МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
Высшего образования
«Майкопский государственный технологический университет»
Политехнический колледж

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для выполнения практических работ по математике

Для студентов всех специальностей

На тему: «Действия над комплексными числами»

Майкоп – 2020

Разработала преподаватель О.С. Бешукова ____________

Н.А.Тумасян ______________

Рассмотрено на заседании предметной (цикловой) комиссии
«Математики, информатики и информационных технологий»

Протокол №_1_от «_07_» ___09____ 2020 г.

Председатель предметной комиссии ________О.Е. Иванова

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по выполнению практических работ по дисциплине Математика составлены в соответствии с требованиями ФГОС СПО к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников СПО по специальности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь:**

У1- выполнять несложные действия над комплексными числами;

У2- пользоваться инженерным калькулятором для вычисления арифметических действий с заданной точностью погрешностей;

У3- строить графики элементарных функций и проводить преобразование графиков, используя изученные методы;

У4- решать иррациональные и тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения и неравенства;

У5- решать системы уравнений изученными методами;

У6- находить несложные пределы функций в точке и на бесконечности; применять аппарат математического анализа к решению задач; решать простейшие дифференциальные уравнения; решать задачи на вероятность событий;

У7- изображать на рисунках и чертежах пространственные геометрические фигуры и их комбинации, задаваемые условиями теорем и задач; выделять изученные фигуры на моделях и чертежах; доказывать изученные в курсе теоремы;

У8- вычислять значения геометрических величин (длин, площадей, объемов), используя изученные формулы, а также аппарат алгебры, анализа и тригонометрии;

У9- применять основные методы геометрии (проектирования, преобразований, векторный, координатный) к решению геометрических задач.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать:**

З1- основные функции, их графики и свойства;

З2- принципы начал дифференциального и интегрального исчислений;

З3- дифференциальные уравнения первого и второго порядка;

З4- основные понятиякомбинаторики;

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование общих компетенций, включающих в себя способность:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за нихответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Требования к оформлению практическихработ

Студент должен выполнить практическую работу в соответствии с полученным заданием. Каждый студент после выполнения работы должен представить отчет о проделанной работе с анализом полученных результатов и выводом по работе.

Отчет о проделанной работе следует выполнять на отдельных листах в клетку формата А4, которые хранятся в отдельных папках. Содержание отчета указано в описании практической работы. Таблицы и рисунки следует выполнять с помощью чертежных инструментов карандашом с соблюдением ЕСКД.

Если студент не выполнил практическую работу или часть работы, то он может выполнить работу или оставшуюся часть во внеурочное время, согласованное с преподавателем.

Оценку по практической работе студент получает, с учетом срока выполнения работы, если:

— работа выполнена правильно и в полномобъеме;
— сделан анализ проделанной работы и вывод по результатамработы;
— студент может пояснить выполнение любого этапаработы;
— отчет выполнен в соответствии с требованиями к выполнениюработы.

Зачет по практическим работам студент получает при условии выполнения всех предусмотренных программой работ, после сдачи отчетов по работам при получении удовлетворительных отметок.

Практическая работа 1

Тема: **Действия над комплексными числами в алгебраической и геометрической формах**

Цель работы: познакомить студентов с комплексными числами, научить выполнять действия над комплексными числами в алгебраической и геометрической формах.

Краткие теоретические сведения

Комплексным числом называется выражение вида $a+bi$, где a и b – действительные числа, а i – мнимая единица.

Число а называется *действительной частью* комплексного числа, а число bi– мнимой частью. Знак «+» здесь надо понимать не как знак сложения, а как некий соединительный знак.
Запись комплексного числа в виде $z = a + bi$называется *алгебраической формой* записи комплексного числа.

Два комплексных числа $a_1 + b_1 i$ и $a_2 + b_2 i$ называются *равными* только тогда, когда $a_1=a_2$и $b_1=b_2$, т.е. когда равны их действительные части и коэффициенты при мнимой части.

Понятия «больше» и «меньше» для комплексных чисел не определяются.
Комплексное число $z = 0+0i$ называется нулём и обозначается 0;
$z= a + 0i$ отождествляется с действительным числом *a,* т.е. $a + 0i = a$;
число $z = 0 +bi$называется *чисто мнимым* и обозначается bi, т.е. $0 + bi = bi$.
Число 0 является единственным числом, которое одновременно действительное и чисто мнимое.
Комплексные числа вида $a + bi$и $a – bi$называются*сопряжёнными*.

Действия над комплексными числами в алгебраической форме.

Суммой двух комплексных чисел $z_1 = a_1 + b_1 i$ и $z_2 = a_2 + b_2 i$ называется комплексное число $z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$. Сложение комплексных чисел обладает свойствами коммутативности и ассоциативности.

Например: Найти сумму чисел $z_1 = 1 + 3i$и $z_2 = 4 - 3i$.

$$z_1 + z_2 = (1 + 3i) + (4 - 3i) = (1 + 4) + i(3 - 3) = 5.$$

Произведением двух комплексных чисел $z_1 = a_1 + b_1 i$ и $z_2 = a_2+ b_2 i$ называется комплексное число $z_1 z_2 = (a_1 a_2 – b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)i$.

Например: Найти разность чисел $z_1 = -1 + 5i$ и $z_2 = 14 + 3i$.
$z_1 - z_2 = (-1 + 5i) - (14 + 3i) = (-1 - 14) + i(5 - 3) = -15 + 2i$.
Произведение двух сопряжённых комплексных чисел равно сумме квадратов действительной части и коэффициента его мнимой части, т.е. если
$z = a + ib, \bar{z} = a - ib,$ то $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$.

Произведение комплексных чисел обладает свойствамикоммутативности, ассоциативности и дистрибутивности
Вычитание комплексных чисел вводится как операция, обратная сложению;

Деление комплексных чисел вводится как операция, обратная умножению. При делении на комплексное число достаточно умножить числитель и знаменатель дроби на число, сопряжённое знаменателю, т.е. на $a_1 - b_1 i$.

Например: Выполнить деление числа $z_1 = 12 + i$на число $z_2 = 21 - i$.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{12+i}{21-i} = \frac{(12+i)\cdot(21+i)}{(21-i)\cdot(21+i)} = \frac{251+33i}{21^2+1^2} = \frac{251+33i}{441+1} = \frac{251+33i}{442} = \frac{251}{442} + \frac{33}{442} i.$$

Возведение комплексного числа в степень производится по формулам возведения двучлена в степень, но при этом надо учитывать, что:

$i^1 = i$, $=-1$;

$i^3 = -i$;

$i^{4n} = 1$;

$i^{4n+1} = i^1 = i$;

$i^{4n+2} = i^2 = -1$;

$i^{4n+3} = i^3 = -i$.

Например: $i^{24} = 1$, $i^{59} = i^{4*14+3} = i^3 = -i$, $i^{42} = i^{4*10+2} = i^2 = -1$

Геометрическая интерпретация комплексного числа. Комплексные числа, как и действительные, допускают простую интерпретацию, если вместо координатной прямой использовать координатную плоскость.

Комплексное число $z = a + bi$изображается на координатной плоскости точкой M (a, b) или вектором OM, начало которого совпадает с началом координат, а конец - с точкой M **(**рис.1)

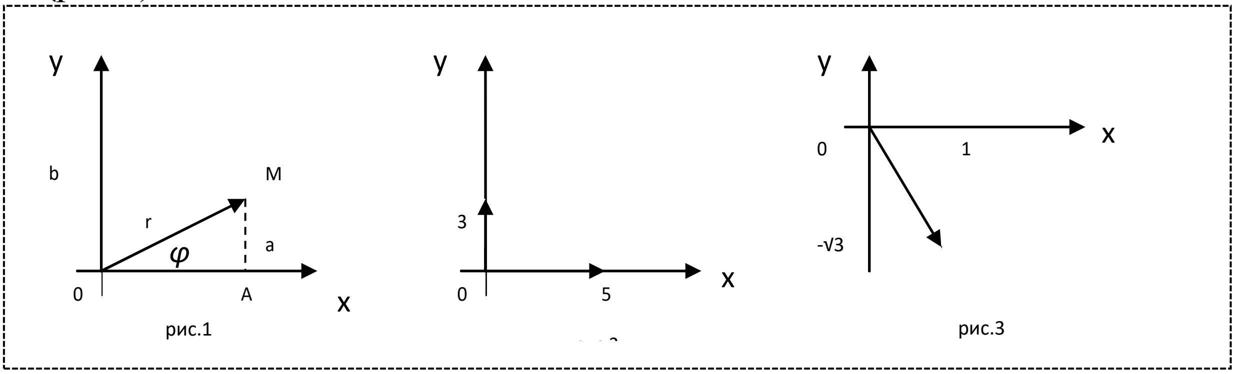
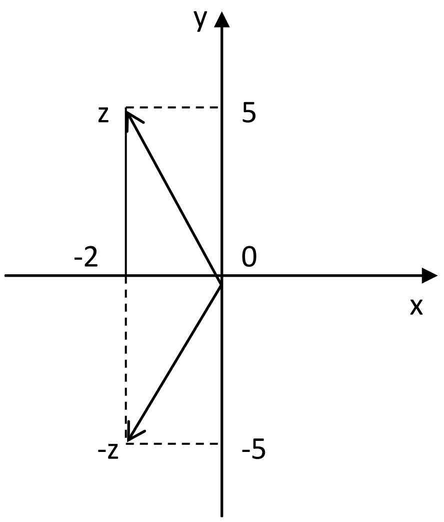


рис.1

рис.3

Сама координатная плоскость называется при этом *комплексной плоскостью*, ось абсцисс
- *действительной осью*, а ось ординат – *мнимой осью*.

Например: Изобразить на комплексной плоскости числа
$z = -2 + 5i$ и $-z = -2 - 5i$.



Для закрепления теоретического материала и получения прочных знаний решить примеры

Вариант1

1. Выполнить действия геометрически (4+2i)+(1+5i)-(-2+2i)=
2. Вычислить:(8+2i) (5-3i)
3. Вычислить:$i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{36} =$
4. Выполнитьдействия:$\frac{1+i}{2-3i} + \frac{-7-2i}{5+4i}$
5. Решитьуравнение:$x^2 - 10x + 250 = 0$

Вариант2

1. Выполнить действия геометрически (2-3i)+ (5+6i)- (3+4i)=
2. Вычислить:(3 - 2i)(1 +3i)
3. Вычислить:i + i11 + i21 + i31 =
4. Выполнить действия:$\frac{5+2i}{2-5i} - \frac{3+4i}{4-3i}$.
5. Решить уравнение:$x^2 - 4x + 85 = 0$.

Вариант3

1. Выполнить действия геометрически (3-5i)+ (-1-2i)-(6+3i)=
2. Вычислить:(2 +i)(3-2i)
3. Вычислить:$i^7 + i^{17} + i^{47} + i^{65} =$
4. Выполнитьдействия:$\frac{3+2i}{2-3i} - \frac{5+6i}{6-5i}$
5. Решитьуравнение: $x^2 - 8x + 41 = 0$.

Вариант4

1. Выполнить действия геометрически (2-3i)+ (5+6i)- (3+4i)=
2. Вычислить:(1 - 2i)(3 -2i)

3. Вычислить:i19 + i5 + i21 + i27 =

4. Выполнить действия:$\frac{2+3i}{4+i} + \frac{1-3i}{2-2i}$

5. Решить уравнение:$x^2 - 6x + 13 = 0.$

Вариант5

1. Выполнить действия геометрически (1 +5i)- (-2+2i)-(4+2i)=
2. Вычислить:(2 + i)(3 - 2i)
3. Вычислить:i^7+ i^{17}+ i^{47}+ i^{65}=

4.Выполнитьдействия:$\frac{3+2i}{2-3i} - \frac{5+6i}{6-5i}$

5. Решить уравнение: $x^2 - 8x + 41 = 0.$

Практическая работа 2

Тема: **Действия над комплексными числами в различных формах**

Цель работы: ввести понятие комплексного числа и действий над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах, научить выполнять действия с ними.

Краткие теоретические сведения

Для того, чтобы перейти от алгебраической формы записи комплексного числа $z = a + bi$к тригонометрической, достаточно найти его модуль и один изаргументов.
Аргумент комплексного числа z = a + bi можно находить из системы cos φ=a/r; илиsin φ = b/r.

Для того, чтобы перейти от тригонометрической формы записи комплексного числа z = r (cos φ + isin φ) к алгебраической, достаточно найти действительные числа a и b по формулам a = r cos φ, b = r sin φ.

Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.

Если $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$ и $z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$, то

$z_1z_2 = r_1r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2))$,

$z_1/z_2=r_1/r_2(\cos(\varphi_1-\varphi_2)+i\sin(\varphi_1-\varphi_2))$.

Если z = r(cos φ + isin φ), то

$z^n = (r(\cos\varphi + i\sin\varphi))^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$,

$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}(\cos\varphi + i\sin\varphi) = \sqrt[n]{r}\,(\cos((\varphi + 2\pi k) / n) + i\sin((\varphi + 2\pi k) / n)$, где$\sqrt[n]{r}$ – арифметическийкорень, k = 0,1, 2,…, n-1.

Для закрепления теоретического материала и получения прочных знаний решить примеры

I вариант

1. Найдите **$z + z$; $z * z$; $|z|$,** если **$z = 7 – 3i$**

2. Найдите **$z_1 : z_2$**, если **$z_1 = 2 – i$, а $z_2 = 3 + 2i$**

3. Решить уравнение: **а) $x^2 - 4x + 8 = 0$, б) $(2 + i) + (1 + i)(x + y) = 7 + 3i$**

4. Найдите модуль и аргумент числа **z** и запишите его тригонометрическую форму:**$Z = 3 – 3i$**

II вариант

1. Найдите **$z + z$; $z * z$; $|z|$,** если **$z = 9 - 5i$**

2. Найдите **$z_1 : z_2$**, если **$z_1 = 2 + i$, а $z_2 = 3 - 2i$**

3. Решить уравнение: **а) $x^2 - 2x + 5 = 0$, б) $(2 - i)*x + (2 + i)(1 + y) = 3 - 7i$**

4. Найдите модуль и аргумент числа **z** и запишите его тригонометрическую форму:

$Z = 3 + 3i$

Контрольные вопросы:

1. Запишите тригонометрическую форму комплексногочисла.
2. Запишите показательную форму комплексногочисла.
3. Сформулируйте правило перевода комплексных чисел из алгебраической формы в тригонометрическую и показательнуюформы.
4. Сформулируйте правило умножения комплексных чисел в тригонометрической и показательнойформах.
5. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в тригонометрической и показательнойформах.
6. Сформулируйте правило возведения в степень комплексных чисел в тригонометрической и показательнойформах.
7. Сформулируйте правило извлечения корня из комплексных чисел в тригонометрической и показательнойформах.