МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждениеВысшего образования
«Майкопский государственный технологический университет»
Политехнический колледж

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора по учебной работе
______________ В.М. Куприенко
«_15_» ___06___ 2018 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
Для выполнения практических работ по математике
Специальность 09.02.07 Информационные системы и программирование

На тему: «Комплексные числа. Действия над комплексными числами»

Майкоп – 2018

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по выполнению практических работ по дисциплине ЕН.01 Математика составлены в соответствии с требованиями ФГОС СПО к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников СПО по специальности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь:**

— выполнять операции надматрицами;
— решать системы линейныхуравнений;
— применять методы дифференциального и интегральногоисчисления;
— решать дифференциальныеуравнения.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать:**

— основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;
— основы дифференциального и интегральногоисчисления

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование общих компетенций, включающих в себя способность

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за нихответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Требования к оформлению практическихработ

Студент должен выполнить практическую работу в соответствии с полученным заданием. Каждый студент после выполнения работы должен представить отчет о проделанной работе с анализом полученных результатов и выводом по работе.

Отчет о проделанной работе следует выполнять на отдельных листах в клетку формата А4, которые хранятся в отдельных папках. Содержание отчета указано в описании практической работы. Таблицы и рисунки следует выполнять с помощью чертежных инструментов карандашом с соблюдением ЕСКД.

Если студент не выполнил практическую работу или часть работы, то он может выполнить работу или оставшуюся часть во внеурочное время, согласованное с преподавателем.

Оценку по практической работе студент получает, с учетом срока выполнения работы, если:

— работа выполнена правильно и в полномобъеме;
— сделан анализ проделанной работы и вывод по результатамработы;
— студент может пояснить выполнение любого этапаработы;
— отчет выполнен в соответствии с требованиями к выполнениюработы.

Зачет по практическим работам студент получает при условии выполнения всех предусмотренных программой работ, после сдачи отчетов по работам при получении удовлетворительных отметок.

Практическая работа №1

Тема: «Действия над комплексными числами в алгебраической форме»

Цель работы: научиться выполнять действия над комплексными числами в алгебраической форме, решать квадратные уравнения с отрицательным дискриминантом.

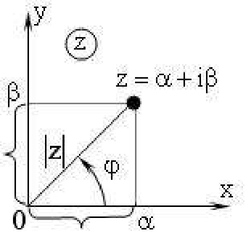
Краткие теоретические сведения.

Комплексные числа - числа вида $\boldsymbol{Z = a + ib}$, где a,b **–** вещественные числа, а i = - *мнимая единица* ($i^2 = -1$). Множество комплексных чисел обозначается С.

Действительные числа a и b комплексного числа $\boldsymbol{Z = a + ib}$, называются *действительной и мнимой частью* числа z и обозначаются, соответственно, $Rez=x$ и $Imz=y$.

Два комплексных числа $z_1=a + ib$ и $z_2=c + id$ называются *равными* в том и только том случае, если $a = c$, $b = d$.

Запись $Z=a + ib$ называют *алгебраической формой* комплексного числа z.



Числа $Z=a + ib$ и $=a - ib$ называют *комплексно сопряженными*.

Геометрическое представление комплексного числа

Если рассмотреть плоскость с прямоугольной системой координат, то любому комплексному числу $z = a + ib$ можно сопоставить точку на этой плоскости с соответствующими координатами (a;b), и радиус-вектор R комплексного числа, т.е. вектор, соединяющий начало координат с точкой на плоскости, соответствующей числу (рис. 1). Данная плоскость называется комплексной.

Действительные числа располагаются на горизонтальной (вещественной) оси, мнимые части – на вертикальной (мнимой) оси.

- *модуль комплексного числа* - расстояние от начала координат до соответствующей точки комплексной плоскости. Попросту говоря, *модуль – это длина* радиус-вектора.

, где - *аргумент комплексного числа.*

Действия над комплексными числами в алгебраической форме.

Сложение: $Z_1 + Z_2 = (a+ib)+(c+id) = (a+c) + (b+d)i$.

Вычитание: $Z_1 - Z_2 = (a+ib)-(c+id) = (a-c) + (b-d)i$.

Умножение: $Z_1 \cdot Z_2 = (a+ib)(c+id)=(ac - bd)+(ad + cb)i$.

Деление: .

Умножение на сопряженное: $Z \cdot =(a + bi)(a - bi)= a^2 - b^2i^2 = a^2 - b^2\cdot(-1) = a^2 + b^2$ – квадрат суммы

Примеры решения задач:

Пример 1. Выполнить действия над комплексными числами, представив результат в алгебраической форме:

$Z_1 = 4 + 5i$, $Z_2 = 6 - 9i$.

Решение: 1) $Z_1 + Z_2 = (4+5i) + (6-9i) = 4+6+5i-9i. = 10 - 4i$

2) $Z_1 - Z_2 = (4+5i) - (6-9i) = 4-6+5i+9i. = -2 + 14i$

3) $Z_1 \cdot Z_2 = (4+5i)(6-9i) = 24 - 36i + 30i - 45i^2 = 24 - 6i - 45\cdot(-1) = 69 - 6i$.

4)

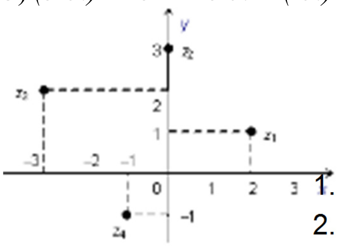
Ответ: $Z_1 + Z_2 = 10 - 4i$, $Z_1 - Z_2 = -2 + 14i$, $Z_1 \cdot Z_2 = 69 - 6i$,

Пример 2. Раскрыть скобки, используя формулы сокращенного умножения:

1) $(2+3i)^2 = 2^2 + 2\cdot2\cdot3i + (3i)^2 = 4 + 12i + 9\cdot(-1) = -5 + 12i,$

2) $(5+4i)(5-4i) = 5^2 - 4^2i^2 = 25 - 16\cdot(-1) = 25 + 16 = 4,$

3) $(3-5i)^2 = 3^2 - 2\cdot3\cdot5i + (-5i)^2 = 9 - 30i + 25(-1) = -16 - 30i.$



Пример 3. Изобразим на комплексной плоскости числа

$Z_1 = 2 + i$; $Z_2 = 3i$;

$Z_3 = -3 + 2i$; $Z_4 = -1 - i$.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение комплексного числа.
2. Какие числа называются комплексно – сопряженными?
3. Какие комплексные числа называются равными?
4. Как вычислить модуль комплексного числа?
5. Как производятся действия над комплексными числами в алгебраической форме?

Задания для самостоятельного решения

$Z_1 = 4i$ $Z_2 = 3 + i$

$Z_3 = -4 + 3i$ $Z_4 = -2 - 5i$

$Z_1 = -5i$ $Z_2 = 4 + i$

$Z_3 = -7 + 2i$ $Z_4 = -3 - 6i$

$Z_1 = -5i$ $Z_2 = 4 + i$

$Z_3 = -7 + 2i$ $Z_4 = -3 - 6i$

$Z_1 = -5i$ $Z_2 = 4 + i$

$Z_3 = -7 + 2i$ $Z_4 = -3 - 6i$

2 . Вычислите модуль комплексного числа

$Z = 3 + 4i$

$Z = 8 + 6i$

$Z = -1 + i$

3. Произведите сложение и вычитание комплексных чисел:

$Z_1 = (3 + 5i)$, $Z_2 = (7 - 2i)$

$Z_1 = (3 - 2i)$, $Z_2 = (5 + 3i)$

$Z_1 = (4 + 2i)$, $Z_2 = (-3 + 2i)$.

$Z_1 = (-2 + 3i)$, $Z_2 = (7 - 2i)$

4. Выполните действие над комплексными числами:

1.а) $(2 + 3i)(5 - 7i)$,

б) $(3 + 2i)(3 - 2i)$,

в) $(3 + 5i)^2$,

2.а) $(3 + 2i)(1 + 3i)$,

б) $(7 - 6i)(7 + 6i)$,

в) $(2 - 7i)^2$,

3.а) $(-2 + 3i)(3 + 5i)$,

б) $(4 + 3i)(4 - 3i)$,

в) $(4 + 2i)^2$,
4.а) $(6 + 4i)(5 + 2i)$,
б) $(2 - 5i)(2 + 5i)$,
в) $(3 - 2i)^2$,
5. Решите уравнения:
$x^2 - 4x + 13 = 0$.
$2{,}5x^2 + x + 1 = 0$..
$x^2 + 3x + 4=0$
$4x^2 - 20x + 26 = 0$

Практическая работа №2

Тема: «Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной форме»

Цель работы: научиться переводить комплексные числа и выполнять действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах.

Краткие теоретические сведения.

Для всякого комплексного числа $z = a + ib$ справедливо равенство:
$z=R(\cos\varphi+ i\sin\varphi)$ называют *тригонометрической формой комплексного числа*,
$z =$ – называют *показательной формой комплексного числа*

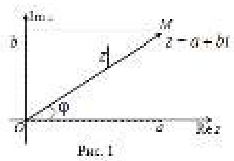


Рис. 1

Здесь - *модуль комплексного числа* - расстояние от начала координат до соответствующей точки комплексной плоскости. Попросту говоря, *модуль – это длина* радиус-вектора.
Угол φ между положительной полуосью действительной оси и радиус-вектором, проведенным из начала координат к соответствующей точке, называется *аргументом комплексного числа* - .

Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

В тригонометрической форме

$$z_1 =R_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1),\ z_2 =R_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$$

В показательной форме

$Z_1 =$, $Z_2 =$

Умножение

$Z_1 \cdot Z_2 = R_1\cdot R_2(\cos(\varphi_1+\varphi_2) + i\sin(\varphi_1+\varphi_2))$.
$Z_1\cdot Z_2=$

Деление

.
,

Возведение в степень

$z^n =R^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$ - *формула Муавра*

Извлечение корня

, $k = 0,1,2....\ n-1$
,
$k = 0,1,2.....n-1$

Примеры решения задач:

Пример. А) Представить числа $z_1 =$ ……, в тригонометрической и показательной форме,
Б) вычислить в тригонометрической форме: 1) $z_1\cdot z_2$; 2) ; 3) ; 4)
Решение: А). Получим тригонометрическую и показательную форму $z_1 =$….. ,
1) Найдем модуль числа - , 2) Найдем аргумент числа - ,
3) запишем к.ч. в тригонометрической и показательной форме:

$z_1 = .$

1) - модуль числа,

2) - аргумент числа

3) запишем к.ч. в тригонометрической и показательной форме:

Б) Произведение:

$z_1 \cdot z_2 =$

Частное:

Возведение в степень:

Извлечение из под знака корня:

Задания для самостоятельного решения

1. Изобразить комплексные числа на комплексной плоскости.
2. Определить длину и аргумент каждого комплексного числа.
3. Представить данные комплексные числа в тригонометрической и показательной форме.
4. Вычислить в тригонометрической и показательной формах:

Для закрепления теоретического материала и получения прочных знаний решить примеры

Iвариант

1. Найдите **$z + z$; $z * z$; $|z|$,** если **$z = 7 – 3i$**

2. Найдите $\mathbf{z_1 : z_2}$, если $\mathbf{z_1 = 2 – i}$, **а** $\mathbf{z_2 = 3 + 2i}$

3. Решить уравнение: **а) $x^2 - 4x + 8 = 0$, б) $(2 + i) + (1 + i)(x + y) = 7 + 3i$**

4. Найдите модуль и аргумент числа **z** и запишите его тригонометрическую форму:

$Z = 3 – 3i$

II вариант

1. Найдите **$z + z$; $z * z$; $|z|$,** если **$z = 9 - 5i$**
2. Найдите $\mathbf{z_1 : z_2}$, если $\mathbf{z_1 = 2 + i}$, **а** $\mathbf{z_2 = 3 - 2i}$
3. Решить уравнение: **а) $x^2 - 2x + 5 = 0$, б) $(2 - i)*x + (2 + i)(1 + y) = 3 - 7i$**
4. Найдите модуль и аргумент числа **z** и запишите его тригонометрическую форму:

$Z = 3 + 3i$

Контрольные вопросы:

1. Запишите тригонометрическую форму комплексногочисла.
2. Запишите показательную форму комплексногочисла.
3. Сформулируйте правило перевода комплексных чисел из алгебраической формы в тригонометрическую и показательнуюформы.
4. Сформулируйте правило умножения комплексных чисел в

тригонометрической и показательнойформах.

5. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в тригонометрической и показательнойформах.
6. Сформулируйте правило возведения в степень комплексных чисел в тригонометрической и показательнойформах.
7. Сформулируйте правило извлечения корня из комплексных чисел в тригонометрической и показательнойформах.