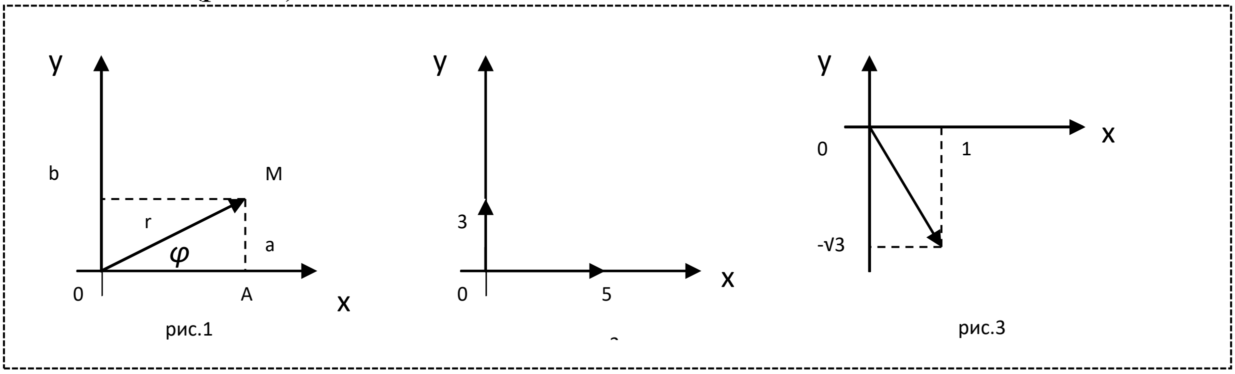


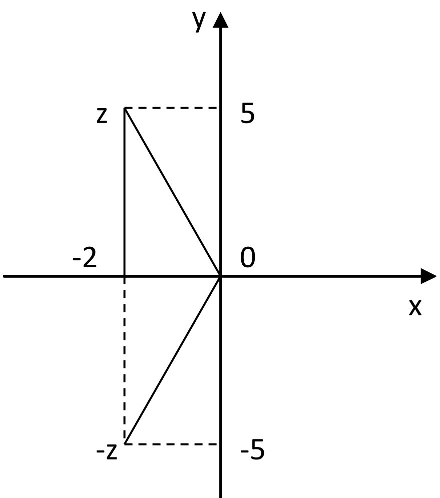
рис.1 рис.3

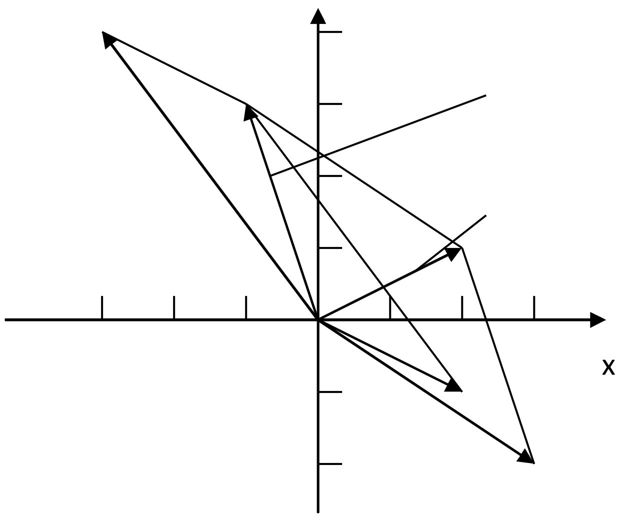
Сама координатная плоскость называется при этом *комплексной плоскостью*, ось абсцисс

- *действительной осью*, а ось ординат – *мнимой осью*.

**Пример.** Дано: $z_1 = 3 - i \cdot 2$; $z_2 = -3 + i \cdot 4$; $z_3 = 2 - i$. Найти $z = z_1 + z_2 + z_3$ (алгебраически и геометрически)

Решение. $z = (3 - i \cdot 2) + (-3 + i \cdot 4) + (2 - i) = 2 + i$




**Для закрепления теоретического материала и получения прочных знаний решить примеры**

**Вариант1**

1. Выполнить действия геометрически

   (4+2i)+(1+5i)- (-2+2i)=

2. Вычислить:

   (8+2i) (5-3i) ___________

3. Вычислить: $i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{36} =$

4. Выполнить действия:

$$\frac{1+i}{2-3i}+\frac{-7-2i}{5+4i}$$

5. Решить уравнение:

$$x^2-10x+250=0$$

**Вариант2**

1. Выполнить действия геометрически

   (2-3i)+ (5+6i)- (3+4i)=

2. Вычислить:

$$\frac{(3-2i)}{(1+3i)}$$

___________

3. Вычислить: $i + i^{11} + i^{21} + i^{31} =$

4. Выполнить действия:

$$\frac{5+2i}{2-5i}-\frac{3-4i}{4+3i}$$

5. Решить уравнение:

$$x^2-4x+85=0$$

**Вариант3**

1. Выполнить действия геометрически

   (3-5i)+ (-1-2i)- (6+3i)=

2. Вычислить:

$$\frac{(2+i)}{(3-2i)}$$

___________

3. Вычислить: $i^7 + i^{17} + i^{47} + i^{65} =$

4. Выполнить действия:

$$\frac{3+2i}{2-3i}-\frac{5+6i}{6-5i}$$

5. Решить уравнение:

$$x^2-8x+41=0$$

**Вариант4**

1. Выполнить действия геометрически

   (2-3i)+ (5+6i)- (3+4i)=

2. Вычислить:

   $$\frac{(1 - 2i)}{(3 - 2i)}$$ ________

3. Вычислить: $i^{19} + i^{5} + i^{21} + i^{27} =$

4. Выполнить действия:

   $$\frac{2+3i}{4+i} + \frac{1-3i}{2-2i}$$

5. Решить уравнение:

   $$x^2 - 6x + 13 = 0$$

**Вариант5**

1. Выполнить действия геометрически

(1 +5i)- (-2+2i)- (4+2i)=

2. Вычислить:

   $$\frac{(2 + i)}{(3 - 2i)}$$ ________

3. Вычислить: $i^{7} + i^{17} + i^{47} + i^{65} =$

4.Выполнить действия:

$$\frac{3+2i}{2-3i} - \frac{5+6i}{6-5i}$$

5.Решить уравнение:

$$x^2 - 8x + 41 = 0$$

## Практическая работа 2

Тема: **Действия над комплексными числами в различных формах**

**Цель работы**: ввести понятие комплексного числа и действий над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах, научить выполнять действия с ними.

### Краткие теоретические сведения

Для того, чтобы перейти от алгебраической формы записи комплексного числа $z = a + bi$ к тригонометрической, достаточно найти его модуль и один из аргументов.

Аргумент комплексного числа $z = a + bi$ можно находить из системы $\cos\varphi = a/r$; или$\sin\varphi = b/r$.

Для того, чтобы перейти от тригонометрической формы записи комплексного числа

$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ к алгебраической, достаточно найти действительные числа a и b по формулам $a = r\cos\varphi$, $b = r\sin\varphi$.

Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.

Если $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$ и $z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$, то

$z_1z_2 = r_1r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2))$,
$z_1 / z_2 = r_1 / r_2(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2))$.

Если $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, то

$z^n = (r(\cos\varphi + i\sin\varphi))^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$,

$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r(\cos\varphi + i\sin\varphi)} = \sqrt[n]{r}\,(\cos((\varphi + 2\pi k) / n) + i\sin((\varphi + 2\pi k) / n)$, где
$\sqrt[n]{r}$ – арифметический корень, $k = 0,1, 2,\ldots, n-1$.

### Для закрепления теоретического материала и получения прочных знаний решить примеры

### I вариант

**1.** Найдите **$z + z$; $z * z$; $|z|$,** если **$z = 7 - 3i$**

2. Найдите **$z_1 : z_2$**, если **$z_1 = 2 - i$, а $z_2 = 3 + 2i$**

**3.** Решить уравнение: **а) $x^2 - 4x + 8 = 0$, б) $(2 + i) + (1 + i)(x + y) = 7 + 3i$**

4. Найдите модуль и аргумент числа **z** и запишите его тригонометрическую форму:

**$Z = 3 - 3i$**

**II вариант**

1. Найдите **$z + z$; $z * z$; $|z|$,** если **$z = 9 - 5i$**
2. Найдите **$z_1 : z_2$**, если **$z_1 = 2 + i$, а $z_2 = 3 - 2i$**
3. Решить уравнение: **а) $x^2 - 2x + 5 = 0$, б) $(2 - i)*x + (2 + i)(1 + y) = 3 - 7i$**
4. Найдите модуль и аргумент числа **$z$** и запишите его тригонометрическую форму:
   **$Z = 3 + 3i$**

**Контрольные вопросы:**

1. Запишите тригонометрическую форму комплексного числа.
2. Запишите показательную форму комплексного числа.
3. Сформулируйте правило перевода комплексных чисел из алгебраической формы в тригонометрическую и показательную формы.
4. Сформулируйте правило умножения комплексных чисел в тригонометрической и показательной формах.
5. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в тригонометрической и показательной формах.
6. Сформулируйте правило возведения в степень комплексных чисел в тригонометрической и показательной формах.
7. Сформулируйте правило извлечения корня из комплексных чисел в тригонометрической и показательной формах.